УДК 621.315.592

ISSN 1729-4428

# В.І. Бойчук, І.В. Білинський, Р.І. Пазюк

# Електрична провідність у надґратках сферичних квантових точок

# Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка, вул. Стрийська, 3, Дрогобич, 82100, Україна, <u>ri.pazyuk@gmail.com</u>

В роботі досліджуються електричні властивості напівпровідникових систем сферичних квантових точок GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As різної вимірності, в залежності від енергії рівня Фермі та температури, концентрації алюмінію в матриці. Отримані залежності групової швидкості електронів від індексу мінізони. Зменшення радіусу КТ, як і збільшення концентрації алюмінію в матриці, призводить до росту групової швидкості. Зміна знаку групової швидкості окремих мінізон зумовлена поведінкою ізоенергетичних поверхонь цих мінізон. Обчислено електропровідність, що містить внески *s*- і трьох *p*-мінізон для заданих параметрів системи, максимум якої знаходиться біля центру мінізони. Ріст електропровідності спостерігається при зменшенні радіуса КТ та концентрації алюмінію, а також зі зменшенням вимірності надгратки GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As. Досліджено також температурну залежність електропровідності для різних параметрів таких систем.

Ключові слова: квантова точка, надгратка, електронні стани, густина станів, електрична провідність.

Стаття поступила до редакції 09.08.2016; прийнята до друку 30.08.2016.

# Вступ

Створення штучних матеріалів із заданими фізичними властивостями, які не можуть бути знайдені в природі, є однією з найважливіших задач сучасної науки і техніки. Сучасні технології наноматеріалів дозволяють створювати штучні матеріали з сотень і навіть тисяч нанорозмірних будівельних блоків з надзвичайно різноманітною структурою. Одним з найбільш перспективних таких будівельних блоків є напівпровідникові квантові точки, які часто називають "штучними атомами" через дискретний енергетичний спектр елементарних збуджень таких як електрони (дірки), екситони [1-3].

Значний інтерес до квантових точок в останні десятиліття пояснюється їхніми унікальними фізичними властивостями [4-7] і можливістю їх зміни шляхом варіювання формою і розмірами квантових точок.

Взаємодія квантових точок (КТ) між собою і зовнішніми електромагнітними полями [8-11] залежить від розмірів і геометрії квантових точок. Ці залежності знайшли застосування в різних електронних і оптоелектронних пристроях, у тому числі в лазерах [12-14], однофотонних джерелах [15-17], сонячних елементах [18-20] та фотоприймачах [21-23].

Теоретичні моделі, які використовуються до цих пір для обчислення електричної провідності у масивах квантових точок, часто ґрунтуються на припущенні, що величина проникнення хвильової функції електрона КТ у матрицю така, що зберігає дискретність рівнів енергії квантової точки Зазначене вище наближення є незастосовно до тривимірних масивів квантових точок, які були синтезовані останнім часом. Невелика відстань між квантовими точками і зменшення величини радіуса КТ призводять до розщеплення рівнів енергії і формування серії тривимірних мінізон. Зупинимося коротко на аналізі результатів деяких теоретичних робіт, які стосуються надґраткових систем.

роботах [24-26], використовуючи моделі У електрона прямокутних ефективних мас та електронної потенціалів, розвинуто теорію динамічної провідності для багатобар'єрних резонансно-тунельних структур як плоскої, так і циліндричної форм. Досліджено залежності коефіцієнта прозорості і провідності наносистеми від енергії електронів та частоти електромагнітного поля. Показано як властивості активної провідності можуть бути використані для експериментальної оцінки резонансних енергій та резонансних ширин електронних квазістаціонарних станів.

У роботі [27] досліджувалась надгратка

вертикально зв'язаних КТ GaAs в матриці  $Al_xGa_{1-x}As$ , розташованих вздовж еліптичного квантового дроту. Показано, що енергетичний спектр електрона у надгратках з КТ є рядом мінізон енергій, а положення та кількість цих мінізон визначаються розмірами КТ; ширина дозволених мінізон – товщиною і висотою потенціальних бар'єрів.

