Low Temperature Physics/Физика низких температур, 2015, т. 41, № 5, с. 486–489

Эффект Хиггса и магнитоупругая щель в ферромагнетиках

В.Г. Барьяхтар, А.Г. Данилевич

Институт магнетизма НАН и МОН Украины, бульв. Акад. Вернадского, 36б, г. Киев, 03142, Украина
E-mail: alek_tony@ukr.net

Национальный технический университет Украины «КПИ», пр. Победы, 37, г. Киев, 03056, Украина

Статья поступила в редакцию 11 ноября 2014 г., опубликована онлайн 23 марта 2015 г.

Показано, что возникновение магнитоупругой щели в ферромагнетике имеет общую причину с таким явлением, как возникновение массы у бозона Хиггса. В одноосном ферромагнетике исследовано состояние типа «легкая плоскость» с учетом магнитоупругого взаимодействия. Найдены компоненты тензора деформации ферромагнетика в основном состоянии, магнитоупругая щель и перенормировка константы магнитной анизотропии.

Показано, що виникнення магнітопружної щілини у феромагнетику має загальну причину з таким явищем, як виникнення маси у бозона Хіггса. У одноосьовому феромагнетику досліджено стан типу «легка площина» з урахуванням магнітопружної взаємодії. Знайдено компоненти тензора деформації феромагнетика в основному стані, магнітопружну щілину та перенормування константи магнітної анізотропії.

PACS: **64.60.–i** Общие исследования фазовых переходов;
62.20.de Упругие модули;
75.47.Np Металлы и сплавы;
75.80.+q Магнитомеханические эффекты, магнитострикция.

Ключевые слова: магнитоупругая щель, ферромагнетик, эффект Хиггса.

Введение

В различных разделах физики известны примеры систем, которые демонстрируют самопроизвольное нарушение симметрии. Это системы, энергия которых обладает некоторой симметрией, в то время как реальное физическое состояние системы, отвечающее частному решению в уравнении движения, этой симметрией не обладает. Такая ситуация имеет место, когда минимуму энергии системы соответствует ряд состояний с непрерывным параметром вырождения. Причиной нарушения симметрии может быть сколь угодно малое возмущение специального вида [1].

На сегодняшний день хорошо известно, что в магнитоупорядоченных материалах в спектре спиновых волн возникает магнитоупругая щель, обусловленная взаимодействием спиновых и звуковых волн. В работе [2] было высказано соображение, что образование магнитоупругой щели связано с нарушением симметрии магнитного гамильтониана при введении магнитоупругого взаимодействия, однако конкретный расчет этого утверждения не был предоставлен. В свое время в квантовой теории поля такой эффект был обнаружен Хиггсом [1].

В настоящей работе на примере одноосного ферромагнетика последовательно рассмотрено явление возникновения магнитоупругой щели в спектре спиновых волн, что обусловлено нарушением спонтанной симметрии в спиновой системе.

Вырожденные состояния в одноосном ферромагнетике

Напомним, как возникает масса у бозонов Хиггса в упрощенной модели. Так, в книге [1] показано, как спонтанное нарушение симметрии системы достигается в результате перехода от потенциальной энергии вида $m^2\varphi^2/2$ к потенциальной энергии, которая имеет вид четной функции с двумя симметричными минимумами. Приведем здесь рассуждения для многокомпонентного поля, которое описывается полевой функцией $\boldsymbol{\varphi}(\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_n)$, обладающей следующим важным свойством: ее потенциальная энергия определяется четными степенями φ. Эта система с непрерывной симметрией вращений, не изменяющей величины φ^2.

Чтобы получить спонтанное нарушение симметрии, необходимо выбрать потенциальную энергию в виде

$$V(\varphi) = -\frac{\mu^2}{2}(\boldsymbol{\varphi\varphi}) + \frac{h^2}{2}(\boldsymbol{\varphi\varphi})^2, \ \boldsymbol{\varphi\varphi} = \sum_a \varphi_a^2. \quad (1)$$

Минимум потенциальной энергии здесь отвечает соотношению

$$\boldsymbol{\varphi\varphi} = \varphi_0^2 = \frac{\mu^2}{h^2}. \quad (2)$$

Это уравнение для n-переменных. Не ограничивая общности, выберем решение этого уравнения в виде

$$\boldsymbol{\varphi}_0 = (\varphi_0, 0, \ldots, 0), \ \phi_0 = \mu / h. \quad (3)$$

Теперь произведем сдвиг функции поля $\boldsymbol{\varphi}$ на постоянный вектор $\boldsymbol{\varphi}_0$, удовлетворяющий условию (3),

$$\boldsymbol{\varphi}(x) = \boldsymbol{\varphi}_0 + \mathbf{u}(x). \quad (4)$$

Тогда получим для потенциальной энергии следующее соотношение:

$$V(\boldsymbol{\varphi}_0 + \mathbf{u}(x)) = V_0 + \mu^2 u_1^2 + \mu h u_1(\mathbf{uu}) + \frac{h^2}{4}(\mathbf{uu})^2. \quad (5)$$

В этом выражении квадратичный член присутствует только для компоненты u_1. Таким образом, в результате нарушения симметрии, которое выражается сдвигом (4), сдвинутая компонента u_1 приобретает свободную массу $m_1 = \mu\sqrt{2}$, а остальные компоненты массы не имеют. Очевидно, что симметрия этого решения не относится к симметрии поворота в n-мерном пространстве полевой функции $\varphi(\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_n)$.

