ФІЗИКА І ХІМІЯ ТВЕРДОГО ТІЛА
Т. 15, № 3 (2014) С. 677-679

PHYSICS AND CHEMISTRY OF SOLID STATE
V. 15, № 3 (2014) P. 677-679

УДК 530.145

ISSN 1729-4428

М.А. Рувінський

# Квантовомеханічне правило додавання ймовірностей без хвильових функцій

*Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,*
*вул.Шевченка, 57, м.Івано-Франківськ, 76000, Україна,*
bruvinsky@gmail.com

Показано, що правило додавання ймовірностей у квантовій механіці можна вивести з класичної теорії ймовірностей, враховуючи специфіку квантових подій, зумовлених корпускулярно-хвильовим дуалізмом, без використання поняття хвильової функції мікрочастинки.

**Ключові слова:** теорія ймовірностей, дифракція електронів на щілинах, ймовірність суми подій, квантова механіка.

*Стаття поступила до редакції 10.042014; прийнята до друку 15.06.2014.*

## Вступ

Наявність інтерференційних ефектів мікрочастинок, які випливають з квантової механіки, є добре підтвердженим експериментальним фактом. Класична теорія ймовірностей, як прийнято досі вважати, не може пояснити існуючу "інтерференцію ймовірностей" в квантовій механіці. Викликає подив, що центральне математичне поняття теорії ймовірностей виявляється непридатним для опису інтерферуючих альтернативних подій [1,5].

## Дифракція електронів на двох щілинах

Інтерференцію ймовірностей в квантовій механіці яскраво ілюструють на прикладі ідеалізованого досліду з дифракції електронів на двох щілинах при відсутності впливу процесів вимірювання [1-5].

Покажемо, що при правильному виборі квантових подій у відповідності з корпускулярно-хвильовим дуалізмом [2] класична теорема додавання ймовірностей [6] дозволяє без використання поняття хвильової функції отримати квантовомеханічний закон дифракції електронів на двох щілинах.

Припускаємо, що щілини є достатньо вузькими порівняно з відстанню між ними, так що можна знехтувати інтерференційними ефектами дифрагованих хвиль від різних частин однієї і тієї ж щілини, тобто ефектами скінченної ширини окремих щілин. Вважаємо, що при проходженні електрона через кожну i-щілину (i = 1,2) існують два різні і сумісні типи руху – корпускулярний і хвильовий, пов'язані з подіями $A_i$ та B відповідно. Подія $A_i$ не залежить від того, чи відкрита інша щілина. Подія B відбувається тільки при відкритих обидвох щілинах і залежить від процесу спостереження при з'ясуванні через яку щілину пройшов електрон. Під впливом такого спостереження ймовірність події B P(B) = 0. Існування події B і сумісність з подіями $A_i$ є проявом універсального корпускулярно-хвильового дуалізму [2], при якому ймовірність добутку (суміщення) подій $P(A_i \cdot B) = P(B \cdot A_i) \neq 0$ при відсутності впливу спостереження. Для подій, пов'язаних тільки з корпускулярним аспектом руху, $P(A_1 A_2) = 0$. Припустимо, що ймовірність попадання електрона в точку x екрану визначається класичною теоремою додавання ймовірностей суми чотирьох несумісних подій: $A_1 \setminus B$, $B \setminus A_1$, $A_2 \setminus B$ і $B \setminus A_2$, де $A_i \setminus B$ – різниця двох подій [6] $A_i$ і B, коли відбувається подія $A_i$ і не відбувається подія B. Аналогічно, $B \setminus A_i$ означає, що відбувається подія B і не відбувається подія $A_i$. Відповідна теорема має вигляд:

$$P \equiv P\left\{\sum_{i=1}^{2}(A_i \setminus B) + (B \setminus A_i)]\right\} = \sum_{i=1}^{2}\left\{P(A_i \setminus B) + P(B \setminus A_i)\right\} \quad (1)$$

Ймовірності різниці подій [6] дорівнюють:

$$P(A_i \setminus B) = P(A_i) - P(A_i B),$$
$$P(B \setminus A_i) = P(B) - P(B A_i),\ (i = 1, 2) \qquad (2)$$

Після підстановки (2) в (1) отримаємо:

$$P = \sum_{i=1}^{2} P(A_i) + 2P(B)\left[1 - \frac{\sum_{i=1}^{2} P(A_i B)}{P(B)}\right]. \qquad (3)$$

