

# Нелинейные эффекты в распространении радиоволн в металлах (Обзор)

В.Г. Скобов

*Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ»  
ул. проф. Попова, 5, г. Санкт-Петербург, 197376, Россия*

А.С. Чернов

*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
Каширское шоссе, 31, г. Москва, 115409, Россия  
E-mail: chernov@theor.mephi.ru*

Статья поступила в редакцию 14 марта 2011 г.

Описаны основные результаты работ по изучению влияния нелинейности на прохождение радиоволн через металлы, находящиеся в постоянном магнитном поле. Захват носителей магнитным полем волны большой амплитуды приводит к подавлению бесстолкновительного поглощения и к возможности распространения в металлах волн различного типа. В меди в геометрии, когда на ферми-поверхности имеются открытые орбиты, препятствующие распространению волн, становится возможным распространение геликонов. В цинке, в котором в линейном режиме циклотронное поглощение дырками существует при всех длинах волн, уменьшение этого поглощения делает возможным распространение электронного доплерона. В благородных металлах и металлах третьей группы в области слабых полей, где в линейном режиме какие-либо волны отсутствуют, становится возможным распространение нелинейных волн нового типа, не имеющих аналогов в линейном режиме. Многократные отражения нелинейных волн от внутренних поверхностей металлической пластины приводят к установлению стоячих волн в образце. При этом в зависимости поверхностного сопротивления образца от постоянного магнитного поля появляются резонансные максимумы. В максимумах коэффициент прозрачности металла по отношению к радиоизлучению может увеличиваться на один-два порядка.

Описано основні результати робіт по вивченню впливу нелінійності на проходження радіохвиль через метали, що знаходяться в постійному магнітному полі. Захоплення носіїв магнітним полем хвилі великої амплітуди призводить до пригнічення беззіттовхувального поглинання і до можливості поширення в металах хвиль різного типу. У міді в геометрії, коли на фермі-поверхні є відкриті орбіти, які перешкоджають поширенню хвиль, стає можливим поширення геліконів. У цинку в лінійному режимі циклотронне поглинання дірками існує при усіх довжинах хвиль, зменшення цього поглинання робить можливим поширення електронного доплерона. У благородних металах і металах третьої групи в області слабких полів, де в лінійному режимі які-небудь хвилі відсутні, стає можливим поширення нелінійних хвиль нового типу, що не мають аналогів в лінійному режимі. Багатократні віддзеркалення нелінійних хвиль від внутрішніх поверхонь металевої пластини призводять до встановлення стоячих хвиль в зразку. При цьому в залежності поверхневого опору зразка від постійного магнітного поля з'являються резонансні максимуми. У максимумах коефіцієнт прозорості металу по відношенню до радіовипромінювання може збільшуватися на один-два порядку.

PACS: 72.20.Ht Сильное поле и нелинейные эффекты.

Ключевые слова: металлы, радиоволны, бесстолкновительное поглощение, нелинейность.

Содержание

1. Введение .....	1137
2. Нелинейные волны в меди в геометрии $\mathbf{H} \parallel \mathbf{k} \parallel [110]$ .....	1138
2.1. Модель поверхности Ферми и нелокальная проводимость .....	1138
2.2. Нелинейный геликон .....	1139
2.3. Нелокальная нелинейная волна .....	1141
3. Нелинейный доплерон в цинке .....	1142
4. Нелинейные волны в алюминии в геометрии $\mathbf{H} \parallel \mathbf{k} \parallel [100]$ .....	1144
5. Нелинейные эффекты в висмуте .....	1145
5.1. Нелинейный геликон .....	1145
5.2. Нелинейный геликон-фононный резонанс .....	1146
6. Заключение .....	1147
Литература .....	1147

1. Введение

Фазовая скорость радиоволн в металлах много меньше скоростей электронов. Поэтому распространение радиоволн при низких температурах происходит в условиях сильного бесстолкновительного поглощения волн носителями, движущимися в фазе с волной. Это поглощение, аналогичное затуханию Ландау, препятствует распространению волн и приводит к аномальному скин-эффекту [1]. Наличие постоянного магнитного поля  $\mathbf{H}$  изменяет ситуацию. Константинов и Перель показали [2], что при распространении вдоль  $\mathbf{H}$  затухание Ландау отсутствует, а циклотронное поглощение имеет порог по  $H$ , выше которого поглощения нет, и в металле могут распространяться волны, аналогичные «свистящим атмосферикам» в ионосфере. За их поляризацию эти волны стали называть «геликонами». Результаты [2] справедливы только для щелочного металла в случае, когда вектор  $\mathbf{H}$  перпендикулярен к поверхности образца. Канер и Скобов [3] показали, что в наклонном магнитном поле поглощение носителями, движущимися в фазе с волной, существует, хотя его величина и меньше, чем при  $H=0$ . В металлах с анизотропными поверхностями Ферми это бесстолкновительное поглощение, получившее название «магнитного затухания Ландау», присутствует даже при распространении волны вдоль  $\mathbf{H}$  [4]. Геликоны экспериментально наблюдались как в щелочных, так и в других металлах с неравными концентрациями электронов и дырок — меди, серебре, индии и алюминии. Многочисленные работы по изучению геликонов описаны в монографии Канера и Скобова [5].

В металлах с равными концентрациями электронов и дырок, в которых холловская проводимость мала, геликоны не существуют. В них могут существовать волны другого типа — доплероны. Их существование связано с фермиевским вырождением электронов, которое приводит к резкому краю в циклотронном поглощении. Последнее определяется электронами, удовлетворяющими условию

$$\omega_c = \omega + k\bar{v}_z, \quad (1)$$

$\mathbf{k}$  и  $\omega$  — вектор распространения и частота волны,  $\bar{v}_z$  — усредненная по циклотронному периоду скорость носителей вдоль  $\mathbf{H}$  (ось  $z$ ),  $\omega_c = eH/m_c c$  — циклотронная частота,  $m_c$  — циклотронная масса носителей,  $c$  — скорость света.

В правой стороне (1) стоит частота волны в системе координат, движущейся вдоль поля  $\mathbf{H}$  вместе с носителями, которые обуславливают бесстолкновительное поглощение, так что (1) представляет условие циклотронного резонанса, сдвинутого за счет эффекта Доплера. В металлах доплеровский сдвиг частоты  $k\bar{v}_z$  на порядки превосходит частоту  $\omega$ , так что (1) принимает вид  $\omega_c = k\bar{v}_z$ , или

$$k \frac{c}{eH} m_c \bar{v}_z = 1. \quad (2)$$

Величина  $2\pi m_c \bar{v}_z / eH$  представляет смещение носителей за циклотронный период, так что циклотронное поглощение определяется носителями, которые за циклотронный период смещаются на длину РЧ волны.

В щелочном металле со сферической поверхностью Ферми продольные скорости электронов не превышают скорости Ферми  $v_F$  и, следовательно, их смещения за циклотронный период не превосходят максимального смещения  $u = 2\pi p_F / eH$ , где  $p_F = m_c v_F$  — импульс Ферми. Значение магнитного поля  $H = H_L$ , соответствующее условию  $u = 2\pi / k$ , является порогом циклотронного поглощения. В области  $H > H_L$  максимальное смещение  $u < 2\pi / k$  и циклотронное поглощение отсутствует (именно в этой области полей и существует геликон). Наличие этого порога в поглощении получило название доплер-сдвинутого циклотронного резонанса (ДСЦР). В случае сферической поверхности Ферми ДСЦР обусловлен электронами опорной точки, продольные скорости которых  $v_z = v_F$ . Поперечные скорости этих электронов  $v_\perp \rightarrow 0$ , их число мало, и особенность поперечной проводимости оказывается слабой (типа  $x \ln x$ ). Поэтому роль ДСЦР в щелочном металле сводится к ограничению области существования геликона со стороны слабых магнитных полей. В металлах со сложными поверхностями

Ферми ДСЦР часто определяется носителями с орбитами конечного размера. Такие носители имеют большие поперечные скорости, их число значительно, и связанная с ДСЦР особенность является сильной (типа  $\ln x$  или  $1/\sqrt{x}$ ). В этих случаях ДСЦР проявляется как резонансный максимум поглощения при  $k = 2\pi/u$ , что ведет к сильной дисперсии диэлектрической проницаемости электронного газа в окрестности ДСЦР, которая и приводит к возможности распространения доплеронов.

