

## Колебания кварцевого камертона в He II и коэффициент сопротивления

И.А. Гриценко, А.А. Задорожко, А.С. Неонета, В.К. Чаговец, Г.А. Шешин

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины*

*пр. Ленина, 47, г. Харьков, 61103, Украина*

E-mail: gritsenko@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 10 ноября 2010 г.

В области температур 0,1–3 К экспериментально определены температурные зависимости коэффициента сопротивления кварцевых камертонов разных геометрических размеров, помещенных в He II. Установлено, что эти зависимости имеют одинаковый вид, но значения коэффициента отличаются по величине для камертонов с разными геометрическими размерами. Показано, что полученный удельный коэффициент сопротивления зависит только от температуры и частоты колебаний, если величину коэффициента сопротивления нормировать на площадь поверхности подвижной ножки камертона. Проведено сравнение температурных зависимостей нормированных коэффициентов сопротивления камертонов разных размеров, проволочки и микросферы при их колебаниях в He II. Показано, что в баллистическом режиме рассеяния квазичастиц эти зависимости совпадают и имеют наклон пропорциональный  $T^4$ , который определяется плотностью тепловых возбуждений. В гидродинамическом режиме, при  $T > 0,5$  К, на поведение температурной зависимости удельного коэффициента сопротивления влияет размер и частота колеблющегося тела. Предложена эмпирическая зависимость, позволяющая описать поведение удельного коэффициента сопротивления во всем температурном диапазоне при различных частотах для колеблющихся камертонов, микросферы и проволочки.

В області температур 0,1–3 К експериментально визначено температурні залежності коефіцієнта опору кварцових камертонів різних геометричних розмірів, розташованих в He II. Встановлено, що ці залежності мають однаковий вигляд, але значення коефіцієнта відрізняються по величині для камертонів з різними геометричними розмірами. Показано, що отриманий питомий коефіцієнт опору залежить тільки від температури і частоти коливань, якщо величину коефіцієнта опору нормувати на площу поверхні рухливої ніжки камертона. Проведено порівняння температурних залежностей нормованих коефіцієнтів опору камертонів різних розмірів, дроту і микросфери при їх коливаннях в He II. Показано, що в балістичному режимі розсіяння квазічастинок ці залежності збігаються і пропорційні  $T^4$ , що обумовлюється щільністю теплових збуджень. В гідродинамічному режимі, при  $T > 0,5$  К, на поведінку температурної залежності питомого коефіцієнта опору впливає розмір та частота тіла, що коливається. Запропоновано емпіричну залежність, що дозволяє описати поведінку питомого коефіцієнта опору у всьому температурному діапазоні при різних частотах для камертонів, микросфери і дроту, що коливаються.

PACS: 67.10.Jn Транспортные свойства и гидродинамика;

47.37.+q Гидродинамические аспекты сверхтекучести; квантовые жидкости;

77.65.Fs Электромеханический резонанс, кварцевые генераторы.

Ключевые слова: кварцевый камертон, коэффициент сопротивления, гидродинамика, баллистика.

### 1. Введение

Для исследования кинетических свойств сверхтекучих жидкостей широкое применение получили методики, использующие колеблющиеся тела разных форм, погруженные в исследуемую жидкость. Так, например, используются колеблющиеся микросферы [1,2], про-

волочки [3,4], сеточки [5,6], а в последние годы стали все чаще использоваться промышленные кварцевые камертоны, обладающие высокой добротностью [7–11]. Высокая чувствительность таких методик обусловлена тем, что в них измерения проводятся вблизи собственной резонансной частоты, которую можно определить с высокой точностью. Эта частота определяется как

массой тела, погруженного в исследуемую среду, так и упругими свойствами колеблющегося тела и вязкостью окружающей среды. Характерные резонансные частоты находятся в диапазоне 100–700 Гц — для микросферы, 600 Гц–2 кГц — для колеблющихся проволоочек и сеточек и 4–100 кГц — для кварцевых камертонов.

В основе всех этих методов лежит определение величины диссипации кинетической энергии тела, колеблющегося в исследуемой жидкости. В He II диссипация энергии может быть связана с образованием квантованных вихрей [2], неустойчивостью ламинарного течения [1–11], вязкостным трением [9], рассеянием ротонов и фононов на колеблющемся теле в баллистическом режиме [1,9], кавитацией [12], втягиванием  $^3\text{He}$  в коры квантованных вихрей в сверхтекучих растворах  $^3\text{He}$ – $^4\text{He}$  [13] и многим другим. Для определения величины диссипации обычно измеряются амплитудно-частотные характеристики колеблющегося тела, по которым определяют силу, вынуждающую колебания, и амплитуду колебаний тела. Эти характеристики позволяют идентифицировать механизмы, ответственные за диссипативные процессы, происходящие в тех или иных случаях. При малых амплитудах колебания тела, когда амплитуда силы трения  $F_{\text{fr}}$  между жидкостью и колеблющимся телом пропорциональна амплитуде скорости колебания тела  $v$ , можно записать

$$F_{\text{fr}} = \lambda v, \quad (1)$$

где  $\lambda$  — коэффициент пропорциональности, связанный с диссипацией энергии в исследуемой системе. Этот коэффициент пропорциональности естественно называть коэффициентом сопротивления.

