

Колебания неизотермической N/S границы с высокой частотой и большой амплитудой

А.И. Безуглый¹, В.А. Шкловский²

¹Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»
ул. Академическая, 1, г. Харьков, 61108, Украина
E-mail: bezuglyj@kipt.kharkov.ua,

²Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина
E-mail: shklovskij@univer.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 11 июня 2016 г., опубликована онлайн 29 августа 2016 г.

В рамках феноменологического подхода, основанного на уравнении теплового баланса и зависимости критической температуры сверхпроводника от величины тока, теоретически исследовано воздействие высокочастотного тока большой амплитуды и произвольной формы на неизотермическое равновесие колеблющейся межфазной границы в длинном сверхпроводнике. Введено усредненное самосогласованное температурное поле быстро осциллирующей неизотермической N/S границы (теплового кинка), позволяющее выйти за пределы известной концепции среднеквадратичного нагрева и учесть влияние формы колебаний тока. Применительно к экспериментам по воздействию СВЧ излучения большой мощности на вольт-амперные характеристики (ВАХ) сверхпроводящих пленок проведена классификация и построены семейства ВАХ для неоднородных сверхпроводников, по которым пропускается ток, содержащий высокочастотную компоненту большой амплитуды. Ряд ВАХ имеет гистерезис тепловой природы.

В рамках феноменологічного підходу, який заснований на рівнянні теплового балансу і залежності критичної температури надпровідника від величини струму, теоретично досліджено вплив високочастотного струму великої амплітуди і довільної форми на рівновагу неизотермічної міжфазної межі в довгому надпровіднику. Введено усереднене самоузгоджене температурне поле швидко осцилюючої неизотермічної N/S межі (теплового кінка), що дозволяє вийти за межі відомої концепції середньоквадратичного нагріву і врахувати вплив форми коливань струму. Стосовно до експериментів по впливу НВЧ випромінювання великої потужності на вольт-амперні характеристики (ВАХ) надпровідних плівок проведено класифікацію і побудовані сім'ї ВАХ для неоднорідних надпровідників, по яким пропускається струм, що містить високочастотну компоненту великої амплітуди. Низка ВАХ має гістерезис теплової природи.

PACS: 74.25.N- Отклик на электромагнитные поля;
74.25.Sv Критические токи.

Ключевые слова: сверхпроводящие пленки, неизотермическая N/S граница, высокочастотные колебания.

1. Введение

Разрушение транспортным током сверхпроводимости в длинных сверхпроводниках — одно из тех явлений, которые в одинаковой степени важны как с фундаментальной точки зрения, так и для приложений. В дальнейшем для определенности речь будет идти о пленках из низкотемпературных сверхпроводников, хотя основные результаты могут быть перенесены (с соответствующей модификацией) на провода, используемые, в частности, для создания сверхпроводящих магнитных систем.

Как оказалось, механизмы разрушения сверхпроводимости током довольно разнообразны и определяются дефектной структурой образца [1], его геометрией, температурой и величиной магнитного поля. При температурах T , близких к критической температуре T_c (фактически, когда $T_c - T \lesssim 0,1$ К), увеличение тока в узких и тонких пленках приводит к такому резистивному явлению, как возникновение центров проскальзывания фазы (ЦПФ) [2–4]. Заметим, что пленка является узкой, если ее ширина $w \lesssim \{\xi(T), \lambda_{\perp}\}$, где $\xi(T)$ — длина когерентности, а λ_{\perp} — эффективная длина, на которой изменя-

ется перпендикулярное к пленке магнитное поле. Величина $\lambda_{\perp} = 2\lambda_L^2/d$, где λ_L — лондоновская глубина проникновения, а d — толщина пленки; $d \ll \lambda_L$. Физике процессов, происходящих в ЦПФ, посвящена обширная литература (см., например, обзор [5]).