Оптичні властивості надграток сферичних квантових точок досліджувались у роботі [28]. Розглянуто вплив поляризації падаючого світла на коефіцієнт поглинання світла масивом одновимірних упорядкованих ланцюжків сферичних КТ. В ході дослідження розраховано енергетичний спектр електрона для 1*s*- та трьох 1*p*-підзон для різних радіусів КТ та концентрацій Аl в матриці Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As.

У роботах [29, 30] запропоновано теоретичні моделі для тривимірних надграток кубічної і тетрагональної квантових точок InAs/GaAs та Ge/Si. Досліджувались електронний і фононний спектри таких надграток, густини електронних станів, тензор ефективної маси та провідність. Встановлено, що властивості тривимірних надграток квантових точок більш чутливі до міжточкової відстані, ніж до форми точок.

У пропонованій роботі побудована модель надграток  $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ різної вимірності сферичних квантових точок. Досліджено енергетичний спектр системи (основний і перші збуджені стани). Отримано та проаналізовано залежності електропровідності від положення квазірівня Фермі для надграток різної вимірності.

#### I. Постановка задачі

Розглянемо надгратки сферичних квантових точок (НГСКТ) різної вимірності. Якщо відстані  $d_x, d_y$  між ланцюжками КТ настільки великі, що квантові точки сусідніх ланцюжків можна вважати невзаємодіючими, то таку структуру називатимемо системою одновимірних надграток (1D) напівпровідникових сферичних квантових точок (рис. 1,*a*).

Елементарна комірка надгратки має вигляд відрізка, що дорівнює  $\begin{vmatrix} \mathbf{r} \\ a_3 \end{vmatrix}$  – відстані між центрами КТ у напрямку осі Оz. У випадку, коли в одній

площині (наприклад Oyz) сусідні ланцюжки вважати взаємодіючими, а в третьому напрямку (Ox) – невзаємодіючими, то говоримо про двовимірну надгратку (2D) напівпровідникових сферичних квантових точок (рис. 1, б). У випадку 2D-надґратки елементарна комірка має вигляд прямокутного паралелепіпеда. 3D-надґраткою вважаємо систему, в якій елементарною коміркою є прямокутна призма.

Дослідимо електричні властивості описаних вище систем. Енергетичний спектр зарядів у періодичних системах сферичних квантових точок та методи його дослідження в заданих квантоворозмірних системах розглянуті в роботі [31].

Для створення напрямленого потоку носіїв заряду в зоні провідності необхідно порушити симетрію функції розподілу [32], тобто вивести систему зарядів з рівноважного стану. Цього можна досягти, помістивши систему у зовнішнє електричне поле. Відомо, що напрямлений потік заряджених частинок створює струм. Його характеризують вектором густини струму:

$$\mathbf{j} = \frac{e^2 t\left(T\right)}{4p^3} \int \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial E} \left[\mathbf{v}, \tilde{\mathbf{N}}_r j\right] d\mathbf{k} , \qquad (1)$$

в якому враховано, що  $\tilde{N}_{r}E_{F} = 0$  ( $E_{F}$  – енергія Фермі), а температура кожної точки його однакова –  $\tilde{N}_{r} \ln T = 0$ . Час релаксації t(T) характеризує швидкість відновлення порушеного полями рівноважного стану. Напруженість зовнішнього електростатичного поля виражено через скалярний потенціал:  $E = -\tilde{N}_{r} \phi$ .