Одной из проблем, которая возникает при анализе экспериментальных данных о диссипации, полученных разными методами, является зависимость полученных результатов от размеров и формы колеблющегося тела, а в некоторых случаях и от частоты колебаний. Попытка учета этих факторов была предпринята в работах [1,2] для колеблющейся микросферы. Точное решение соответствующей гидродинамической задачи для колеблющегося тела имеется лишь для случая сферы и бесконечного цилиндра [14]. Отсутствие такого решения для камертона и других колеблющихся тел затрудняет анализ и интерпретацию результатов и требует использования приближенных моделей.

Ситуация усложняется еще и тем, что при достаточно низких температурах длина свободного пробега тепловых возбуждений в сверхтекучем гелии становится больше размера колеблющегося тела, и происходит переход от гидродинамического режима к баллистическому. При этом меняется характер диссипативных процессов и описание коэффициента диссипации.

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию коэффициента сопротивления для камертонов разной формы и размеров. На основании по-

лученных результатов и данных, имеющихся в литературе, делается попытка получить универсальную температурную зависимость коэффициента сопротивления для различных колеблющихся тел с учетом гидродинамического и баллистического режимов.

## 2. Методика проведения эксперимента

В работе были использованы камертоны с двумя типами размеров (см. табл. 1), но с близкими резонансными частотами (около 32 кГц). В отличие от [9], в этой работе ячейка с камертонами имела капилляр заполнения, что позволяло проводить измерения как в вакууме, так и в исследуемом сверхтекучем  $^4\text{He}$ . В эксперименте измерялись резонансные кривые всех камертонов, погруженных в He II, при различных температурах.

Таблица 1. Основные характеристики используемых камертонов

№	$L$ , мм	$W$ , мм	$T$ , мм	$f_0$ , Гц	$\Delta f$ , Гц	$a$ , К/м
K4	3,79	0,3	0,59	—	—	—
K5	3,79	0,3	0,59	32709,88	0,08	$1,6 \cdot 10^{-5}$
K8	3,79	0,3	0,59	32710,25	0,052	$2,27 \cdot 10^{-5}$
K9	2,53	0,1	0,25	32708,25	0,032	$3,37 \cdot 10^{-6}$

Примечание: № — номер камертона;  $L$  — длина ножки камертона;  $W$  — толщина ножки камертона;  $T$  — ширина ножки камертона;  $f_0$  — резонансная частота;  $\Delta f$  — ширина резонанса;  $a$  — пьезоэлектрическая постоянная камертона. Исследования с использованием камертона K4 описаны в [9], где измерения в вакууме при низких температурах не проводились.

Подаваемое на электрод возбуждающее напряжение  $U$  определяет силу  $F$ , приводящую к колебаниям ножек камертона. Связь между силой  $F$  и возбуждающим напряжением  $U$  имеет вид [8]

$$F = aU / 2, \quad (2)$$

где  $a$  — пьезоэлектрическая постоянная данного камертона, зависящая от его геометрических размеров и продольного пьезоэлектрического модуля материала.

Амплитуда колебаний тока  $I$  в измерительной цепи связана со скоростью колебаний ножек камертона  $v$  и имеет простой вид [8]:

$$v = I / a. \quad (3)$$

Таким образом, зная пьезоэлектрическую постоянную камертона  $a$ , возбуждающее напряжение  $U$  и измеряя ток  $I$ , можно определить силу  $F$ , возбуждающую колебания, и скорость колебаний ножек  $v$ .

Для определения пьезоэлектрической постоянной  $a$  проведены измерения амплитудно-частотных характеристик камертонов в вакууме. Одной из сложностей

таких измерений является высокая добротность камертона, что приводило к относительно большим временам установления сигнала при включении возбуждающего напряжения или переходе с одной частоты на другую. Для учета больших времен релаксации в начале измерений определяли постоянную затухания камертонов в вакууме, которая при  $T < 1,5$  К для всех используемых камертонов составляла 20–30 с. В дальнейшем при измерении амплитудно-частотных характеристик камертонов каждый шаг по частоте при сканировании сопровождался ожиданием выхода сигнала на насыщение, и это время ожидания составляло 60 с при шаге по частоте 0,01 Гц.

Измеренные таким образом амплитудно-частотные характеристики камертонов позволяли определить амплитуду колебаний тока  $I_0$  на резонансной частоте  $f_0$  (при известном возбуждающем напряжении  $U$ ) и ширину резонанса  $\Delta f$ . Связь этих величин с пьезоэлектрической постоянной можно найти из условия равенства электрической энергии и энергии механических колебаний [3]:

$$4\pi \frac{I_0 \Delta f}{U} = \frac{a^2}{m_q}, \quad (4)$$

где  $m_q$  — эффективная масса камертона. Как было показано в [15], эффективная масса ножки камертона определяется как  $m_q = 0,24267\rho_q(LWT)$ , где  $\rho_q = 2659$  кг/м<sup>3</sup> — плотность кварца,  $L$  — длина ножки камертона,  $W$  — толщина камертона и  $T$  — ширина ножки камертона. На основании амплитудно-частотных характеристик, измеренных при разных возбуждающих напряжениях, построены вольт-амперные характеристики кварцевых камертонов, линейные в широком диапазоне возбуждающих напряжений. В линейной области по (4) определяли отношение  $a^2/m_q$ . В табл. 1 приведены характерные размеры, частоты и другие характеристики используемых камертонов.