Существование доплеронов было доказано в [6,7] по изучению ДСЦР в кадмии. Поверхность Ферми кадмия состоит из электронной «линзы» и дырочного «монстра», причем концентрации электронов и дырок равны. В геометрии, когда гексагональная ось кристалла и поле  $\mathbf{H}$  направлены вдоль нормали к поверхности образца, смещения и электронов, и дырок как функции  $p_z$  имеют максимумы; при этом максимальное смещение электронов почти в четыре раза больше максимального смещения дырок. В этой геометрии электронная часть проводимости имеет логарифмическую сингулярность, а дырочная — корневую. В результате в кадмии оказывается возможным распространение электронного и дырочного доплеронов. Поле электронного доплерона вращается в ту же сторону, что и электроны, а поле дырочного — в ту же сторону, что и дырки. Электронный доплерон существует в области, где бесстолкновительное поглощение полностью отсутствует, а дырочный — в области, где имеется циклотронное поглощение электронами, которое ослабляет дырочный доплерон.

Вслед за кадмием был изучен ДСЦР в меди в геометрии, когда ось кристалла  $[110]$  и поле  $\mathbf{H}$  ориентированы вдоль нормали к поверхности пластины [8]. В этой геометрии в меди имеется большая группа электронов с минимальным смещением за циклотронный период, которая обуславливает корневую сингулярность нелокальной проводимости. Дисперсия диэлектрической проницаемости в окрестности этого резонанса приводит к существованию электронного доплерона ниже порога геликона, в области значительного циклотронного поглощения. Поле этого доплерона вращается в направлении, противоположном направлению вращения поля геликона. Изучение ДСЦР в индии [9] и алюминии [10] показало, что в этих металлах также существуют доплероны, подобные доплеронам в меди. Результаты изучения ДСЦР в различных металлах, проведенные в семидесятые и восьмидесятые годы, изложены в обзоре [11].

В упомянутых выше работах изучалось проникновение радиоволн в металлы в линейном режиме, реализуемом при малых амплитудах возбуждающего поля. При переходе к нелинейному режиму Волошин и Фишер [12] обнаружили сильное возрастание амплитуды осцилляций импеданса пластины кадмия, обусловлен-

ных возбуждением дырочного доплерона. Объяснение этого эффекта было дано в работе [13]. Было показано, что при больших амплитудах магнитное поле волны «захватывает» электроны, ответственные за циклотронное поглощение дырочного доплерона, и эти электроны перестают эффективно поглощать энергию волны.

В девяностые и нулевые годы было теоретически изучено влияние нелинейности на распространение радиоволн в ряде металлов в случаях, когда в линейном режиме имеется сильное бесстолкновительное поглощение. Было показано [14–21], что при больших амплитудах возбуждающего поля подавляются все виды бесстолкновительного поглощения. При этом не только облегчается распространение геликонов и доплеронов, но и становится возможным распространение новых нелинейных мод, не имеющих аналогов в линейном режиме. Описанию основных результатов [14–21] и посвящен настоящий обзор.

Благоприятными объектами для наблюдения нелинейных эффектов являются благородные металлы (Cu, Ag, Au) и металлы третьей группы — алюминий и индий [16]. Для этого имеются две причины. Во-первых, длина пробега носителей в них велика, так что нелинейный режим реализуется при умеренных амплитудах возбуждающего поля. Во-вторых, ферми-поверхности этих металлов таковы, что при определенных ориентациях поля  $\mathbf{H}$  относительно осей кристалла большая часть носителей не участвует в циклотронном поглощении, т.е. это поглощение в них уже ослаблено. Такая ситуация имеет место в благородных металлах в геометрии  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{k} \parallel [110]$ , а также в индии и алюминии в геометрии  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{k} \parallel [100]$ .

## 2. Нелинейные волны в меди в геометрии $\mathbf{H} \parallel \mathbf{k} \parallel [110]$

### 2.1. Модель поверхности Ферми и нелокальная проводимость

В геометрии  $\mathbf{H} \parallel [110]$  в меди имеются три группы носителей. В интервале значений продольного импульса  $|p_z| < p_1 = 0, 2\hbar \text{ \AA}^{-1}$  находится слой дырочных орбит типа «собачьей кости». В интервалах  $p_z$ , определяемых неравенствами  $p_1 < |p_z| < p_2 = 0, 8\hbar \text{ \AA}^{-1}$ , находятся замкнутые электронные орбиты. Наконец, в двух узких интервалах, где  $p_2 < |p_z| < p_3$ , находятся открытые орбиты. Поперечные сечения, отделяющие электронные орбиты от дырочных и открытых, проходят через седловые точки. Это означает, что  $\partial S / \partial p_z \rightarrow \infty$  при  $p_z \rightarrow p_1$  и  $p_z \rightarrow p_2$ , где  $S(p_z)$  — площадь сечения ферми-поверхности плоскостью  $p_z = \text{const}$ . Отсюда следует, что функция  $\partial S / \partial p_z$  имеет минимум в интервале между  $p_1$  и  $p_2$ . Этот вывод подтверждается численными вычислениями  $S(p_z)$  и  $\partial S / \partial p_z$ , выполненными для меди Пауэллом (частное сообщение в [22]). Для описания нелинейных эф-

фехтов в [16] использовалась модель [8], в которой замкнутые электронные и дырочные орбиты принимаются круговыми, а зависимость  $S$  от  $p_z$  имеет вид

$$S_h(p_z) = S_1 \left[ a - \left( 1 - \frac{p_z^2}{p_1^2} \right)^{1/2} \right], \quad |p_z| < p_1, \quad (3)$$

$$S_e(p_z) = S_0 - \pi p (p_2 - p_1) \times \\ \times \arcsin \left( \frac{2|p_z| - p_1 - p_2}{p_2 - p_1} \right), \quad p_1 < |p_z| < p_2, \quad (4)$$

$a = 3,3$ ,  $p = 0,6 \hbar \text{ \AA}^{-1}$ ,  $S_0 = 4S_1 = 4 \hbar^2 \text{ \AA}^{-2}$ , графики  $S_e$  и  $S_h$ , даваемые (3) и (4), очень близки к полученным Пауэллом. Отметим, что  $\partial S_h / \partial p_z$  монотонно возрастает от нуля до бесконечности, в то время как  $|\partial S_e / \partial p_z|$  имеет минимум, в котором ее значение равно  $2\pi p$ .

В этой модели вклады электронов и дырок в нелокальную проводимость даются формулами

$$\sigma_{\pm}^{(j)}(q) = \sigma_{xx}^{(j)}(q) \pm i\sigma_{yx}^{(j)}(q) = \pm \frac{ec}{H(2\pi\hbar)^3} \int dp_z S_j(p_z) \times \\ \times \left( 1 + \frac{kc}{2\pi eH} \frac{\partial S_j}{\partial p_z} \pm i\theta_j \gamma_j \right)^{-1}, \quad (5)$$

$$\gamma_j = v_j / \omega_{cj}, \quad j = e, h, \quad \theta_e = 1, \quad \theta_h = -1,$$

$v_j$  — частоты столкновений носителей с рассеивателями.

Подстановка (4) в (5) и интегрирование по  $p_z$  дают для электронной части проводимости выражение

$$\sigma_{\pm}^{(e)}(k, \omega, H) = i \frac{n_e ec}{HI_{\pm}} \times \\ \times \left( 1 - \frac{q^2}{\sqrt{q^2 - 1}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{q^2 - 1}} \right), \quad (6)$$

$$q = \frac{kcp}{eHI_{\pm}}, \quad I_{\pm} = \pm 1 + \frac{\omega + iv_e}{\omega_{ce}}, \quad (7)$$

$n_e$  — концентрация электронов, параметр  $p$  определяет минимальное смещение за циклотронный период  $u_e = 2\pi cp / eH$ . Поскольку нас интересует случай  $\omega_{ce} \gg \omega$ ,  $v_e$ , то в дальнейшем мы будем считать  $I_{\pm} = \pm 1$ . Важно, что величина  $\sigma_{\pm}^{(e)}$  является мнимой при  $q^2 > 1$  и, следовательно, в этой области циклотронное поглощение электронами отсутствует. Это есть следствие того, что функция  $\partial S / \partial p_z$  имеет минимум, и при  $q^2 > 1$  среди электронов нет таких, которые удовлетворяли бы условию циклотронного поглощения  $kv_z = \omega_{ce}$ .