Для функції розподілу Фермі-Дірака, що міститься у формулі (1),

$$\frac{\partial f}{\partial E} = -\frac{\exp\left[\frac{E(\mathbf{k}) - E_F}{k_B T}\right]}{\left\{\exp\left[\frac{E(\mathbf{k}) - E_F}{k_B T}\right] + 1\right\}^2} \frac{1}{k_B T}, \quad (2)$$

При обчисленні тензора провідності у надгратці GaAs/AlAs з квантовими точками врахуємо внесок усіх мінізон в зону провідності структури

$$\sigma = \sum_{n} \sigma^{(n)} , \qquad (3)$$

де компоненти тензора згідно (1)-(2) представляться



Fig. 1. Geometric scheme of one- and two-dimensional superlattices of the spherical quantum dots.

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \frac{e^{2}\tau(T)}{4\pi^{3}k_{B}T} \iiint_{BZ} v_{i}^{(n)}(k_{1},k_{2},k_{3})v_{j}^{(n)}(k_{1},k_{2},k_{3}) \frac{\exp\left[\frac{E^{(n)}(k_{1},k_{2},k_{3}) - E_{F}}{k_{B}T}\right]}{\left\{\exp\left[\frac{E^{(n)}(k_{1},k_{2},k_{3}) - E_{F}}{k_{B}T}\right] + 1\right\}^{2}} dk_{1}dk_{2}dk_{3}, \quad (4)$$

У формулах (1), (4) введено позначення: е – заряд електрона,  $k_B$  – стала Больцмана, T – температура,  $v_{i}^{(n)}(k_{1},k_{2},k_{3})$  – *j*-складова вектора групової швидкості електрона *n*-підзони, а  $k(k_1, k_2, k_3)$  – хвильовий вектор електрона. Інтегрування в (4) здійснюється по всій квазізоні Бріллюена.

Більшість авторів для простоти припускають, що час релаксації  $\tau_0$  є сталим [29] і рівним, наприклад,  $\tau_0 = 10^{-12} c$  [33]. При невеликих змінах температури таке припущення є обґрунтованим у першому наближенні. Однак, результати досліджень n-GaAs [34] показують значну нелінійну зміну часу релаксації з температурою. Так, для кімнатної температури T=300 К  $\tau_0 = 0,66$  пс, тоді як для T = 40 К –  $\tau_0 = 55$  пс. Тому далі в роботі розрахунки проводились з врахуванням залежності  $\tau = \tau(T)$ .

3 формули (4) видно, що групова швидкість, дисперсія електронів і положення квазірівня Фермі визначають тензор електропровідності. Групова швидкість електрона, яка явно входить у рівність (4), визначається мінізоною структури та відповідним законом дисперсії електрона. Для того, щоб знайти енергетичний спектр і хвильові функції електрона НГСКТ, необхідно розв'язати рівняння Шредінгера з враховує гамільтоніаном, який періодичний потенціал надгратки [28]. Тому в роботі спочатку обчислено енергії та хвильові функції основного (s-) та перших збуджених станів (p<sub>x</sub>-, p<sub>y</sub>-, p<sub>z</sub>-) станів електрона в ізольованій КТ. Для НГСКТ з врахуванням можливості перемішування станів отримуємо s-подібну та три p (p1, p2, p3) – подібні електрона 3 енергіями підзони  $E^{(n)} = E^{(n)}(k_1, k_2, k_3), \quad n = 1, 2, 3, 4.$  Компоненти швидкості  $v_i^{(n)}(k_1,k_2,k_3)$  *п*-ої підзони записуються у вигляді

$$v_{i}^{(n)}(k_{1},k_{2},k_{3}) = \frac{1}{\mathbf{h}} \frac{\partial E^{(n)}(k_{1},k_{2},k_{3})}{\partial k_{i}},$$
 (5)

де  $E^{(n)}(k_1,k_2,k_3)$  – власні значення оператора Шредінгера для НГСКТ [28]. Обчислимо спочатку

швидкість електрона у підзоні як функцію, наприклад, k<sub>3</sub>-складової хвильового вектора для 1D-, 2D-, 3D-надграток сферичних КТ. У випадку 3Dнадгратки це буде  $v_3^{(n)}(0,0,k_3)$ , а для 2D-надгратки  $-v_{3}^{(n)}(0,k_{3}).$ 