В пленках с шириной $w \gg \lambda_{\perp}$ [6] возникновение резистивности связано с движением вихрей, которые порождаются магнитным полем транспортного тока и движутся от краев пленки к ее центру, где аннигилируют вследствие их противоположной циркуляции. В связи с неоднородностью краев пленки такое движение чаще всего реализуется в виде отдельных цепочек вихрей, каждая из которых порождается своим краевым дефектом. При дальнейшем увеличении тока параметр порядка на линии вихревой цепочки динамически подавляется [7], что может приводить к линии проскальзывания фазы — двумерному аналогу ЦПФ (см. обзоры [8,9] и цитируемую там литературу).

В интересующем нас случае более низких температур ($T_c - T \gg 0,1$ К) по пленке могут протекать значительные токи, и определяющую роль в разрушении сверхпроводимости начинают играть эффекты джоулева нагрева нормальных областей, которые часто называются тепловыми или нормальными доменами (ND) или горячими пятнами (hotspot). Как правило, ND образуются в местах, где дефекты, сужения или вариации толщины пленки ослабляют ее сверхпроводящие свойства [10,11]; с ростом тока ND увеличивают свою длину. Характерной чертой такой резистивности является гистерезис вольт-амперные характеристики (ВАХ) тепловой природы (см., например, [12]).

Таким образом, при разрушении постоянным током сверхпроводимости в длинных образцах возможно появление статических тепловых доменов, локализованных на неоднородностях образца. Если же ток превышает ток равновесия неизотермической N/S границы I_{eq} , разрушение сверхпроводимости имеет вид бегущей волны переключения между S и N фазами (тепловой кинка). Наоборот, при уменьшении тока и следующем за этим восстановлении сверхпроводимости в неоднородных сверхпроводниках тепловые домены уменьшаются и исчезают, а в однородных сверхпроводниках волны переключения меняют свое направление.

Подобным неизотермическим состояниям неоднородных сверхпроводников посвящены обзоры [13,14], в которых, однако, в основном рассматривается статика тепловых доменов и кинков, а их динамика обсуждается лишь в случае достаточно малых и медленных изменений протекающего через образец тока.

Вместе с тем интересен и противоположный предельный случай влияния быстрых и значительных изменений транспортного тока на усредненную по его осцилляциям статику и динамику неизотермической N/S границы, причем как с физической точки зрения (в связи с появлением экспериментальных способов визуализации

такой границы [15]), так и, по-видимому, с прикладной (вопросы тепловой стабилизации сверхпроводников на переменном токе [16] и нелинейных свойств сверхпроводящих пленок на СВЧ [17]). Обычно используемое в таких задачах приближение эффективного (среднеквадратичного) нагрева [11], сводящее их к аналогичным задачам на постоянном токе путем тривиальной замены $J \rightarrow J_{\text{eff}} \equiv \langle J(t)^2 \rangle^{1/2}$, очевидным образом пренебрегает вкладом реальной осцилляционной динамики N/S границы в ее усредненные по таким осцилляциям характеристики (ток неизотермического равновесия, характерный масштаб теплового размытия, среднюю скорость поступательного перемещения кинка). Действительно, исследование влияния на указанные величины даже малой осциллирующей добавки к постоянному току, проведенное ранее для однородного сверхпроводника в работе [18], показало, что в высокочастотном пределе, наряду с обычным среднеквадратичным нагревом нормальной фазы, существует еще несколько новых механизмов формирования теплового поля N/S границы, связанных с ее осцилляционной динамикой и дающих соответствующий вклад в ее усредненные характеристики. Полученная в [18] физическая картина быстрого движения осциллирующей N/S границы в статическом температурном профиле постоянной составляющей транспортного тока допускает обобщение и на случай наличия одного лишь высокочастотного тока большой амплитуды путем введения стационарного самосогласованного усредненного температурного поля осциллирующей границы раздела фаз, что позволяет свести сложную динамическую задачу о движении быстро осциллирующей кинки к значительно более простой задаче о движении самосогласованного усредненного профиля температуры. В общем плане этот подход имеет сходные черты с методом решения механической задачи о движении частицы в быстро осциллирующем поле [19]. Перечислим основные задачи, решаемые в настоящей работе.