Необходимо заметить, что нахождение пьезоэлектрической постоянной в разных экспериментах приводило к разбросу в 30%. По-видимому, это связано с качеством предварительной откочки ячейки, но специально этот вопрос не исследовался.

После нахождения пьезоэлектрической постоянной всех используемых кварцевых камертонов в ячейку конденсировалась исследуемая жидкость при температуре 1,5 К через линию заполнения. При этом резонансная частота кварцевых камертонов уменьшалась по сравнению с вакуумом, а ширина резонанса увеличивалась. После конденсации ячейка охлаждалась с помощью рефрижератора растворения до 350 мК и измерялись амплитудно-частотные характеристики при давлении, близком к давлению насыщенного пара.

### 3. Вынуждающая сила и скорость колебаний кварцевых камертонов

Используя найденную ранее величину пьезоэлектрической постоянной, можно по формулам (2), (3) найти силу  $F$ , вынуждающую колебания, и скорость колебания ножек камертонов  $v$ . На рис. 1,а приведены зависимости скорости колебания ножек камертона от возбуждающей силы, полученные в различных экспериментах для камертонов, отличающихся размерами. Для сравнения на рисунке также приведены данные работы [9] для камертона К4. Камертоны К4, К5, К8 одинаковы, но больше по размеру, чем камертон К9. При малых возбуждающих силах, во всех случаях, наблюдается линейная зависимость скорости, что характерно для ламинарного течения. При достижении некоторой критической скорости  $v_c$ , соответствующей точке перегиба на кривой, наблюдается переход к нелинейной зависимости. Это характерно для начала турбулентного режима течения. На рисунке видно, что значения скорости, полученные в экспериментах с ка-

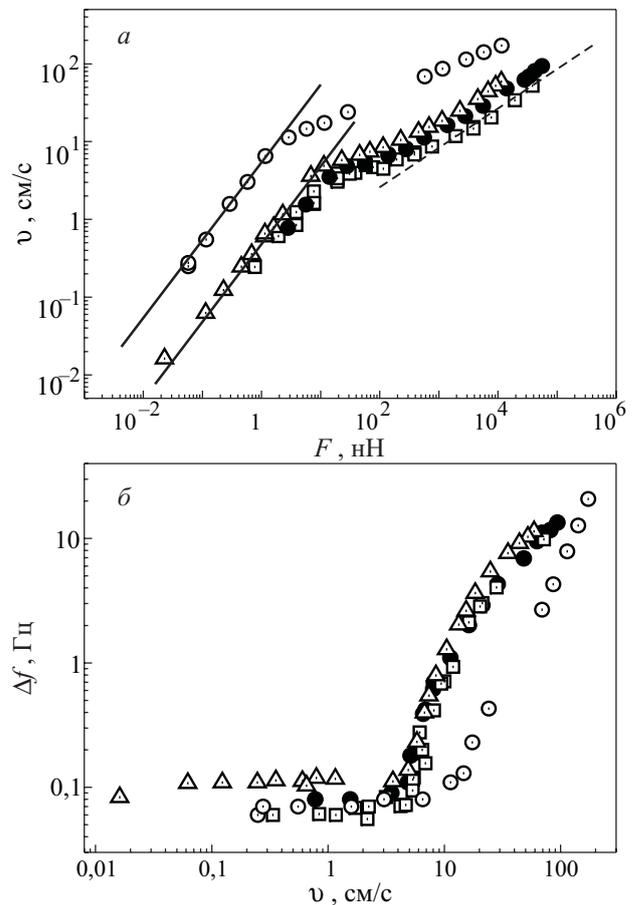


Рис. 1. Зависимости скорости колебаний ножек камертона от возбуждающей силы (а) и ширины резонанса от скорости колебаний ножек камертонов (б). Сплошные линии соответствуют линейной зависимости, а пунктирная линия нелинейному ( $F \propto v^2$ ) поведению камертона; К5 (●), К8 (□), К9 (○) и К4 [9] (△);  $T = 350$  мК.

мертонами большого размера, находятся почти на порядок ниже, чем для камертона К9 малого размера. Это связано с тем, что при расчете скорости и возбуждающей силы в расчет входила масса камертона, зависящая от его линейных размеров.

На рис. 1,б приведена зависимость ширины резонансной линии от скорости колебаний ножек камертона. Ширина резонанса связана с диссипативными процессами в системе. Как видно на рис. 1,б, при малых скоростях колебаний (меньше критической скорости  $v_c$ ) для всех камертонов ширина резонанса практически одинакова. Причина такого разброса данных, полученных в разных экспериментах, до конца не ясна. Но величина ошибки при этом такая же, как и при определении пьезоэлектрической постоянной.

При скоростях течения, больших критических  $v_c$ , зависимость скорости колебания ножек от возбуждающей силы и ширины резонансной линии от скорости для камертонов различных размеров отличаются как по характеру, так и по величине. Величина критической скорости перехода к турбулентному течению для камертонов большого размера почти в два раза ниже, чем для камертона малого размера.