٦

#### **II.** Аналіз отриманих результатів

Конкретні числові розрахунки проведено для надграток гетеросистеми  $GaAs/Al_xGa_{1-x}As$  [28]. Розглянуто три випадки, коли матриця Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As містить систему 1D- чи 2D-надґраток або 3Dнадгратку. Для простоти вважаємо, що у надгратках відстані між КТ є однакові. Зокрема, для 2Dнадгратки  $a_1 = a_2 \equiv a$ , для 3D-надгратки

$$a_1 = a_2 = a_3 \equiv a \; .$$

На рис. 2 представлено залежності компонент групової швидкості електронів в надґратках GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As різної вимірності від хвильового вектора при різних концентраціях алюмінію х в матриці. Суцільна лінія відповідає концентрації x = 0, 3, а штрихова – x = 0, 4. Нехай радіуси точок, що утворюють квантових надгратку 0 дорівнюють R = 60 A, а відстані між ними d = 6 A. За таких умов у електрона існують зв'язані стани sта р-типу. Видно, що групова швидкість при заданій величині хвильового вектора електрона сильно залежить від індексу мінізони. Для електронів sмінізони характер кривої  $v^{(1s)} = v^{(1s)}(k_3)$  зі зміною вимірності системи не змінюється, а додатній максимум швидкості найменший для 3D-надґратки, а найбільший – для 1D-надґратки. Отриманий результат можна зрозуміти, якщо прийняти до уваги, закон дисперсії електронів 1*s*-підзони для досліджуваних надграток. Функція  $E^{(1s)} = E^{(1s)}(k)$ для додатних значень проекцій хвильового вектора є монотонно зростаючою і для більшої вимірності надгратки є більш плавною. Зменшення концентрації Al (зменшення розриву зони провідності) призводить до того, що групова швидкість при певних значеннях хвильового вектора стає рівною нулеві і навіть змінює свій знак. Аналогічно поводить себе



**Fig. 2.** Electron group velocity in 3D- (*a*), 2D- ( $\delta$ ), 1D- (*b*) GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As superlattices of the spherical quantum dots at different aluminum concentration *x* for *s*-, *p*<sub>1</sub>-, *p*<sub>2</sub>-, *p*<sub>3</sub> - subbands: *x*=0.3 - solid curves

$$(s, p_1, p_2, p_3), x=0.4$$
 – dashed curves  $(s', p'_1, p'_2, p'_3)$ .

швидкість електрона *p*<sub>1</sub>-мінізони.

Отримані значення групової швидкості дають можливість визначити рухливість електронів, а отже електропровідність системи. На рис. З зображено залежність питомої електропровідності електронів в тривимірній надгратці GaAs/AlAs від положення квазірівня Фермі  $E_F$ . На рис. З, *а* суцільна крива відповідає радіусу сферичних квантових точок **о о** R = 30 A, а штрихова – R = 25 A. Незначне

збільшення радіусу КТ надгратки GaAs/AlAs до 35 A приводить до виникнення у КТ зв'язаного d-стану, тому виникають підзони d-типу (рис. 3 $\delta$ ).

0

Як видно з формули (3), повний тензор провідності (криві 1 і 2 на рис. 3, а, суцільна крива на рис. 3 $\sigma$ ) залежно від величини  $E_F$  містить внески *s*-мінізони або трьох *p*-мінізон. Всі криві залежностей мають яскраво виражений максимум, причому піки компонент різні за висотою і знаходяться всередині



Fig. 3. Electrical conductivity in GaAs/AlAs 3D-superlattice at T = 77 K and different radii of spherical quantum



**Fig. 4.** Electrical conductivity in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As 3D-superlattice at R = 60 Å, T = 77 K and different aluminum concentration x: 1 - x = 0.3, 2 - x = 0.4.

кожної мінізони, тоді як максимум сумарної провідності відповідає центру мінізони. Зменшення радіуса КТ (штрихова крива 2 на рис. 3,*a*) спричиняє збільшення провідності надгратки.