При квантовом рассмотрении смещение на постоянную величину нарушает соотношение коммутации для ферми-частиц и не нарушает для бозе-частиц. Другими словами, механизм возникновения массы при спонтанном нарушении симметрии относится только к бозонам. То обстоятельство, что из всех сортов бозе-частиц только одна приобретает массу, является эффектом Хиггса [1]. Безмассовые частицы называются частицами Голдстоуна.

Такая ситуация имеет место в магнетиках с одноосной симметрией, когда вырожденными являются основные состояния, для которых магнитный момент не направлен вдоль легкой оси [3,4]. Учет магнитоупругого взаимодействия в одноосном ферромагнетике проводился достаточно давно и при различных условиях [3,5], однако при этом рассматривалось основное состояние «легкая ось», которое не является вырожденным.

Рассмотрим, как влияет магнитоупругое взаимодействие на спектр спиновых волн в случае вырожденного состояния «легкая плоскость». Энергию одноосного ферромагнетика в отсутствие внешнего магнитного поля можно записать в следующем виде [3]:

$$F_m = \frac{\alpha}{2}\frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial x_i}\frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial x_k} - \frac{1}{2}K_1\mu_z^2 - \frac{1}{4}K_2\mu_z^4, \quad (6)$$

где α — постоянная неоднородного обменного взаимодействия, K_1 и K_2 — константы одноосной анизотропии, $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{M} / M_0$ — нормированный вектор намагниченности, M_0 — намагниченность насыщения. Здесь константы имеют размерность энергии.

Для того чтобы получить закон дисперсии спиновых волн ферромагнетика, необходимо воспользоваться уравнением движения магнитного момента — уравнением Ландау–Лифшица [6]:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\mu}}{\partial t} = -\gamma \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}, \quad (7)$$

где $\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\delta F / \delta \mathbf{M}$ — эффективное магнитное поле, $\gamma = g\,|\,\mu_B\,|/\hbar \approx 2\,|\,\mu_B\,|/\hbar$ — гиромагнитное отношение.

Используя стандартную методику [3,4], из уравнения (7) можно получить частоты спиновых волн для основных состояний одноосного ферромагнетика. Нас интересует основное состояние «легкая плоскость», когда намагниченность лежит в базисной плоскости (например, $\mathbf{M} \parallel \langle 100 \rangle$), а условие устойчивости для данного состояния имеет вид: $K_1 < 0$. Это состояние вырождено с непрерывным параметром вырождения, соответствующим повороту в базисной плоскости.

Закон дисперсии в этом случае будет иметь вид

$$\omega^2 = \gamma^2 M_0^2 (\alpha k^2 / M_0^2 - K_1 / M_0^2)\alpha k^2 / M_0^2, \quad (8)$$

где ω и k — частота и волновой вектор спиновой волны.

Такая спиновая волна является голдстоуновским бозоном, поскольку энергия магнона обращается в ноль при $k = 0$. Очевидно, симметрия этого основного состояния для определенного значения намагниченности в базисной плоскости ниже симметрии исходного гамильтониана.

Вырождение снимается при учете внешнего магнитного поля в базисной плоскости (например, $\mathbf{H} \parallel \langle 100 \rangle$):

$$\omega^2 = \gamma^2 M_0^2 (\alpha k^2 / M_0^2 - K_1 / M_0^2 + H / M_0)(\alpha k^2 / M_0^2 + H / M_0). \quad (9)$$

Но магнитное поле нарушает симметрию гамильтониана, он перестает быть инвариантным относительно поворота вокруг оси симметрии (к энергии (6) необходимо добавить слагаемое $-H_x M_x$). Более интересным является рассмотрение случая, когда учитывается возмущение, не меняющее симметрии гамильтониана. Таким возмущением и является магнитоупругое взаимодействие в кристалле.