#### 4. Коэффициент сопротивления камертона в He II

Эффективный коэффициент сопротивления колеблющегося тела  $\lambda_{\text{eff}}$  аддитивно включает в себя рассеяние энергии колебаний в самом теле  $\lambda_q$  и окружающей среде  $\lambda$

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda_q + \lambda. \quad (5)$$

Величина  $\lambda_q$  для камертона определяется количеством дефектов и качеством обработки кристалла кварца и является собственным коэффициентом сопротивления камертона. Коэффициент сопротивления  $\lambda_{\text{eff}}$  можно найти из первичных экспериментальных данных при линейном режиме работы камертона с помощью выражений (2)–(4):

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{F}{v} = \frac{a^2 U}{2I_0}. \quad (6)$$

Возбуждающее напряжение  $U$  и амплитуду колебаний тока  $I_0$  камертона на резонансной частоте можно найти из вольт-амперных характеристик.

Величина  $\lambda_q$ , как уже указывалось, была получена при калибровочных измерениях в вакууме для каждого камертона. Учет величины  $\lambda_q$  существен при низких температурах, когда затухание, обусловленное самим камертоном, сравнимо с затуханием за счет рассеяния тепловых возбуждений колеблющимися ножками камертона. При  $T > 0,5$  К величиной  $\lambda_q$  можно пренебречь.

Отметим, что коэффициент сопротивления в линейном режиме может быть также найден из резонансных

кривых по данным о добротности камертона  $Q = f_0/\Delta f$  с помощью выражения, полученного в работе [17]:

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \frac{f_0 m}{Q}. \quad (7)$$

Определить коэффициент сопротивления можно также и по данным измерений времени затухания колебаний камертона, считая, что  $\tau = 1/\Delta f$ . Такой способ определения коэффициента сопротивления удобен при малой ширине резонанса.

Сравнение значений коэффициента сопротивления в сверхтекучем гелии  $\lambda = \lambda_{\text{eff}} - \lambda_q$ , полученных разными методами при колебании тел разных размеров и форм, приведено на рис. 2. Для камертонов одинакового размера данные, полученные разными методами, согласуются между собой. На рис. 2 приведены также данные измерений коэффициента сопротивления колеблющейся микросферы с радиусом 124 мкм [2] и данные для колеблющейся проволоочки радиусом около 25 мкм из работы [18]. В работе [18] приведены только значения ширины резонансной линии, поэтому для определения коэффициента сопротивления колеблющейся проволоочки использовано выражение (7).

Как видно на рисунке, температурные зависимости коэффициента сопротивления, полученные в различных экспериментах, не только отличаются по величине, но и имеют различный характер. Так в температурной области 0,6–1 К коэффициент сопротивления, измеренный с помощью сферы и проволоочки, имеет максимум и уменьшается с ростом температуры, тогда

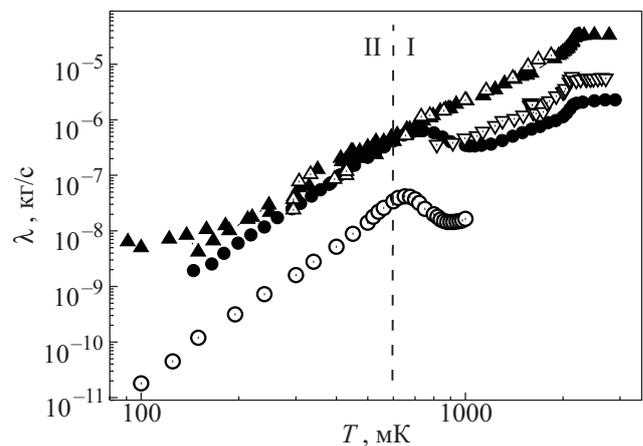


Рис. 2. Температурная зависимость коэффициента сопротивления в He II. Камертоны большого размера К4 (▲) и К8 (△), камертон малого размера К9 (▽), колеблющаяся микросфера [2] (○) и колеблющаяся проволоочка [18] (●). Данные для камертона К4 получены по измерению добротности, для камертонов К8 и К9 из вольт-амперных характеристик. Пунктирная линия разделяет области гидродинамического (I) и баллистического (II) режимов рассеяния тепловых возбуждений.

как для камертона он увеличивается и экстремумы отсутствуют. Как будет показано ниже, это, в основном, связано с различием частот колебаний, используемых в различных экспериментах. Кроме того, для камертонов различного размера данные отличаются почти на порядок величины.

Так как для цилиндра и сферы в литературе имеются решения соответствующих задач [14], то для анализа зависимости  $\lambda(T)$  сравним поведение колеблющихся камертонов разных размеров с поведением колеблющихся перпендикулярно своей оси бесконечного цилиндра и колеблющейся сферы. При этом характер зависимости существенно зависит от температуры.

Как было экспериментально показано в [1,9,18], температурная область 0,1–2 К захватывает как гидродинамический режим ( $T > 0,6$  К, область I), так и баллистический режим (область II) рассеяния тепловых возбуждений. Температура перехода от гидродинамического к баллистическому режиму была определена по максимуму на температурной зависимости вязкости в работе [9] (на рис. 2 показана пунктирной линией).

Для гидродинамического предела сила, действующая на тело со стороны движущейся вблизи его поверхности несжимаемой вязкой жидкости, находится из решения уравнения Навье–Стокса [14]. Характерным размером в задаче является амплитуда колебаний тела, которая всегда меньше его размера, и толщина слоя жидкости, увлекаемой движением тела,  $\delta_n$ . Известно, что движение жидкости вблизи поверхности колеблющегося тела осуществляется на глубине проникновения вязкой волны, которая в сверхтекучем гелии обусловлена нормальной компонентой жидкости с плотностью  $\rho_n$ , и равна  $\delta_n = \sqrt{2\nu/\omega}$ .