Аналогічно до збільшення провідності надґратки GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As призводить зменшення концентрації Al в матриці (суцільна крива 1 на рис. 4). На рис. 4 суцільні криві відповідають концентрації x = 0,3, а штрихові – x = 0,4.

Для дослідження впливу вимірності надгратки на

її провідність вважаємо, що у випадку 2D-надграток, в матриці поміщена система провідних площин з максимальною лінійною густиною (р<sub>лін</sub> ). Коли ж матриця містить 1D-надгратки, то вона набором характеризується квантових дротів 3  $(\rho_{\text{пов}}^{\text{макс}}).$ поверхневою густиною Розрахунки показують, що у випадку провідних площин, які складаються з КТ радіусом



Fig. 5. Electrical conductivity in GaAs/AlAs superlattices of different dimention at T=77 K and different radii of spherical quantum dots: 1 - R = 30 Å, 2 - R = 25 Å.



**Fig. 6.** Electrical conductivity in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As superlattice of different dimension at R = 60 Å, T = 77 K and different aluminum concentration *x*: 1 - x = 0.3, 2 - x = 0.4.



Fig. 7. Electrical conductivity in GaAs/AlAs superlattice at different temperatures and different radii of spherical quantum dots: solid curve – R = 30 Å, dashed curve – R = 25 Å.

$$R = 60 \text{ A}, \ \rho_{\Pi \text{iH}}^{\text{MaKC}} = 0,79 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1} \qquad (R = 30 \text{ A}, \ \rho_{\Pi \text{iH}}^{\text{MaKC}} = 1,52 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1};$$



Fig. 8. Electrical conductivity in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As superlattice at different temperatures and different aluminum concentration x: solid curve -x = 0.3, dashed curve -x = 0.4.

$$R = 25 \text{ A}, \ \rho_{\text{JiH}}^{\text{Makc}} = 1,79 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1}$$

Натомість для випадку квантових дротів поверхнева густина  $\rho_{\text{пов}}^{\text{макс}}$  приймає значення 0, 63 · 10<sup>16</sup> м<sup>-2</sup>; 2, 30 · 10<sup>16</sup> м<sup>-2</sup>; 3, 19 · 10<sup>16</sup> м<sup>-2</sup> для **о о о** відповідних радіусів R = 60 A, 30 A, 25 A.

Як видно з рис. 5, при заданих величинах  $\rho_{\pi i \mu}$ ,

ρ<sub>ПОВ</sub> зменшення вимірності НГСКТ призводить до збільшення електронної провідності. Позначення кривих аналогічні рис. 3. Так при температурі азоту і

радіусі квантових точок R = 30 А (рис. 5) максимум повної провідності 3D-надгратки GaAs/AlAs приймає значення 1,00·10<sup>6</sup> См/м і зростає до 1,99·10<sup>6</sup> См/м для 2D-надгратки і 4,10·10<sup>6</sup> См/м для 1D-надгратки. Таким чином, зменшенням вимірності надгратки від 3D- до 1D- за умови, що x=1, можна досягнути збільшення провідності в 4,10 рази. При концентрації алюмінію x=0,3 в надгратці GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As (рис. 6) зміною вимірності системи досягається збільшення провідності в 4,86 рази (від 0,22·10<sup>6</sup> См/м для 3Dнадгратки до 1,07·10<sup>6</sup> См/м для 1D-надгратки).

Попередні обчислення проводилися при азотній температурі T = 77 К. На рис. 7, 8 зображено залежності питомої провідності від положення квазірівня Фермі для різних температур: T = 300 К, T = 77 К та T = 40 К. З рисунків видно, що провідність систем сильно залежить від температури: зменшення температури веде до зростання провідності. Це пов'язано з тим, що незначний ріст провідності при сталому часі релаксації різко змінюється з врахуванням  $\tau(T)$  у формулі (4).