Выражение для дырочной части проводимости  $\sigma_{\pm}^{(h)}(k, \omega, H)$  является весьма громоздким. Ниже мы

рассмотрим предельные случаи больших и малых  $q$ . Поэтому нам потребуются только асимптотические выражения для  $\sigma_{\pm}^{(h)}$  в этих случаях, которые имеют вид

$$\sigma_{\pm}^{(h)}(k, \omega, H) = \frac{n_h ec}{H} (\mp i + 2q^2), \quad q^2 \ll 1, \quad (8)$$

$$\sigma_{\pm}^{(h)}(k, \omega, H) = \frac{n_h ec}{H} \left( \frac{1}{q} \mp \frac{i}{q^2} \right), \quad q^2 \gg 1. \quad (9)$$

Остается учесть вклад носителей на открытых орбитах. Поскольку постоянное магнитное поле не ограничивает движения таких носителей, их вклад в нелокальную проводимость оказывается таким же, что и в условиях аномального скин-эффекта при  $H = 0$ . Аппроксимируем открытую часть ферми-поверхности цилиндром с осью в направлении  $p_y$ . Тогда соответствующая проводимость имеет вид

$$\sigma_{xx}^{(0)} = \frac{2n_0 e^2}{m_0 v_0 k} \quad (10)$$

где индекс «0» отмечает величины, относящиеся к носителям на открытых орбитах. В меди, в геометрии  $\mathbf{H} \parallel [110]$ , концентрация  $n_0$  составляет  $0,04 n_e$ . Выражение (10) отличается от локальной проводимости  $\sigma_0^{(0)} = n_0 e^2 / (m_0 v_0)$  множителем  $2v_0 / (kv_0)$ , представляющим долю эффективных носителей.

## 2.2. Нелинейный геликон

Рассмотрим свойства моды, поле которой вращается в ту же сторону, что и электроны в магнитном поле (поляризация минус). При больших значениях  $H$  свойства моды хорошо описываются асимптотическим выражением  $\sigma_{-}$  при  $q^2 \ll 1$ . Подставляя соответствующие асимптотики для  $\sigma_{-}^{(e)}$ ,  $\sigma_{-}^{(h)}$  и выражение для  $\sigma_{xx}^{(0)}$  в дисперсионное уравнение, получим

$$k^2 c^2 = 4\pi\omega \left( \sigma_{-}^{(e)} + \sigma_{-}^{(h)} + \frac{1}{2} \sigma_{xx}^{(0)} \right). \quad (11)$$

Представим его в форме

$$q^2 = \xi \left[ 1 + 2i \left( \lambda q^2 + \frac{\lambda_0}{|q|} \right) \right], \quad (12)$$

где

$$\xi = \frac{4\pi\omega (n_e - n_h) p^2 c}{eH^3} \equiv \left( \frac{H_1}{H} \right)^3, \quad (13)$$

$$\lambda \simeq 1,3, \quad \lambda_0 \equiv \frac{p}{2m_0 v_0} \frac{n_0}{n_e - n_h} \simeq 0,05, \quad (14)$$

приведенное значение  $\lambda_0$  соответствует  $m_0 v_0 = 0,3 \hbar \text{ \AA}^{-1}$ . Приближенное решение (12) имеет вид  $q = q' + iq''$ , где

$$q' \simeq \sqrt{\xi}, \quad q'' \simeq \lambda \xi^{3/2} + \lambda_0. \quad (15)$$

Выражения (15) справедливы в области полей, где выполняются условия  $\xi \ll 1$  и  $q'' \ll q'$ , которые можно представить в форме

$$\lambda_0^2 < (H_1 / H)^3 \ll 1. \quad (16)$$

В этой области существует геликонная волна, волновой вектор и затухание которой даются выражениями

$$k_H = \frac{eH}{pc} q' = k_a \left( \frac{H_1}{H} \right)^{1/2}, \quad (17)$$

$$\kappa = \frac{eH}{pc} q'' = \frac{eH}{pc} \left[ \lambda \left( \frac{H_1}{H} \right)^{9/2} + \lambda_0 \right], \quad (18)$$

$$k_a = \left[ \frac{4\pi\omega (n_e - n_h) e^2}{pc^2} \right]^{1/3} = \frac{eH_1}{pc}, \quad (19)$$

значение  $k_a^{-1}$  порядка толщины аномального скин-слоя.

Величина  $\kappa$  немонотонно зависит от  $H$ . Первое слагаемое в (18), представляющее циклотронное поглощение электронами и дырками, быстро уменьшается с ростом  $H$ . Второе слагаемое, представляющее вклад носителей с открытыми орбитами (затухание Ландау), линейно растет с  $H$ . Поэтому  $\kappa$  имеет минимум при значении поля  $H_m \simeq 3H_1$ . Соответствующее значение  $\kappa$  велико:  $\kappa_m \simeq 0,2k_a$ . Другими словами, длина затухания геликона всего лишь в пять раз больше толщины аномального скин-слоя, так что его прохождение через образец не представляется возможным. Это соответствует эксперименту: в геометрии  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{k} \parallel [110]$  геликоны не наблюдаются [23].

В случае сильной нелинейности ситуация радикально меняется. Уравнение движения носителя с открытой орбитой запишем в системе координат, движущейся вдоль оси  $z$  с фазовой скоростью волны  $\omega/k$ . В этой системе электрическое поле отсутствует, магнитное поле волны стационарно, и уравнение движения частицы имеет вид

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{e}{c} \mathbf{v} \times (\mathbf{H} + \mathbf{H}_\omega(z)), \quad (20)$$

где точка сверху означает производную по времени,  $\mathbf{H}_\omega = \{H_\omega \cos(\omega t), H_\omega \sin(\omega t), 0\}$  — магнитное поле волны. Поскольку  $v_y = 0$  (цилиндрическая ферми-поверхность направлена вдоль оси  $p_y$  в  $\mathbf{p}$ -пространстве), то уравнения для  $\dot{v}_x$  и  $\dot{v}_z$  не содержат  $H$ :

$$\dot{v}_x = \frac{eH_\omega}{m_0c} \dot{v}_z \sin(kz), \quad \dot{v}_z = -\frac{eH_\omega}{m_0c} \dot{v}_x \sin(kz). \quad (21)$$

Нас интересуют носители с  $v_z \ll v_0$ . Для них  $v_x \simeq v_0$ , и уравнение движения вдоль оси  $z$  принимает вид

$$\ddot{z} = -\frac{\omega_0^2}{k} \sin(kz), \quad (22)$$

где

$$\omega_0^2 = kv_0\Omega, \quad \Omega = \frac{eH_\omega}{m_0c}. \quad (23)$$

Первый интеграл уравнения (22) имеет вид

$$(\dot{z})^2 = v_{z0}^2 + \frac{2\omega_0^2}{k^2} \cos(kz). \quad (24)$$

Из (24) следует, что носители, для которых  $v_{z0} > V \equiv \sqrt{2}\omega_0/k$ , совершают инфинитное движение вдоль оси  $z$ , а носители, для которых  $v_{z0} < V$ , захватываются полем волны и совершают колебательные движения с частотой порядка  $\omega_0$ . Первые называются пролетными, а вторые — захваченными. Поглощение зависит от величины  $\omega_0/v_0$ . При  $\omega_0 \ll v_0$  захвата не происходит и осуществляется линейный режим. В обратном случае,  $\omega_0 \gg v_0$ , доля носителей, порядка  $V/v_0$ , захватывается волной [24,13,25]. Из уравнений (23) следует соотношение  $v_x \dot{v}_x = -v_z \dot{v}_z$ , означающее, что колебания частицы вдоль оси  $z$  сопровождаются модуляцией скорости  $v_x$ . При этом осциллирующая добавка к  $v_x$  сдвинута по отношению к полю  $H_{\omega y}(z)$  по фазе на  $\pi/2$ . Ситуация напоминает ту, которая имеет место при движении частицы в высокочастотном ( $\omega \gg \nu$ ) электрическом поле. В отсутствие рассеяния ( $\nu \rightarrow 0$ ) частица не поглощает энергию поля. Поглощение обусловлено столкновениями частицы с рассеивателями, и в высокочастотном случае поглощение уменьшается в  $(1 + \omega^2/\nu^2)$  раз. Аналогично, поглощение волны захваченными носителями в нелинейном режиме должно уменьшаться в  $(1 + \omega_0^2/v_0^2)$  раз. Поэтому в случае сильной нелинейности  $\omega_0 \gg v_0$  формулу для проводимости можно получить, если нелокальную проводимость (10) умножить на отношение  $v_0^2/\omega_0^2$ . Этот результат аналогичен результатам для нелинейного магнитного затухания Ландау [24], для нелинейного циклотронного затухания дырочного доплерона в кадмии [13] и для нелинейного скин-эффекта [25].