В литературе имеются решения задачи для колеблющегося тела для двух предельных случаев [14]: когда  $\delta_n \ll R$  и  $\delta_n \geq R$ . В первом случае, когда  $\delta_n \ll R$  коэффициент сопротивления, назовем его  $\lambda_i$ , для цилиндра, колеблющегося с частотой  $\omega$  и имеющего длину  $L$  и радиус  $R$ , имеет вид

$$\lambda_i = 2\pi RL\sqrt{2\rho_n\eta\omega}, \quad (8)$$

а для сферы радиуса  $R$

$$\lambda_i = 3\pi R^2\sqrt{2\rho_n\eta\omega}. \quad (9)$$

Данный предел, когда  $R \gg \delta_n \rightarrow 0$ , эквивалентен случаю больших частот, учитывающему влияние нелинейного слагаемого уравнения Навье–Стокса или так называемого инерционного слагаемого уравнения.

В противоположном случае, когда  $\delta_n \geq R$ , имеем низкочастотный предел или случай квазистационарного течения жидкости. В этом предельном случае для коэффициента сопротивления  $\lambda_s$  для цилиндра длиной  $L$ , можно использовать аппроксимационное выражение Оссена [14]:

$$\lambda_s = \frac{4\pi\eta L}{1/2 - C - \ln(\text{Re}/4)}, \quad (10)$$

где  $C = 0,577$  — число Эйлера, а  $\text{Re} = 2Rv/\nu$  — число Рейнольдса. Для сферы коэффициент сопротивления примет вид (формула Стокса):

$$\lambda_s = 6\pi\eta R. \quad (11)$$

В области температур баллистического режима диссипация обусловлена процессами рассеяния тепловых возбуждений на стенках, поэтому выражения (8)–(11) не применимы и необходимо использовать уравнения кинетической теории. В этой области величина  $\lambda$  не должна зависеть от формы колеблющегося тела, так как длина пробега тепловых возбуждений уже становится больше характерного размера колеблющегося тела и, в соответствии с [1,2], зависит от его поперечного сечения  $S$ . Коэффициент сопротивления для баллистического режима  $\lambda_b$  имеет вид

$$\lambda_b = \rho_n c S, \quad (12)$$

где  $c$  — скорость первого звука.

Из проведенного анализа видно, что величина коэффициента сопротивления зависит либо от площади поверхности тела в гидродинамическом пределе рассеяния, либо от площади поперечного сечения при баллистическом режиме рассеяния. И для того чтобы проводить сравнение поведения колеблющихся тел, как различного размера, так и различной формы, естественно было бы проводить нормировку на соответствующую площадь.

### 5. Удельный коэффициент сопротивления. Гидродинамический режим рассеяния

В гидродинамической области общий коэффициент сопротивления, как показано в [14], равен сумме коэффициентов сопротивления в разных пределах  $\lambda_h = \lambda_i + \lambda_s$ .

Результат расчета коэффициентов сопротивления в гидродинамической области для цилиндра с радиусом  $R$  и длиной  $L$ , соответствующего длине проволоки, используемой в эксперименте [17], и сферы с радиусом  $R$  [2] приведен на рис. 3 штрих-пунктирной и пунктирной линиями соответственно. В расчете использовали выражения (8), (9) для  $\lambda_i$  и (10), (11) для  $\lambda_s$ , при этом значения коэффициента сопротивления нормировали на площадь поверхности колеблющегося тела. К сожалению, в работе [18] не приводятся значения скорости колебаний проволоочки, при которых проводили измерения, поэтому при расчете по формуле (10) использовали значение  $\text{Re} = 0,03$ , приводящее к наилучшему согласию пересчитанных экспериментальных данных [18] с расчетными значениями. Для сферы расчет по формуле (11) сделан без подгоночных параметров. На