#### Висновки

Отже, в даній роботі обчислено провідність напівпровідникової системи сферичних квантових точок GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As різної вимірності, в залежності від енергії рівня Фермі та температури, концентрації алюмінію в матриці. Отримані результати дають змогу зробити наступні висновки.

Групова швидкість електронів в надгратці GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As при заданому хвильовому векторі електрона сильно залежить від індексу мінізони. Зменшення радіусу КТ, як і збільшення концентрації алюмінію в матриці, призводить до росту групової швидкості. Зміна знаку групової швидкості окремих мінізон зумовлена поведінкою ізоенергетичних поверхонь цих мінізон.

Обчислено провідність, що містить внески *s*- і трьох *p*-мінізон для заданих параметрів системи. Криві залежностей компонент провідності від положення квазірівня Фермі мають яскраво виражений максимум біля країв мінізон, тоді як максимум сумарної провідності знаходиться практично по центру мінізони. Зменшення радіуса КТ та концентрації алюмінію веде до збільшення повного тензору провідності.

Ріст електропровідності спостерігається також і зі зменшенням вимірності надґратки GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As. Так при сталій концентрації алюмінію (x < 1) спостерігається більший ріст провідності, ніж у надґратці GaAs/AlAs, хоча по абсолютній величині провідність все ж залишається меншою, ніж для концентрації x = 1.

Досліджено також температурну залежність електропровідності для різних параметрів системи GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As. Зі зменшенням температури спостерігається різке зростання провідності, яке

підсилюється врахуванням залежності від температури і часу релаксації, чого не було в інших авторів. Це дало можливість врахувати при обчисленні провідності вплив фононної та домішкової підсистеми.

Таким чином, в роботі показано, що зміна параметрів надґратки та її складових квантових точок дозволяє змінювати електропровідність. Зменшивши радіус та відстань між КТ, підвищуємо рухливість електронів і провідність надґратки. Внаслідок оптимізації параметрів надґратки з квантовими точками GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As можна отримати максимальну електропровідність розглядуваних структур.

Бойчук В.І. - доктор фізико-математичних наук, професор кафедри теоретичної фізики, директор Інституту фізики, математики, економіки та інноваційних технологій;

*Білинський І.В.* - кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної фізики;