В нелинейном режиме магнитное поле волны может захватывать носители не только с открытыми, но и с замкнутыми орбитами. Это означает, что в выражениях для  $\text{Re } \sigma_{\pm}^{(e)}$  и  $\text{Im } \sigma_{\pm}^{(h)}$  нужно ввести факторы  $v_e/\omega_0^{(e)}$  и  $v_h/\omega_0^{(h)}$ , описывающие подавление циклотронного поглощения электронами и дырками. Чтобы вычислить эти частоты, нужно сначала найти значения продольного импульса эффективных носителей  $p_{z0}^{(j)}$  из условия циклотронного поглощения (2), которое можно представить в форме

$$\frac{kc}{eH} \left( -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial S_j}{\partial p_z} \right) = 1. \quad (25)$$

Найденные значения  $p_{z0}^{(j)}$  следует подставить в формулу для частоты колебаний захваченных носителей [13]:

$$\omega_0^{(j)} = \frac{e}{mc} \left| HH_\omega \left( \frac{|S_j|}{\pi} \right)^{1/2} \frac{\partial^2 S_j}{\partial p_z^2} \frac{\partial S_j}{\partial p_z} \right|_{p_z=p_z^{(j)}}^{1/2}. \quad (26)$$

Это дает

$$\omega_0^{(j)} \simeq 1,7 \frac{e\sqrt{HH_\omega}}{cm_j} \left( \frac{H}{H_1} \right)^2, \quad j = e, h. \quad (27)$$

Частоты  $\omega_0^{(j)}$  отличаются от  $\omega_0$ . Их величина пропорциональна  $H^2$ , в то время как  $\omega_0$  не зависит от  $H$ . Теперь нужно ввести факторы  $v_j/\omega_0^{(j)}$  в  $\text{Re} \sigma_-^{(j)}$ , подставить  $\text{Re} \sigma_-^{(j)}$  в дисперсионное уравнение и решить последнее. Такие расчеты, выполненные в допущении, что  $m_e v_e = m_h v_h = m_0 v_0 \equiv mv$ , привели к следующему выражению для нелинейного затухания геликона [16]:

$$\kappa \simeq \frac{mv}{p} \sqrt{\frac{H_1}{H_\omega}} \left[ 0,6 \left( \frac{H_1}{H} \right)^{11/2} + 0,05 \left( \frac{H}{H_1} \right)^{5/4} \right]. \quad (28)$$

Первое слагаемое в квадратных скобках описывает циклотронное поглощение электронами и дырками, а второе — затухание Ландау, обусловленное носителями с открытыми орбитами. Затухание, даваемое (28), намного меньше, чем затухание в линейном режиме, так что прохождение геликона через образец становится возможным. При антисимметричном возбуждении поверхностный импеданс пластины в случае, когда имеется одна волновая мода, определяется формулой (см., например, работу [11])

$$Z = -\frac{8\pi\omega}{c^2 k} \text{tg} \frac{kd}{2}, \quad (29)$$

где  $d$  — толщина пластины. Подставляя сюда  $k = k_H + i\kappa$ , получаем выражение для поверхностного сопротивления пластины

$$R = \frac{8\pi\omega}{c^2(k_H^2 + \kappa^2)} \frac{k_H \text{sh}(\kappa d) - \kappa \sin(k_H d)}{\text{ch}(\kappa d) + \cos(k_H d)}. \quad (30)$$

При  $kd < 1$  и  $k_H d = \pi(2s+1)$ , где  $s = 1, 2, 3, \dots$ , функция  $R(H)$  имеет резкие пики, обусловленные возбуждением стоячей геликонной волны в пластине. Высота пиков обратно пропорциональна  $kd$ .

Подавление затухания Ландау, обусловленного носителями с открытыми орбитами, и возможность прохождение геликона через образец в геометрии  $\mathbf{H} \parallel k \parallel [110]$  были впервые продемонстрированы в [14]. По сравнению с [16] в [14] было сделано больше упрощений. Не был учтен вклад дырок в нелокальную проводимость и возможность захвата электронов полем волны. Внимание было сосредоточено на затухании Ландау от открытых орбит. Результаты расчета  $R(H)$  для частоты 1 МГц,  $H_\omega = 200$  Э,  $n = 3 \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup>,  $v = 3 \cdot 10^8$  с<sup>-1</sup>,  $d = 0,02$  см приведены на рис. 1.

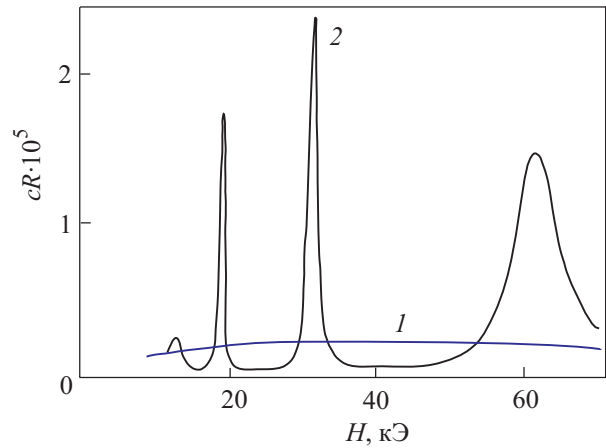


Рис. 1. Расчетные кривые  $R(H)$  для пластины меди при частоте 1 МГц в линейном (1) и нелинейном (2) режимах.

Затухание геликона достигает минимума при значении поля  $H_m = 23,5$  кЭ и равно  $\kappa_m \simeq 8$  см<sup>-1</sup>, так что  $\kappa_m d \simeq 0,16$ . Видно, что эффект является исключительно сильным.

Учет упомянутых неточностей, произведенный в [16], показал, что затухание геликона оказывается еще меньше и наблюдается он в более широкой области значений  $H$ . Результаты расчета  $R(H)$  для частоты 5 МГц,  $n = 4 \cdot 10^{22}$  см<sup>-3</sup> и тех же значений  $H_\omega$ ,  $v$  и  $d$  приведены на рис. 2.

### 2.3. Нелокальная нелинейная волна

В противоположной круговой поляризации в меди существует доплерон — мода, обусловленная ДСЦР электронов с минимальным смещением за циклотронный период. Эта волна существует в довольно широкой окрестности порога геликона. В слабых полях за

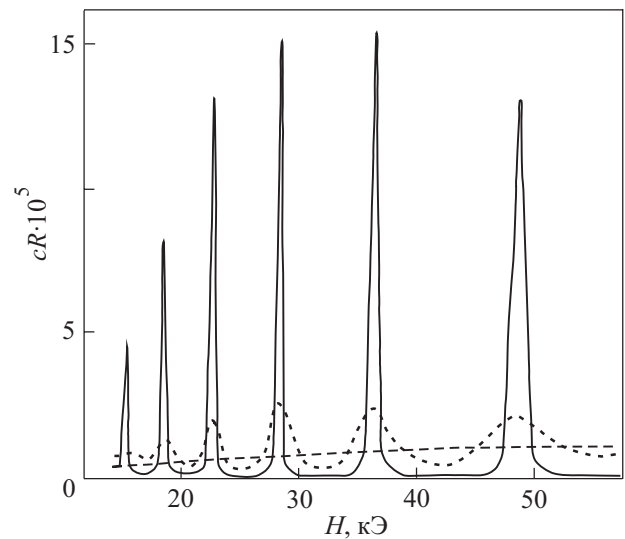


Рис. 2. Расчетные кривые  $R(H)$  для пластины меди при различных амплитудах возбуждающего поля: 200 Э (—), 4 Э (---) и 0,1 Э (-.-).

тухание доплерона определяется циклотронным поглощением дырками и затуханием Ландау от открытых орбит. Это затухание возрастает с уменьшением  $H$  и препятствует распространению доплерона. Возможность подавления бесстолкновительного поглощения в области слабых полей и волновые свойства меди в нелинейном режиме были проанализированы в [15,16]. Приведем кратко этот анализ.

Поскольку в слабых полях  $\xi \gg 1$ , нам нужна асимптотика проводимости при больших  $q$ . Из (6) следует, что электронная часть проводимости

$$\sigma_+^{(e)}(q) \simeq i \frac{n_e e c}{H} \left( -\frac{2}{3q^2} \right), \quad q^2 \gg 1. \quad (31)$$

Функция (31) является чисто мнимой вследствие того, что смещение электронов за циклотронный период, пропорциональное  $\partial S_e / \partial p_z$ , имеет минимум. Поэтому в коротковолновой области ( $q > 1$ ) условие циклотронного поглощения (25) для электронов не выполняется и такого поглощения нет. Важно также, что доплеровский сдвиг частоты в этой области полей превосходит циклотронную частоту  $\omega_{ce}$ . В результате вклад электронов в нелокальную холловскую проводимость меняет знак.