Учет магнитоупругого взаимодействия

Для учета магнитоупругого взаимодействия полную энергию ферромагнетика необходимо записать в виде

$$F = F_m + F_e + F_{me}. \tag{10}$$

Первое слагаемое в этом выражении — магнитная энергия кристалла, определяющаяся выражением (6). Второе слагаемое — упругая энергия, которая имеет вид [7]

$$F_e = \frac{1}{2}C_{11}(E_{xx}+E_{yy})^2 + \frac{1}{2}C_{33}E_{zz}^2 + C_{13}(E_{xx}+E_{yy})E_{zz} + +2C_{44}(E_{xz}+E_{yz})^2 + \frac{1}{2}C_{66}(E_{xx}^2+E_{yy}^2+2E_{xy}^2), \tag{11}$$

где E_{ik} — компоненты тензора деформаций, C_{ik} — упругие модули второго порядка для одноосного кристалла. Третье слагаемое определяет взаимодействие между магнитной и упругой подсистемами [5,8]:

$$F_{me} = \frac{1}{2}B_{11}(M_x^2+M_y^2)(E_{xx}+E_{yy}) + \frac{1}{2}B_{13}M_z^2(E_{xx}+E_{yy}) + +\frac{1}{2}B_{31}(M_x^2+M_y^2)\mathrm{E}_{zz} + \frac{1}{2}B_{33}M_z^2E_{zz} + +\frac{1}{2}B_{44}(M_xM_zE_{xz}+M_yM_zE_{yz}) + +\frac{1}{2}B_{66}(M_x^2E_{xx}+M_y^2E_{yy}+2M_xM_yE_{xy}), \tag{12}$$

где B_{ik} — константы магнитоупругого взаимодействия в случае одноосной симметрии.

Подчеркнем, что полная энергия (10) в данном случае остается инвариантной относительно поворотов вокруг оси симметрии. При расчете спектров связанных колебаний необходимо воспользоваться уже двумя уравнениями движения: уравнением Ландау–Лифшица (7) и уравнением динамики для вектора смещений $\mathbf{U}$ [3,7]:

$$\rho\ddot{\mathbf{U}} = -\frac{\delta F}{\delta \mathbf{U}}, \tag{13}$$

где ρ — плотность. Фактически мы переходим от чисто спиновых и чисто упругих волн к связанным магнитоупругим колебаниям.

Рассмотрим вырожденное основное состояние «легкая плоскость» $\mathbf{M}\parallel\langle 100\rangle$ и выясним, как же меняется частота спиновых волн при учете магнитоупругого взаимодействия. В данном основном состоянии имеются отличные от нуля равновесные значения компонент тензора деформаций, которые легко получить из условия $\partial F/\partial E_{ik} = 0$:

$$\begin{aligned} E_{xx}^0 &= -\frac{B_{66}}{4C_{66}} - \frac{2B_{31}C_{13} - C_{33}(2B_{11}+B_{66})}{4(2C_{13}^2 - C_{33}(2C_{11}+C_{66}))}, \\ E_{yy}^0 &= \frac{B_{66}}{4C_{66}} - \frac{2B_{31}C_{13} - C_{33}(2B_{11}+B_{66})}{4(2C_{13}^2 - C_{33}(2C_{11}+C_{66}))}, \\ E_{zz}^0 &= \frac{B_{31}(2C_{11}+C_{66}) - C_{13}(2B_{11}+B_{66})}{2(2C_{13}^2 - C_{33}(2C_{11}+C_{66}))}. \end{aligned} \tag{14}$$

Аналогично тому, как при нахождении спектра чисто спиновых волн (8), рассматриваются малые колебания магнитного момента $\boldsymbol{\mu}$:

$$\boldsymbol{\mu}(\mathbf{r},t) = \boldsymbol{\mu}_0 + \mathbf{m}(\mathbf{r},t), \tag{15}$$

где $\mathbf{m}(\mathbf{r},t)$ — малые отклонения от равновесного значения $\boldsymbol{\mu}_0 = (0,0,1)$, компоненты тензора деформаций также могут быть записаны в виде суммы равновесных значений и малых отклонений от них:

$$E_{ik} = E_{ik}^0 + \varepsilon_{ik}, \tag{16}$$

здесь E_{ik}^0 определяются выражениями (14), а ε_{ik} — малые отклонения, которые могут быть выражены через вектор смещений $\mathbf{U}$ по формуле [7]:

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i}\right). \tag{17}$$

Разложим плотность энергии одноосного ферромагнетика по степеням малых отклонений m_i и ε_{ik}, принимая во внимание, что в данном основном состоянии компонента $m_x \approx -(m_y^2 + m_z^2)/2$ — второго порядка малости. Тогда, учитывая члены до второго порядка малости по малым отклонениям, получим:

$$F_{me2} = B_{66}e_{xy}m_y + \frac{1}{2}B_{44}e_{xz}m_z, \tag{18}$$

$$F_{m2} = \frac{B_{66}}{4C_{66}}m_y^2 - \frac{1}{2}(K_{me}+K_1)m_z^2, \tag{19}$$

где введено обозначение

$$K_{me} = (B_{11} - B_{13} + B_{66})E_{xx}^0 + (B_{11} - B_{13})E_{yy}^0 + (B_{31} - B_{33})E_{zz}^0.$$

Здесь также отбрасываем равновесную энергию нулевого порядка малости, поскольку она не дает вклада в динамические уравнения. Выражение для упругой энергии (11) сохранит свой вид, произойдет лишь замена E_{ik} на ε_{ik}.