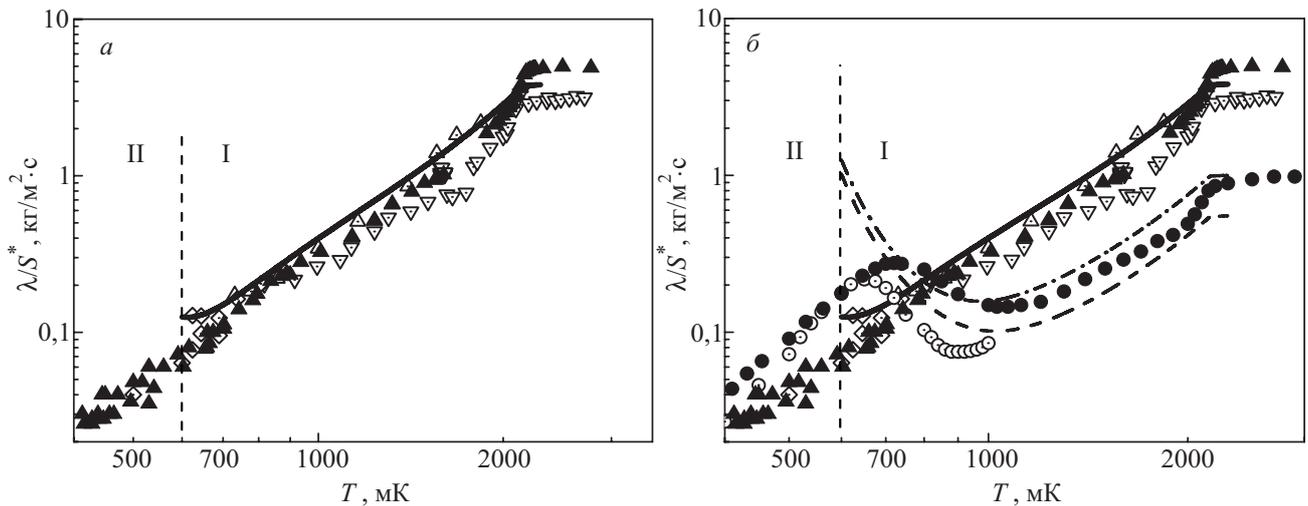


Рис. 3. Температурная зависимость удельного коэффициента сопротивления. Пунктирная линия разделяет области гидродинамического (I) и баллистического (II) режимов рассеяния тепловых возбуждений. Камертоны большого размера К4 (▲); К8 (△) и камертон малого размера К9 (▽) (а). Сплошной линией показан расчет коэффициента диссипации для камертона с учетом поправки (см. в тексте). Микросфера [2] (○) и проволока [18] (●) (б). Пунктирная линия — расчет коэффициента диссипации для сферы и штрих-пунктирная — для цилиндра (пояснения см. в тексте).

рис. 3 также приведены все экспериментальные данные, показанные на рис. 2, с тем отличием, что все данные нормировали на соответствующую площадь поверхности колеблющихся тел  $S^*$ . Как видно на рисунке, при такой нормировке данные удельного коэффициента сопротивления для камертонов различного размера совпали. Для проволоки и сферы тоже имеется хорошее согласие между собой, но при этом возникает существенное отличие по величине (приблизительно в 5 раз от данных для камертона).

На рис. 3 видно, что температурные зависимости коэффициента сопротивления для цилиндра и сферы имеют идентичный характер. В высокотемпературной области, соответствующей пределу  $\delta_n \ll R$ , коэффициент диссипации уменьшается с уменьшением температуры. При дальнейшем понижении температуры происходит переход к режиму, когда  $\delta_n \geq R$  (низкочастотный предел) и течение становится близким к квазистационарному. В этом режиме коэффициент диссипации растет с понижением температуры. Таким образом, в промежуточной области, при переходе между режимами на температурной зависимости, существует характерный минимум вблизи 1 К.

Расчет по формуле (8) для камертона дает значение величины коэффициента сопротивления в 3 раза выше, чем это бы было для цилиндра с характерными размерами и рабочей частотой, соответствующими размерам и частоте работы камертона. Поскольку геометрия камертона и цилиндра отличается, при расчетах был введен подгоночный коэффициент, равный 1/3, что привело к хорошему согласию между расчетной температурной зависимостью коэффициента сопротивления (сплошная линия на рис. 3) и экспериментально полученными данными. Таким образом, видно,

что для анализа температурной зависимости диссипативных потерь, вызванных колебаниями ножек камертона, можно использовать выражение (8), справедливое для цилиндра, с одним подгоночным коэффициентом.

В случае камертона минимум на температурной зависимости коэффициента сопротивления отсутствует. Причина такого поведения коэффициента сопротивления заключается в том, что измерения с камертоном проводили на частотах намного больше, чем в экспериментах с провололочкой или микросферой (32 кГц и  $\leq 1$  кГц соответственно). В случае высоких частот переход к режиму  $\delta_n \geq R$  происходит при более низких температурах. Следовательно, при более низких температурах должен был бы наблюдаться минимум на температурной зависимости коэффициента сопротивления.

### 6. Удельный коэффициент сопротивления. Баллистический режим рассеяния

В баллистическом режиме (при  $T < 0,6$  К), как указывалось выше, форма тела не имеет значения, а величина коэффициента сопротивления определяется сечением рассеяния. Поэтому в данном режиме экспериментальные данные необходимо нормировать на площадь сечения колеблющегося тела. На рис. 4 показаны все имеющиеся экспериментальные результаты, нормированные на площадь поперечного сечения  $S$ . Кроме того, приведены теоретические значения коэффициента сопротивления (12), также нормированного на площадь сечения тела (пунктирная линия). На рисунке видно хорошее согласие между всеми имеющимися экспериментальными данными и расчетными