С учетом вкладов дырок (9) и носителей с открытыми орбитами (10) нелокальная проводимость меди  $\sigma_+$  может быть записана в виде

$$\sigma_+(q) \simeq \frac{ec}{H} \left[ -i \left( \frac{2}{3} n_e + n_h \right) + (n_h + 2n_0) q \right]. \quad (32)$$

При больших  $q$  вещественная часть  $\sigma_+$  не мала по сравнению с мнимой. Поэтому корни дисперсионного уравнения (11) являются существенно комплексными и распространяющиеся моды в линейном режиме отсутствуют. Как и в случае нелинейного геликона, захват дырок и носителей с открытыми орбитами магнитным полем РЧ волны большой амплитуды приводит к подавлению бесстолкновительного поглощения. Выражение для  $\sigma_+$  в условиях сильной нелинейности можно получить, если  $n_h$  в вещественном слагаемом в (32) умножить на  $v_h / \omega_0^{(h)}$ , а  $n_0$  — на  $v_0 / \omega_0$ . В результате  $\text{Re } \sigma_+$  становится много меньше  $\text{Im } \sigma_+$ . Вычисления приводят к следующему дисперсионному уравнению:

$$q^4 = \xi \left( 1 + 0,16i \gamma \sqrt{q \frac{H}{H_\omega}} \right). \quad (33)$$

Корень с малой мнимой частью,

$$q_n \simeq \xi^{1/4} \left( 1 + 0,04i \frac{v m c}{e \sqrt{H H_\omega}} \xi^{1/8} \right) [0,1] \quad (34)$$

соответствует распространяющейся моде, не имеющей аналогов в линейном режиме. Ее спектр определяется

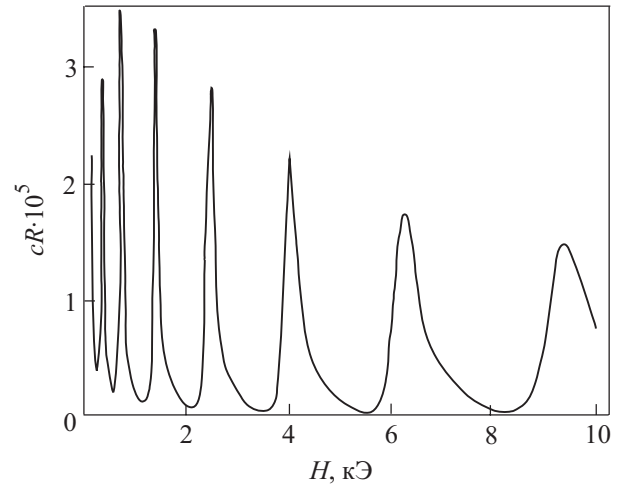


Рис. 3. График поверхностного сопротивления пластины  $R_+(H)$  в нелинейном режиме в слабых полях.

всеми электронами и дырками, а ее поле вращается в направлении, противоположном направлению вращения поля геликона. Спектр и затухание этой нелокальной нелинейной волны даются выражениями

$$k_n = k_a \left( \frac{H}{H_1} \right)^{1/4}, \quad (35)$$

$$\kappa_n \simeq \frac{0,04}{l} \left( \frac{H_1}{H_\omega} \right)^{1/2} \left( \frac{H_1}{H} \right), \quad (36)$$

где  $l = p / (mv)$  — величина порядка средней длины свободного пробега электронов. В пластине меди, толщина которой меньше длины затухания такой волны, должны происходить многократные отражения от поверхностей пластины и устанавливаться стоячая нелинейная волна. При этом поверхностное сопротивление пластины как функция  $H$  превращается в серию резонансных максимумов. Результаты расчета для частоты 5 МГц и толщины пластины 0,2 мм представлены на рис. 3.

### 3. Нелинейный доплерон в цинке

В цинке, поверхность Ферми которого содержит электронную линзу, похожую на линзу кадмия, доплероны не наблюдались. Это объясняется различием их ферми-поверхностей. Дырочный «монстр» цинка состоит из шести «столбов», соединенных «руками» в центральной плоскости зоны Бриллюэна; в кадмии эти «руки» разорваны. Именно благодаря последнему максимальное смещение дырок за циклотронный период в кадмии оказывается в несколько раз меньше смещения электронов в опорной точке линзы, и в области ДСЦР электронов циклотронное поглощение дырками отсутствует. Поэтому электронный доплерон в кадмии не имеет бесстолкновительного затухания. В цинке же имеются орбиты дырок, проходящие через «руки мон-

стра», на которых смещения могут принимать сколь угодно большие значения. Вследствие этого циклотронное поглощение дырками существует при любых длинах волн, в том числе и в окрестности ДСЦР электронов линзы. Это бесстолкновительное поглощение делает затухание электронного доплерона большим, в результате чего последний и не наблюдается.

Возможность распространения доплеронов в цинке в геометрии  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H} \parallel C_6$  была изучена нами в [17]. В этой геометрии на дырочной ферми-поверхности имеются седловые точки. Они лежат в двух плоскостях, перпендикулярных к оси  $C_6$ , которые отделяют сечения «монстра», проходящие через «руки», от сечений, которые проходят только через «столбы». На орбитах, проходящих через седловые точки, циклотронная масса и, следовательно, смещение носителей за циклотронный период обращаются в бесконечность. Орбиты дырок, находящиеся между двумя упомянутыми плоскостями, мало отличаются от круговых, и эту часть «монстра» можно аппроксимировать аксиально-симметричной поверхностью. В [17] рассмотрена модель, в которой

$$S_h(p_z) = 2\pi p_h p_2 \times \begin{cases} a + \sqrt{1 - (p_z / p_2)^2}, & |p_z| \leq p_2, \\ a - \sqrt{1 - (2p_2 - |p_z|)^2 / p_2^2}, & p_2 \leq |p_z| \leq 2p_2, \end{cases} \quad (37)$$

где  $a > 1$ , а  $p_h$  и  $p_2$  — параметры размерности импульса. Из (37) следует, что смещение дырок  $u_h$  имеет корневую особенность при  $p_z = p_2$ :

$$u_h = -\frac{c}{eH} \frac{\partial S_h}{\partial p_z} = 2\pi \frac{c p_h}{eH} \frac{p_z / p_2}{\sqrt{1 - (p_z / p_2)^2}}, \quad |p_z| < p_2. \quad (38)$$

Нас интересует нелокальная проводимость, определяющая свойства доплерона, обусловленного ДСЦР электронов линзы и имеющего круговую поляризацию «минус». Подстановка (37) в (5) и интегрирование по  $p_z$  дает:

$$\sigma_-^{(h)} = i \frac{n_h e c}{H} \left[ \frac{1}{1 + q_h^2} + \frac{q_h^2}{2(1 + q_h^2)^{3/2}} \left( \ln \frac{\sqrt{1 + q_h^2} + 1}{\sqrt{1 + q_h^2} - 1} - i\pi \right) \right], \quad (39)$$

где  $q_h = k c p_h / (eH)$ . В (39) мы пренебрегли членами порядка  $\gamma_h$ , поскольку рассматривается случай  $\gamma_h \ll 1$ .

Часть  $\sigma_-^{(h)}$ , пропорциональная  $-i\pi$  в круглых скобках в (39), описывает бесстолкновительное поглощение волны теми дырками, смещение которых за циклотронный период  $u_h$  равно длине волны  $2\pi/k$ . Это циклотронное поглощение не имеет порога по  $q_h$ , по-

скольку в интервале  $p_z$  от  $-p_2$  до  $p_2$  производная  $\partial S / \partial p_z$  изменяется от  $-\infty$  до  $\infty$ , так что при любой длине волны  $2\pi/k$  имеются дырки, для которых выполняется условие  $u_h(p_z) = 2\pi/k$ . Таким образом, циклотронное поглощение в цинке существует при любых длинах волн. Это имеет два важных следствия: первое — электронный доплерон имеет большое нелокальное затухание, второе — отсутствие порога в циклотронном поглощении означает отсутствие дырочного доплерона.