**Пазюк Р.І.** - старший викладач кафедри інформатики та обчислювальної математики.

- [1] I.D. Rukhlenko, et al, Opt. Express 17, 17570 (2009).
- [2] X. L. Wu & F.S. Xue, Appl. Phys. Lett. 84, 2808 (2004).
- [3] O. B. Shchekin, G. Park, D.L. Huffaker, D.G. Deppe, Appl. Phys. Lett. 77, 466 (2000).
- [4] A.V. Fedorov, I. D. Rukhlenko, A.V. Baranov, S.Y. Kruchinin, Optical Properties of Semiconductor Quantum Dots (Nauka, St. Petesburg, 2011).
- [5] Y. Masumoto, T. Takagahara (Eds.), Semiconductor Quantum Dots (Springer- Verlag, Berlin, 2002).
- [6] S.M. Reimann, M. Manninen, Rev. Mod. Phys.74, 1283 (2002).
- [7] A. D. Yoffe, Advances Phys. 50, 1 (2001).
- [8] I. D. Rukhlenko et al., Opt. Express 20, 27612 (2012).
- [9] A.S. Baimuratov, V.K. Turkov, I.D. Rukhlenko, A.V. Fedorov, Opt. Lett. 37, 4645 (2012).
- [10] D. Press, T.D. Ladd, , D. P. Y. Yamamotol, B. Zhang, Nature 456, 218 (2008).
- [11] A.V. Baranov, A.V. Fedorov, I.D. Rukhlenko, Y. Masumoto, Phys.Rev. B 68, 205318 (2003).
- [12] A.J. Shields, Nat. Photon. 1, 215 (2007).
- [13] K.J. Vahala, Nature 424, 839 (2003).
- [14] V.I. Klimov, A.A. Mikhailovsky, S. Xu, A. Malko, Science 290, 314 (2000).
- [15] Z.L. Yuan et al., Science 295, 102 (2002).
- [16] A.J. Bennett et al., Appl. Phys. Lett. 86, 181102 (2005).
- [17] P. Michler et al., Science 290, 2282 (2000).
- [18] K. Tanabe, K. Watanabe, Y. Arakawa, Scientific Rep. 2, 349 (2012).
- [19] J. Jasieniak, B.I. MacDonald, S. E. Watkins, P. Mulvaney, Nano Lett. 11, 2856 (2011).
- [20] I. Gur, N.A. Fromer, M.L. Geier, A.P. Alivisatos, Science 310, 462 (2005).
- [21] P. Prabhakaran, W.J. Kim, , K.-S. Lee, P.N. Prasad, Opt. Mater. Express 2, 578 (2012).
- [22] S.A. McDonald et al., Nat. Mater. 4, 138 (2005).
- [23] D. Qi, M. Fischbein, M. Drndic, S. Selmic, Appl. Phys. Lett. 86, 093103 (2005).
- [24] N.V. Tkach, Yu.A. Sety, Fyz. tekhn. polupr. 45, 387 (2011).
- [25] M.V. Tkach, Ju.O. Seti, O.M. Voitsekhivska, G.G. Zegrya, Rom. J. Phys. 57, 620 (2012).
- [26] Ju.O. Seti, M.V. Tkach, I.V. Boyko, J. Optoelectron. Adv. Mater. 14, 393 (2012).
- [27] V.A. Holovatsky, V.I. Gutsul, O.M. Makhanets, Rom. Journ. Phys. 52, 327 (2007).
- [28] V.I. Boichuk, I.V. Bilynskyi, R.I. Paziuk Zhurnal fizychnykh doslidzhen 19(1/2), 1601 (2015).
- [29] O.L. Lazarenkova, A.A. Balandin, Journal of Applied Physics 89(10), 5509 (2001).
- [30] [30]. O.L. Lazarenkova, A.A. Balandin Electron and phonon energy spectra in a three-dimensional regimented quantum dot superlatice, Phys. Rev. B 66, 245319 (2002).
- [31] V.I. Boichuk, I.V. Bilynskyi, R.I. Paziuk, I.O. Shakleina, Fizyka i khimiia tverdoho tila 10(4), 752 (2009).
- [32] V. Boichuk, Osnovy teorii tverdoho tila: navchalnyi posibnyk (Kolo, Drohobych, 2010).
- [33] J. Singh, Physics of Semiconductors and Their Heterostructures, McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering(New York, 1993).
- [34] K. Zeeher, Fyzyka poluprovodnykov (Myr, Moskva, 1977).

### V.I. Boichuk, I.V. Bilynskyi, R.I. Pazyuk

# The Electrical Conductivity in Superlattices of Spherical Quantum Dots

Ivan Franko Drohobych State Pedagogical University, 3 Stryis'ka St., Drohobych, 82100, Ukraine

We investigate the electrical properties of semiconductor spherical GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As quantum-dot systems of different dimensionality depending on the Fermi level position and temperature, and concentration of aluminum in the matrix. We obtained the dependences of electron group velocity on electron miniband index. Decreasing of the quantum dot radius as well as increasing of aluminum concentration in the matrix leads to rising of group velocity. The group-velocity sign change is caused by the behavior of equipotential surfaces of these minibands. We calculated the conductivity which contains contributions of *s*- and three *p*-minibands at given parameters of the system. Its maximum is located near the miniband center. The increase of electrical conductivity is observed with reducing of quantum-dot radius and aluminum concentration and also with decreasing of dimensionality of the GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As superlattice. We also investigated the temperature dependence of electrical conductivity at various parameters of these systems.

Key words: quantum dot, superlattice, electronic states, density of states, electrical conductivity.