Из выражения (19) для разложения магнитной энергии видно, что должна возникнуть магнитоупругая щель, поскольку коэффициент при m_y отличен от нуля. Важно отметить, что эта щель возникает исключительно из-за магнитоупругого взаимодействия. Коэффициент при m_z показывает, что происходит также перенормировка константы анизотропии.

Подставляя разложение полной энергии в динамические уравнения (7), (13) и переходя к компонентам Фурье по времени t и координатам $\mathbf{r}$ для малых отклонений $\mathbf{m} = \mathbf{m}_0 \exp\{i(\mathbf{kr} - \omega t)\}$, $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 \exp\{i(\mathbf{kr} - \omega t)\}$ можно получить законы дисперсии связанных магнитоупругих колебаний [3,4]. Однако нас в данном случае интересуют изменения, которые произойдут в спектре квазиспиновых волн.

Не останавливаясь на стандартных вычислениях, приведем результаты для частот квазиспиновых волн в данном основном состоянии, которые можно получить из закона дисперсии связанных магнитоупругих колебаний:

$$\omega^2 = \gamma^2 M_0^2 (\alpha k^2 / M_0^2 - K_1 / M_0^2 - K_{me} / M_0^2) \times \\ \times (\alpha k^2 / M_0^2 + B_{66}^2 / 2M_0^2 C_{66}). \qquad (20)$$

Из выражения (20) легко видеть, что при $k = 0$ частота спиновых волн отлична от нуля:

$$\omega^2 = \gamma^2 (-K_1 / M_0^2 - K_{me} / M_0^2) B_{66}^2 / 2C_{66}, \qquad (21)$$

это и есть магнитоупругая щель, которая появляется в основном состоянии «легкая плоскость» одноосного ферромагнетика при учете магнитоупругого взаимодействия.

Выводы

Из полученных результатов следует, что после учета магнитоупругого взаимодействия снимается вырождение в изначально вырожденном основном состоянии «легкая плоскость» одноосного ферромагнетика и исчезают безмассовые магноны (голдстоуновские бозоны). Таким образом, магнитоупругое взаимодействие «превращает» голдстоуновскую моду в бозон Хиггса.

Также важно отметить, что появление магнитоупругой щели не зависит от направления волнового вектора упругой волны.

Выражение (20) показывает, что магнитоупругое взаимодействие снимает вырождение основного состояния даже в случае изотропного магнетика ($K_1 = 0$), что находится в полном соответствии с общими принципами, изложенными в работе [2].

Следовательно, магнитоупругое взаимодействие приводит к основному состоянию, симметрия которого ниже симметрии гамильтониана.

Публикация содержит результаты исследований, проведенных при грантовой поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований по конкурсному проекту №GP/F56/006. Работа выполнялась при поддержке проекта Национальной академии наук Украины №0112U001009.

1. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков, *Квантовые поля*, Наука, Москва (1980).
2. В.Г. Барьяхтар, Д.А. Яблонский, *ФММ* **43**, 645 (1977).
3. А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
4. В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, В.М. Криворучко, А.Г. Данилевич, *Современные проблемы динамики намагниченности: от основ до сверхбыстрой релаксации*, ПФ «Хімджест», Киев (2013).
5. В.Г. Барьяхтар, В.М. Локтев, С.М. Рябченко, *ЖЭТФ* **88**, 1752 (1985).
6. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Phys. Ztshr. Sow.* **8**, 153 (1935).
7. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Теория упругости*, Наука, Москва (1987).
8. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, Москва (1982).

Higgs effect and magnetoelastic gap in ferromagnets

V.G. Baryakhtar and A.G. Danilevich

It is shown that the magnetoelastic gap initiation in a ferromagnet has a cause which is common with the phenomenon of formation of a mass for the Higgs boson. The “easy plane” ground state in an uniaxial ferromagnet is studied with accounting for magnetoelastic interaction. The strain tensor components of the ferromagnet in the ground state, the magnetoelastic gap and renormalization of the magnetic anisotropy constant are determined.

PACS: **64.60.–i** General studies of phase transitions;
62.20.de Elastic moduli
75.47.Np Metals and alloys;
75.80.+q Magnetomechanical effects, magnetostriction.

Keywords: magnetoelastic gap, ferromagnet, Higgs effect.