Для описания электронной линзы в [17] использовалась модель, в которой

$$S_e(p_z) = 2 p p_F \left( \cos \frac{\pi p_z}{p_F} + 1 \right), \quad (40)$$

где  $p$  и  $p_F$  — параметры размерности импульса. Подстановка (40) в (5) и интегрирование по  $p_z$  дает для электронной проводимости выражение

$$\sigma_-^{(e)}(k, H) = -i \frac{n_e e c}{H} \frac{1}{\sqrt{I^2 - q^2}}, \quad (41)$$

где

$$q = \frac{k p c}{eH}, \quad I = -1 + i\gamma_e, \quad n_e = \frac{p p_F^2}{(\pi \hbar)^3}, \quad (42)$$

$n_e$  — концентрация электронов линзы (в цинке  $n_e = n_h$ ).

Корень дисперсионного уравнения

$$k^2 c^2 = 4\pi i \omega \left[ \sigma_-^{(e)}(k, H) + \sigma_-^{(h)}(k, H) \right], \quad (43)$$

соответствующий электронному доплерону, лежит в области  $q^2 < 1$ . В этой области зависимость недиссипативной части  $\sigma_-^{(h)}$  от  $k$  является значительно более вялой, чем  $\sigma_-^{(e)}$ . Поэтому при решении дисперсионного уравнения можно ограничиться учетом  $\text{Im} \sigma_-^{(h)}$  в локальном приближении, а в  $\text{Re} \sigma_-^{(h)}$  удержать лишь квадратичный по  $k^2$  член. Тогда дисперсионное уравнение может быть записано в форме

$$q^2 = \xi \left( \frac{1}{\sqrt{I^2 - q^2}} - 1 + i\alpha q^2 \right), \quad \alpha = \frac{\pi p_h^2}{2 p^2}, \quad (44)$$

слагаемое  $-1$  в скобках соответствует локальной холловской проводимости дырок, а последнее слагаемое представляет циклотронное поглощение. Именно благодаря ему доплеронный корень оказывается существенно комплексным, затухание доплерона большим, и он не может распространяться.

В нелинейном режиме ситуация может измениться. Если частота колебаний захваченных дырок  $\omega_0^{(h)}$  много больше их частоты столкновений  $\nu_h$ , циклотронное поглощение уменьшается в  $\omega_0^{(h)} / \nu_h$  раз. При этом в (44) нужно произвести замену  $\alpha \rightarrow \alpha \nu_h / \omega_0^{(h)}$ . Для



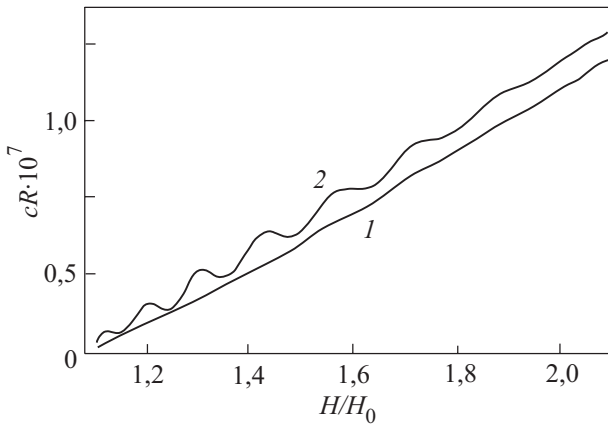


Рис. 4. Зависимость поверхностного сопротивления пластины от магнитного поля в линейном (кривая 1) и нелинейном (кривая 2) режимах при  $\omega/2\pi = 100$  кГц и  $d = 2$  мм ( $H_L = 3$  кЭ).

рассматриваемой нами модели дырочной ферми-поверхности

$$\omega_0 \sim \omega_{ch} \sqrt{H_\omega / H}. \quad (45)$$

В [17] было вычислено поверхностное сопротивление пластины  $R_-(H)$  в линейном и нелинейном режимах. Результаты расчета для значений параметров  $p = 1,5 \text{ \AA}^{-1}$ ,  $n = 5 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ ,  $v = 4 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ , частоты возбуждающего поля  $\omega/(2\pi) = 100$  кГц, толщины пластины  $d = 2$  мм приведены на рис. 4. Кривая 1 соответствует линейному режиму, а кривая 2 — нелинейному режиму в пределе  $\alpha \rightarrow 0$ . На кривой 1 практически нет осцилляций, а на кривой 2 они отчетливо видны. Таким образом, в цинке становится возможным распространение электронного доплерона, аналогичного электронному доплерону в кадмии [7,11].

#### 4. Нелинейные волны в алюминии в геометрии $\mathbf{H} \parallel \mathbf{k} \parallel [100]$

В этой геометрии в алюминии нет открытых орбит, и производная  $\partial S / \partial p_z$  не обращается в бесконечность, как в благородных металлах или цинке на пограничных сечениях, отделяющих орбиты разных типов. Площадь  $S(p_z)$  максимальна на центральном сечении при  $p_z = 0$  и монотонно уменьшается с ростом  $p_z$ . При этом функция  $|\partial S / \partial p_z|$  изменяется немонотонным образом. Она резко возрастает вблизи центрального сечения, достигает максимума, немного уменьшается и достигает минимума, затем снова возрастает и достигает второго максимума, равного по высоте первому, после чего монотонно уменьшается. В соответствии с этим дырки можно разделить на три группы. Первая группа — дырки, для которых  $|\partial S / \partial p_z|$  изменяется от нуля до максимального значения. Ко второй группе относятся дырки, для которых  $|\partial S / \partial p_z|$  изменяется от первого максимума до второго, а к третьей — дырки, для которых  $|\partial S / \partial p_z|$  уменьшается

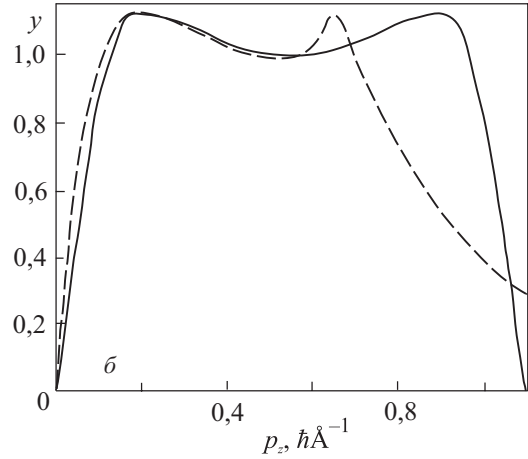
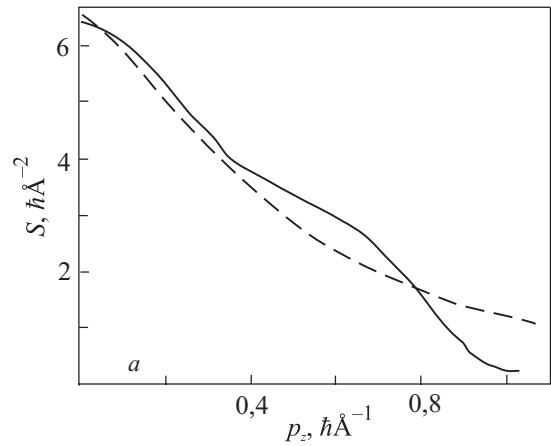


Рис. 5. Графики площади (а) и производной площади (б) поперечного сечения поверхности Ферми алюминия в геометрии  $\mathbf{H} \parallel [100] \parallel z$ .

после второго максимума. Хотя вторая группа является большей, дырки этой группы не дают вклада в циклотронное поглощение в коротковолновой области. Циклотронное поглощение в этой области обусловлено дырками первой и третьей групп. В результате бесстолкновительное поглощение в алюминии оказывается ослабленным.

Графики площади  $S(p_z)$  и ее производной  $\partial S / \partial p_z$  изображены на рис. 5 пунктирными линиями (результат расчета Ларсена и Грейзена [26]). В [18] мы рассмотрели модель, в которой зависимость  $S(p_z)$  определяется формулами

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\partial S}{\partial p_z} = -p y(p_z) \text{ sign } p_z \quad (46)$$

$$y(p_z) = \alpha \sin \frac{\pi p_z}{2 p_1}, \quad |p_z| \leq p_1, \quad (47)$$

$$y(p_z) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \alpha + (\alpha - 1) \cos \left( \pi \frac{|p_z| - p_1}{p_2} \right) \right], \quad p_1 \leq |p_z| \leq (p_1 + p_2), \quad (48)$$

где  $\alpha$  — безразмерная константа, а  $p$ ,  $p_1$ ,  $p_2$  — параметры размерности импульса. В интервале  $(p_1 + p_2) \leq |p_z| \leq 2(p_1 + p_2)$  функция  $y$  продолжена симметрично относительно точки  $p_z = p_1 + p_2$ . График функции  $y(p_z)$  при  $\alpha = 1,1$  и  $p_2 = 2p_1 = 0,35 \text{ \AA}^{-1}$  изображен на рис. 5,б сплошной линией. То обстоятельство, что он симметричен относительно минимума, значительно упрощает вычисления. Левая часть графика  $y(p_z)$  похожа на соответствующую часть расчетной кривой Ларсена и Грейзена. Отличие же правых частей несущественно, поскольку большинство дырок находится в области  $|p_z| \leq (p_1 + p_2)$ . Параметр  $p$  принят равным  $1 \text{ \AA}^{-1}$ . При  $n_h = 0,06 \text{ \AA}^{-3}$  график функции  $S(p_z)$  для нашей модели изображен на рис. 5,а сплошной линией.