Враховуємо [6], що

$$P(A_i B) = P(B) P(A_i \mid B), \qquad (4)$$

де $P(A_i \mid B)$ – умовна ймовірність події $A_i$ при здійсненні події B. Тоді з (4) і (3) одержимо

$$P = \sum_{i=1}^{2} P(A_i) + 2P(B)\left[1 - \sum_{i=1}^{2} P(A_i \mid B)\right]. \qquad (5)$$

Розглянемо спочатку симетричний випадок двох однакових щілин з рівними ймовірностями подій $A_1$ і $A_2$: $P(A_1) = P(A_2) = P(A_s)$. Для цього випадку внаслідок симетрії корпускулярних і хвильових властивостей руху електронів ймовірність події $P(B) = P(B_s) = P(A_s)$. В той же час при закритті хоча б однієї з щілин $P(B) = 0$, оскільки ми нехтуємо інтерференційними ефектами від різних частин однієї щілини. В загальному випадку щілин з довільними ймовірностями $P(A_1) \equiv P_1$ і $P(A_2) \equiv P_2$ шукаємо $P(B)$ у вигляді

$$P(B) = k(P_1 P_2)^{\alpha}, \qquad (6)$$

де $k$ і $\alpha$ – константи. Тоді з частинного випадку $P_1 = P_2 = P_s$, коли $P(B_s) = P_s$, випливає, що $k = 1$ і $\alpha = 1/2$, тобто

$$P(B) = \sqrt{P_1 P_2}. \qquad (7)$$

Внаслідок (7) маємо

$$P = \sum_{i=1}^{2} P(A_i) + 2\sqrt{P(A_1)P(A_2)}\left[1 - \sum_{i=1}^{2} P(A_i \mid B)\right]. \qquad (8)$$

З нерівності $0 \le P(A_i \mid B) \le 1$ одержимо, що

$$-1 \le \left[1 - \sum_{i=1}^{2} P(A_i \mid B)\right] \le 1. \qquad (9)$$

Після введення в (8) позначення

$$1 - \sum_{i=1}^{2} P(A_i \mid B) \equiv \cos\delta \qquad (10)$$

знаходимо квантовомеханічний закон додавання ймовірностей

$$P = P(A_1) + P(A_2) + 2\sqrt{P(A_1)P(A_2)}\cos\delta \qquad (11)$$

без використання поняття хвильових функцій $\Psi_1 = |\Psi_1| e^{i\delta_1}$, $\Psi_2 = |\Psi_2| e^{i\delta_2}$ і принципу суперпозиції (існування станів з $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$), коли $P = |\Psi_1 + \Psi_2|^2$, $P_1 = |\Psi_1|^2$, $P_2 = |\Psi_2|^2$ і $\delta = \delta_1 - \delta_2$. З (10) випливає тлумачення величини $\delta$ як міри умовних ймовірностей подій руху, пов'язаних з корпускулярними і хвильовими властивостями мікрочастинки.

## Висновки

При правильному визначенні квантових подій класична теорія ймовірностей дозволяє отримати інтерференцію ймовірностей через введення умовних ймовірностей в межах корпускулярно-хвильового дуалізму мікросвіту.

***Рувінський М.А.*** – д.ф.-м.н., професор кафедри фізики і хімії твердого тіла.

[1] R. Fejnman, A. Hibs, Kvantovaja mehanika i integraly po traektorijam (Mir, M. 1968).
[2] D.Bom, Kvantovaja teorija (Nauka, M., 1965).
[3] L.I. Mandel'shtam, Lekcii po optike, teorii otnositel'nosti i kvantovoj mehanike (Nauka, M. 1972).
[4] M.A. Ruvins'kij, B.K. Ostafijchuk, D.M. Freïk, M.M. Jacura, Kurs zagal'noï fiziki. Kvantova fizika atomiv, molekul i kondensovanih seredovishh (PU, Kiïv-Ivano-Frankivs'k. 1998).
[5] I.O.Vakarchuk, Kvantova mehanika (LNU, L'viv, 2007).
[6] Ju.V. Prohorov, Ju.A. Rozanov, Teorija verojatnostej (Nauka, M. 1967).

M.A. Ruvinskii

# The Quantum-Mechanical Addition Rule of Probabilities without Wave Functions

*Vasyl Stefanyk Precarpathian National University,*
*57 Shevchenko Str., Ivano-Frankivsk, 76000, Ukraine*
*bruvinsky@gmail.com*

As shown, the addition rule of probabilities in quantum mechanics can be derived from the classical theory of probabilities, using the specifics of quantum events due to wave-particle dualism without using the concept of the wave function of microparticle.