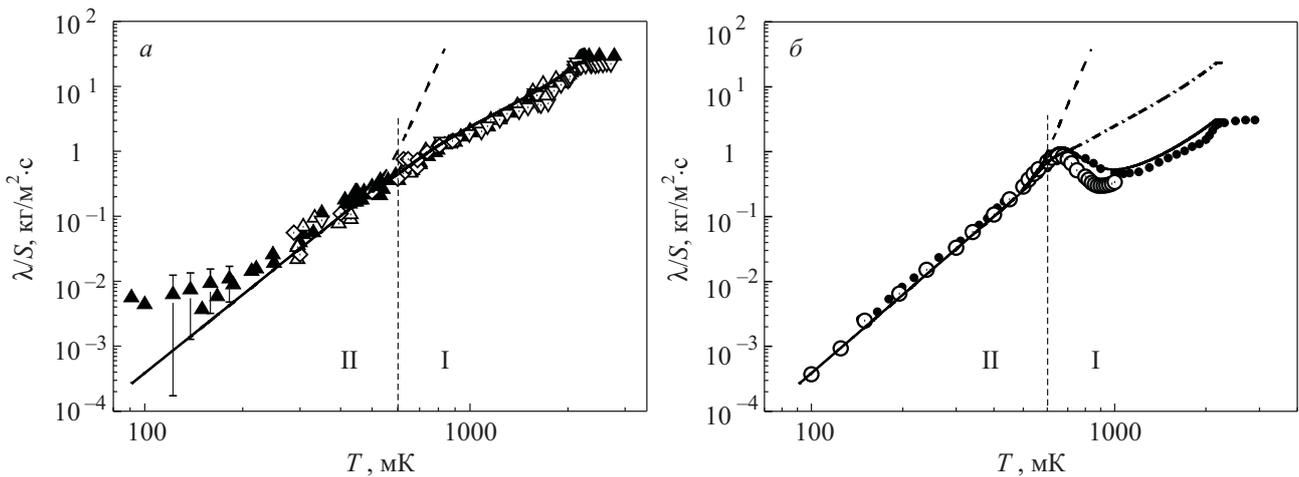


Рис. 4. Температурная зависимость коэффициента сопротивления, нормированного на площадь поперечного сечения колеблющегося тела: камертоны большого размера K4 (▲), K8 (△) и камертон малого размера K9 (▽) (а); микросфера [2] (○) и проволока [18] (●) (б). Пунктирная линия разделяет области гидродинамического (I) и баллистического (II) пределов измерений. Сплошной линией показан расчет коэффициента сопротивления для камертона (а) и сферы (б), пунктирная линия для баллистического режима (пояснения см. в тексте). Штрих-пунктирная линия — зависимость для сферы, но уже при частоте колебаний 32 кГц и диаметре, равном поперечному размеру камертона K8 (б).

значениями. Коэффициент сопротивления в этой области температур определяется температурной зависимостью плотности нормальной компоненты, которая пропорциональна  $T^4$ .

Для того чтобы описать имеющиеся экспериментальные данные единой кривой, была применена интерполяционная формула, которая справедлива в предельных случаях при  $T \rightarrow 0$  для баллистического режима и при  $T \rightarrow T_\lambda$  для гидродинамического:

$$\lambda/S = \left[ \frac{1}{(\lambda_i + \lambda_s)/S} + \frac{1}{\lambda_b/S} \right]^{-1}. \quad (13)$$

Нормировка проводится на площадь поперечного сечения  $S$  для всей области температур теперь как в гидродинамической, так и в баллистической областях. Результат такого расчета приведен на рис. 4 сплошными линиями для камертона (а). Для сферы и цилиндра расчет дает очень близкие значения (б). Как видно на рисунке, экспериментальные данные хорошо совпадают с расчетными значениями, а используемое предположение позволяет описать коэффициент сопротивления на единицу площади сечения во всей области исследуемых температур. Заметим, что при температурах выше 1,9 К кинетическая теория не позволяет описать поведение коэффициента сопротивления.

В случае цилиндра и сферы переход между низкочастотным и высокочастотным режимами течения приводит к появлению минимума. Положение минимума зависит от частоты колебаний и размера тела. Увеличение частоты колебаний или размера тела вызывает смещение минимума в сторону низких температур. Переход из гидродинамической области температур в баллистическую сопровождается появлением

максимума. Данные экстремумы уменьшаются с увеличением частоты. Для наглядности на рис. 4,б приведен расчет удельного коэффициента сопротивления для сферы, колеблющейся с частотой 32 кГц и диаметром, равным поперечному размеру камертона K8. Как видно на рис. 4,б, даже для сферы, колеблющейся на частотах камертона, вид температурной зависимости удельного коэффициента сопротивления практически совпадает с зависимостью для камертона во всем температурном диапазоне.

Температурная зависимость коэффициента сопротивления, полученная с помощью методики кварцевого камертона, не имеет характерных экстремумов, и это, в основном, связано с высокой частотой измерений и, как следствие, отсутствием влияния квазистационарного течения.

### Заключение

Проанализирована работа кварцевых камертонов разных геометрических размеров в широкой области температур 0,1–3 К и скоростей колебаний ножек камертона. Определена температурная зависимость коэффициента сопротивления. Показано, что коэффициент сопротивления зависит от геометрических размеров камертона, но если эту величину нормировать на площадь поперечного сечения, то можно получить удельный коэффициент сопротивления, зависящий только от температуры и частоты колебаний, но не зависящий от размера колеблющегося тела.

Проведен сравнительный анализ удельных коэффициентов сопротивления кварцевых камертонов с колеблющимися телами различной формы, таких как микросфера и проволочка. Показано, что для тел раз-

личной формы при малых частотах колебания температурная зависимость удельного коэффициента сопротивления, при гидродинамическом режиме рассеяния, имеет характерный минимум, определяющийся переходом от высокочастотного предела к низкочастотному — квазистационарному пределу. При переходе к баллистическому режиму рассеяния наблюдается максимум, ниже которого удельный коэффициент сопротивления зависит от температуры как  $T^4$ . С увеличением частоты колебаний на температурной зависимости удельного коэффициента сопротивления данные экстремумы становятся менее четкими, и при частотах колебаний ножек камертона 32 кГц вообще отсутствуют.