В [18] форма орбит была принята круговой. В этом случае мы можем подставить (46)–(48) в (5) и проинтегрировать по  $p_z$ . В результате для нелокальной проводимости получаем

$$\sigma_{\pm}(q) = -i \frac{n_h e c}{H} s_{\pm}(q), \quad (49)$$

где  $q = kcp / (eH)$ , а функция  $s_{\pm}(q)$  в наиболее интересной для нас области  $q^2 > 1$  дается выражением

$$s_{\pm}(q) = \frac{i}{3\sqrt{\alpha^2 - I_{\pm}^2}} \mp \frac{1}{3\sqrt{(\alpha q - I_{\pm})(q - I_{\pm})}} \pm \frac{1}{3\sqrt{(\alpha q + I_{\pm})(q + I_{\pm})}}. \quad (50)$$

В области слабых полей, где  $H \ll H_1$ , реализуется неравенство  $q^2 \gg 1$ , и асимптотика функции  $s_{\pm}$  имеет вид

$$s_{-}(q) \simeq \frac{i}{3\alpha |q|} + \frac{2(1+\alpha)}{3\alpha^{3/2} q^2}. \quad (51)$$

Этой проводимости соответствует аномальный скин-эффект.

В случае сильной нелинейности  $\omega_0 \gg v$  первое слагаемое в (51) уменьшается в  $\omega_0 / v$  раз и дисперсионное уравнение записывается в форме

$$q^2 \simeq \xi \left[ \frac{iv}{3\alpha |q| \omega_0} + \frac{2(1+\alpha)}{3\alpha^{3/2} q^2} \right]. \quad (52)$$

Если  $\omega_0 / v$  настолько велико, что первое слагаемое в правой части (52) много меньше второго, то это уравнение имеет почти вещественный корень  $q_1$ . Он описывает моду, аналогичную нелокальной нелинейной волне в меди в области  $\xi \gg 1$ .

В [18] был выполнен расчет поверхностного сопротивления пластины алюминия в нелинейном режиме в полях ниже порога геликона. Результаты расчета для  $n_h = 6 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ ,  $v = 4 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ , частоты возбуждаю-

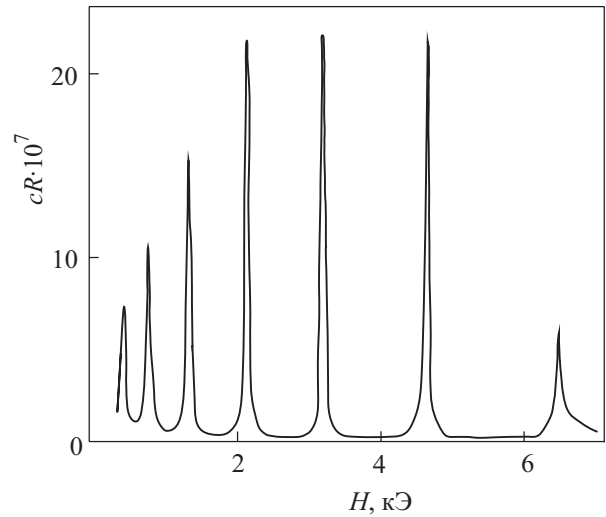


Рис. 6. График поверхностного сопротивления пластины алюминия  $R_*(H)$  в нелинейном режиме.

щего поля  $\omega / (2\pi) = 100$  кГц, и толщины пластины  $d = 1$  мм приведены на рис. 6.

## 5. Нелинейные эффекты в висмуте

### 5.1. Нелинейный геликон

Из-за высокой проводимости нелинейный режим в типичных металлах может быть реализован лишь при сравнительно низких частотах — в длинноволновом и средневолновом диапазонах. В висмуте концентрация носителей на пять порядков ниже, и в нем возможно реализовать нелинейный режим в области более высоких частот. Теоретическое изучение распространения коротких радиоволн большой амплитуды в висмуте было проведено в [20].

В сильных магнитных полях  $H$  нелокальные эффекты в висмуте несущественны, в радиодиапазоне проводимость определяется рассеянием носителей, и имеет место скин-эффект. В области меньших  $H$  проводимость возрастает, глубина скин-слоя уменьшается, и возникает сильное циклотронное поглощение. В этой области возможны нелинейные эффекты.

В [20] изучены волновые свойства висмута в геометрии, когда постоянное магнитное поле  $\mathbf{H}$  и нормаль к поверхности пластины висмута направлены вдоль бисекторной оси кристалла. При такой ориентации  $\mathbf{H}$  площади поперечных сечений всех трех электронных эллипсоидов в плоскости, перпендикулярной к  $\mathbf{H}$ , на порядок меньше площади сечения дырочного эллипсоида. В результате циклотронные массы электронов оказываются на порядок меньше циклотронной массы дырок, а максимальное смещение электронов за циклотронный период — примерно в 30 раз меньше максимального смещения дырок. Поэтому существует довольно широкий диапазон длин волн, в котором длина

радиочастотной волны в металле значительно меньше максимального смещения дырок, но много больше смещений электронов. В этой области значений волнового вектора  $k$  нелокальные эффекты не влияют на электронную часть поперечной проводимости, но являются весьма важными для дырочной части. В результате вклад электронов в проводимость хорошо описывается локальным приближением, в то время как вклад дырок должен вычисляться с учетом пространственной неоднородности волнового поля. В [20] была вычислена нелокальная проводимость и показано, что в этой области  $k$  дисперсионное уравнение имеет вид

$$q^2 = \xi \left[ 1 + \frac{3}{q^2} \left( \frac{i\pi}{4} |q| - 1 \right) \right], \quad (53)$$

где  $q = kcp / (eH)$ ,  $p$  — импульс Ферми дырок, который определяет их максимальное смещение за циклотронный период. Единица в квадратных скобках представляет локальную холловскую проводимость электронов, мнимое слагаемое — циклотронное поглощение дырками, а третье слагаемое — нелокальную холловскую проводимость дырок. Один из корней этого уравнения соответствует затухающему геликону. В режиме сильной нелинейности циклотронное поглощение подавляется и мнимое слагаемое умножается на малое отношение  $v / \omega_0$ . В этом случае относящийся к геликону корень описывается формулами

$$q = \frac{\sqrt{6}}{h^{3/2}} \left[ 1 + \sqrt{1 - h^3 (1 - i\Gamma)} \right]^{1/2}, \quad (54)$$

$$h = H / H_0, \quad H_0^3 = \pi \omega n p^2 c / (3e), \quad (55)$$

$$\Gamma = \frac{\pi\gamma}{4} \left( \frac{q_H}{\sqrt{3}} \frac{H}{H_0} \right)^{1/2}, \quad (56)$$

$q_H$  определяется выражением, которое получается из (54) при  $\Gamma = 0$ .

Результаты расчета поверхностного сопротивления  $R_+(H)$  для частоты 10 МГц, частоты столкновений  $\nu = 10^8 \text{ с}^{-1}$  (длина пробега дырок 2 мм), толщины пластины 0,5 мм и амплитуды возбуждающего поля 2 Э приведены на рис. 7. Этот нелинейный эффект оказывается чрезвычайно сильным: в линейном случае кривая  $R(H)$  практически сливается с осью абсцисс. Таким образом, подавление циклотронного поглощения в нелинейном режиме приводит к тому, что в максимумах коэффициент прозрачности пластины возрастает более чем на два порядка.

### 5.2. Нелинейный геликон-фононный резонанс

Фазовая скорость геликона в висмуте мала. Ее величина пропорциональна  $\sqrt{H}$ , и при некотором зна-

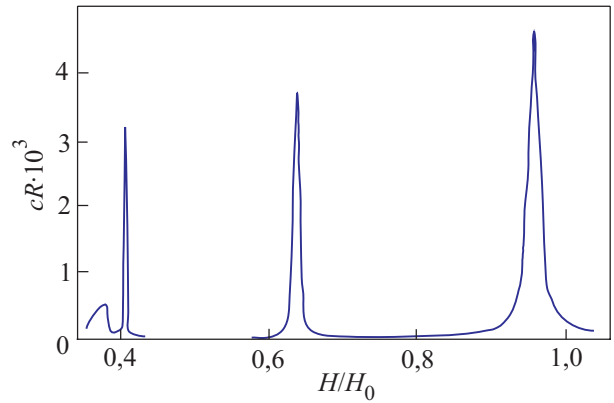


Рис. 7. Зависимость поверхностного сопротивления пластины висмута  $R_+(H)$  в режиме сильной нелинейности при частоте 10 МГц ( $H_0 \approx 30$  Э).

чении  $H$  она может стать равной скорости звука в кристалле. При этом имеет место резонансное связывание электромагнитной и звуковой волн и их взаимная трансформация. Общая теория геликон-фононного резонанса была развита Скобовым и Канером [27]; экспериментально он был обнаружен Граймсом и Бухсбаумом [28] в калии. Геликон-фононный резонанс в висмуте в линейном режиме изучен в [29]. Показано, что затухание звуковой волны в резонансе имеет максимум. Максимум тем выше и уже, чем меньше затухание геликона. В линейном режиме затухание геликона велико, и максимум оказывается довольно широким. В нелинейном режиме затухание геликона уменьшается и максимум должен становиться уже и выше. Влияние нелинейности на геликон-фононный резонанс в висмуте изучено в [21]. Результаты расчета затухания звуковой волны при частоте 5 МГц представлены на рис. 8. Кривая 2 получена для нелинейного режима при амплитуде РЧ поля 0,2 Э.

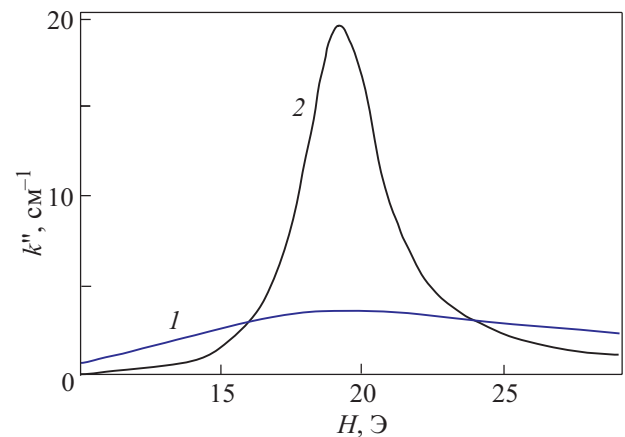


Рис. 8. Графики зависимости затухания звуковой волны от поля  $H$  при частоте 5 МГц в линейном (кривая 1) и нелинейном (кривая 2) режимах.

## 6. Заключение

В описанных выше работах продемонстрировано, что подавление бесстолкновительного поглощения вследствие «захвата» носителей магнитным полем РЧ волны большой амплитуды приводит к «просветлению» многих металлов. В ряде металлов в режиме сильной нелинейности становится возможным распространение волн, которые в линейном режиме являются затухающими. Так, в меди в геометрии с открытыми орбитами становится возможным распространение геликона. В цинке, в котором в линейном режиме никакие волны не распространяются, возможно распространение электронного доплерона. В висмуте в области слабых полей появляется возможность распространения геликона. Кроме того, в благородных металлах и металлах третьей группы в области слабых полей становится возможным распространение нелокальных нелинейных волн, не имеющих аналогов в линейном режиме. При возбуждении волн в пластине металла устанавливается стоячая волна, вследствие чего в зависимости  $R(H)$  появляется серия резонансных максимумов. В максимумах коэффициент прозрачности металла по отношению к радиоизлучению увеличивается на один-два порядка.

1. G.E. Reuter and Sondheimer, *Proc. Roy. Soc.* **A195**, 336 (1946).
2. О.В. Константинов, В.И. Перель, *ЖЭТФ* **38**, 161 (1960).
3. Э.А. Канер, В.Г. Скобов, *ЖЭТФ* **45**, 610 (1963).
4. Э.А. Канер, В.Г. Скобов, *ЖЭТФ* **46**, 1106 (1964).
5. Е.А. Канер and V.G. Skobov, *Plasma Effects in Metals: Helicon and Alfvén Waves*, Taylor and Francis, London (1971).
6. Л.М. Фишер, В.В. Лаврова, В.А. Юдин, О.В. Константинов, В.Г. Скобов, *ЖЭТФ* **60**, 759 (1971).
7. О.В. Константинов, В.Г. Скобов, Л.М. Фишер, В.В. Лаврова, В.А. Юдин *ЖЭТФ* **63**, 224 (1972).
8. В.В. Лаврова, С.В. Медведев, В.Г. Скобов, Л.М. Фишер, А.С. Чернов, В.А. Юдин, *ЖЭТФ* **66**, 700 (1974).
9. В.В. Лаврова, В.Г. Скобов, Л.М. Фишер, А.С. Чернов, В.А. Юдин, *ФТТ* **15**, 3379 (1973).
10. В.Г. Скобов, Л.М. Фишер, А.С. Чернов, В.А. Юдин, *ЖЭТФ* **67**, 1218 (1974).
11. A.S. Chernov and V.G. Skobov, *Phys. Rep.* **224**, 1 (1994).
12. И.Ф. Волошин, Л.М. Фишер, *Письма ЖЭТФ* **24**, 422 (1976).
13. И.Ф. Волошин, Г.Ф. Вугальтер, В.Я. Демиховский, Л.М. Фишер, *ЖЭТФ* **73**, 1503 (1977).
14. В.Г. Скобов, А.С. Чернов, *Письма в ЖЭТФ* **61**, 980 (1995).
15. A.S. Chernov and V.G. Skobov, *Phys. Lett.* **A205**, 81 (1995).
16. В.Г. Скобов, А.С. Чернов, *ЖЭТФ* **109**, 992 (1996).
17. В.Г. Скобов, А.С. Чернов, *ЖЭТФ* **114**, 725 (1998).
18. В.Г. Скобов, А.С. Чернов, *ФТТ* **42**, 577 (2000).
19. В.Г. Скобов, А.С. Чернов, *ЖЭТФ* **119**, 388 (2001).
20. В.Г. Скобов, А.С. Чернов, *ФТТ* **45**, 1770 (2003).
21. В.Г. Скобов, А.С. Чернов, *ФТТ* **49**, 1012 (2007).
22. B. Perrin, G. Weisbuch, and A. Libchaber, *Phys. Rev.* **B1**, 1501 (1970).
23. J.R. Merrill, *Phys. Rev.* **166**, 716 (1968).
24. Г.Ф. Вугальтер, В.Я. Демиховский, *ЖЭТФ* **70**, 1419 (1976).
25. О.В. Любимов, Н.М. Макаров, В.Я. Ямпольский, *ЖЭТФ* **85**, 2159 (1983).
26. P.K. Larsen and F.S. Greisen, *Phys. Status Solidi* **45**, 363 (1972).
27. В.Г. Скобов, Э.А. Канер, *ЖЭТФ* **46**, 273 (1964).
28. C.C. Grimes and S.J. Bucksbaum, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 357 (1964).
29. В.Г. Скобов, А.С. Чернов, *ФТТ* **48**, 21 (2006).

## Nonlinear effects in radio wave propagation through metals (Review Article)

V.G. Skobov and A.S. Chernov

The fundamental results of studies into the effect of nonlinearity on radio wave propagation through metals placed in a dc magnetic field are considered. The capture of carriers by the magnetic field of a large amplitude rf wave suppresses collisionless absorption and causes various wave to appear. Propagation of helicon waves may occur in copper in a geometry where there are open orbits on its Fermi surface. The decrease in cyclotron absorption by holes that exists at all wavelengths in zinc in the linear regime makes possible propagation of an electron dopleron. Propagation of new nonlinear waves not having analogs in the linear regime becomes possible in noble and third group metals at low magnetic fields where no waves exist in the linear regime. Multiple reflections of nonlinear waves from the metal slab inner surfaces give rise to standing waves in the specimen. In this case the dependence of surface resistivity of the slab on dc magnetic field displays resonant maxima. At the maxima the transparency of metal with respect to radio emission may increase by one or two orders of magnitude.

PACS: 72.20.Ht High-field and nonlinear effects

Keywords: metals, radiowaves, collisionless absorption, nonlinearity.