Предложена эмпирическая зависимость, позволяющая описать поведение удельного коэффициента сопротивления во всем температурном диапазоне при различных частотах для колеблющегося камертона, микросферы и проволочки. Показано, что для описания работы кварцевого камертона можно использовать решение задачи для цилиндра, но с одним подгоночным коэффициентом.

Авторы благодарят Э.Я. Рудавского, Ю.М. Полуэктова и К.Э. Немченко за полезные дискуссии.

Работа была выполнена при поддержке гранта УНТЦ (проект 5211).

1. M. Niemetz, H. Kerscher, and W. Schoepe, *J. Low Temp. Phys.* **124**, 163 (2001).
2. M. Niemetz and W. Schoepe, *J. Low Temp. Phys.* **135**, 447 (2004).
3. D.I. Bradley, S.N. Fisher, A.M. Guenault, R.P. Haley, V. Tsepelin, G.R. Pickett, and K.L. Zaki, *J. Low Temp. Phys.* **154**, 97 (2009).
4. H. Yano, T. Ogawa, A. Miura, Y. Nago, K. Ohara, O. Ishikawa, and T. Hata, *J. Low Temp. Phys.* **156**, 132 (2009).
5. H.A. Nichol, L. Skrbek, P.C. Hendry, and P.V.E. McClintock, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 244501 (2004).
6. D. Charalambous, L. Skrbek, P.C. Hendry, P.V.E. McClintock, and W.F. Vinen, *Phys. Rev.* **E74**, 036307 (2006).
7. M. Blažková, D. Schmoranzer, and L. Skrbek, *Phys. Rev.* **E75**, 025302(R) (2007).
8. R. Blaauwgeers, M. Blažková, M. Clovecko, V.B. Eltsov, R. de Graaf, J. Hosio, M. Krusius, D. Schmoranzer, W. Schoepe, L. Skrbek, P. Skyba, R.E. Solntsev, and D.E. Zmeev, *J. Low Temp. Phys.* **150**, 525 (2008).
9. Г.А. Шешин, А.А. Задорожко, Э.Я. Рудавский, В.К. Чаговец, Л. Скрбек, М. Блажкова, *ФНТ* **34**, 1111 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 875 (2008)].
10. V. Chagovets, I. Gritsenko, E. Rudavskii, G. Sheshin, and A. Zadorozhko, *J. Physics: Conf. Ser.* **159**, 032014 (2009).
11. D.I. Bradley, M.I. Fear, S.N. Fisher, A.M. Guenault, R.P. Haley, C.R. Lawson, P.V.E. McClintock, G.R. Pickett, R. Schanen, V. Tsepelin, and L.A. Wheatland, *J. Low Temp. Phys.* **156**, 116 (2009).
12. M. Blažková, D. Schmoranzer, and L. Skrbek, *Fiz. Nizk. Temp.* **34**, 380 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 298 (2008)].
13. I.A. Gritsenko, A.A. Zadorozhko, E. Ya. Rudavskii, V.K. Chagovets, and G.A. Sheshin, *J. Low Temp. Phys.* **158**, 450 (2009).
14. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1986).
15. K. Karrai, *Lectures Notes* (2000) at [http://www.nano.physik.uni-muenchen.de/publikationen/Preprints/p-00-03\\_Karrai/pdf](http://www.nano.physik.uni-muenchen.de/publikationen/Preprints/p-00-03_Karrai/pdf).
16. И.М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Наука, Москва (1971).
17. D.O. Clubb, O.V.L. Buu, R.M. Bowley, R. Nyman, and J.R. Owers-Bredley, *J. Low Temp. Phys.* **136**, 1 (2004).
18. M. Morishita, T. Kuroda, A. Sawada, and T. Satoh, *J. Low Temp. Phys.* **76**, 387 (1989).

### Quartz tuning fork oscillations in He II and drag coefficient

I.A. Gritsenko, A.A. Zadorozhko, A.S. Neoneta, V.K. Chagovets, and G.A. Sheshin

The temperature dependences of drag coefficient are measured at temperatures ranged from 0.1 to 3.0 K for quartz tuning forks of different size immersed in superfluid He II. It is found that these dependences are similar but the drag coefficients varying value for quartz tuning forks with different geometrical size. It is shown that, if the value of drag coefficient is normalized to the surface area of the moving prong, the specific drag coefficient depends on temperature and oscillation frequency only. The temperature dependences of normalized drag coefficients for tuning quartz forks of different size, wire and sphere are compared. It is shown that in the ballistic regime of quasiparticle scattering these plots are identical and have a slope proportional to  $T^4$ , which is determined by the density of thermal excitations. In the hydrodynamic regime at  $T > 0.5$  K the temperature behavior of specific drag coefficient is affected by vibrating body size and oscillation frequency. An empirical relation is proposed to describe the behavior of specific drag coefficient in the whole temperature range at different frequencies for vibrating quartz forks, sphere, and wire.

PACS: 67.10.Jn Transport properties and hydrodynamics;  
**47.37.+q** Hydrodynamics aspects of superfluidity, quantum liquids;  
 77.65.Fs Electromechanical resonance quartz resonators.

Keywords: quartz tuning forks, drag coefficient, hydrodynamics, ballistics.