1. В рамках феноменологического подхода, основанного на уравнении теплового баланса и зависимости критического тока однородного сверхпроводника от его температуры, предложить новый способ самосогласованного расчета усредненных характеристик высокочастотной осцилляционной динамики неизотермической N/S границы, попутно выяснив границы применимости концепции эффективного нагрева (разд. 2,3).

2. Конкретизировав зависимость $T_c(J)$ в виде принятой в теории Гинзбурга–Ландау, получить величину тока равновесия N/S границы в однородном сверхпроводнике в зависимости от амплитуды и формы тока (разд. 3).

3. С использованием полученных в разд. 2 и 3 результатов теоретически проанализировать возможные виды вольт-амперных характеристик сверхпроводящих пленок с неоднородностями при воздействии на них высокочастотных токов большой интенсивности и

сравнить их с известными [17] экспериментальными данными по ВАХ таких пленок на СВЧ.

2. Самосогласованное усредненное тепловое поле

Представление о самосогласованном усредненном распределении температуры (тепловом поле), возникающем при высокочастотных колебаниях N/S границы, нам будет удобно ввести на примере теплового кинка в однородном сверхпроводнике. Известно [18,20], что для кинка, движущегося с постоянной скоростью v , существуют два характерных масштаба времени. Один из них — время однородной тепловой релаксации пленки τ_0 , а другой представляет собой минимальное время перестройки теплового поля вблизи движущейся N/S границы при изменениях тока $\tau_1 = \tau_0(1 + v^2/4v_T^2)^{-1}$ [20]. Здесь характерная скорость $v_T = \eta/\tau_0$, где η — тепловая длина [11]. Заметим, что $\tau_0 \gg \tau_1$, когда $v \gg v_T$. Если период колебаний тока t_0 значительно меньше, чем наименьшее из характерных времен системы, т.е. $t_0 \ll \tau_1$, в сверхпроводнике с тепловым кинком реализуется высокочастотный динамический режим, в котором изменение профиля температуры не успевает следовать за движением N/S границы, и ее положение определяется из простого соотношения

$$T[x_B(t)] = T_c[J(t)], \quad (1)$$

где T — усредненное тепловое поле. Хотя такое представление о высокочастотном режиме первоначально было получено в предположении о малости переменной компоненты транспортного тока [18], т.е. для малых амплитуд колебания кинка, его применимость можно распространить и на более широкую область значений переменной компоненты плотности тока J_1 . Действительно, характерное время установления нового значения скорости кинка при изменении тока равно τ_0 при движении кинка в N область и равно τ_1 при его движении в S область [20]. Следовательно, при частотах $\omega \gg \tau_1^{-1}$ скорость не будет успевать подстраиваться под мгновенное значение тока. Необходимо только иметь в виду, что, в отличие от рассматриваемого в [18] случая малых J_1 , при больших J_1 в выражении для τ_1 под скоростью v надо понимать не среднюю, а максимальную за период скорость движения кинка. Поскольку при $\omega \gg \tau_1^{-1}$ также выполняется неравенство $\omega \gg \tau_0^{-1}$, изменением профиля температуры в системе дрейфа кинка можно пренебречь по параметру $(\omega\tau_0)^{-1}$ (см. Приложение). В результате мы приходим к уравнению (1) для координаты N/S границы. Заметим, что в отличие от случая малых J_1 [18], когда зависимость $T(x)$ определялась током J_0 , при больших J_1 средний профиль

температуры должен определяться самосогласованно, так как, с одной стороны, этот профиль создается осциллирующим кинком, а с другой стороны, он посредством уравнения (1) определяет движение кинка. Задача вычисления самосогласованного среднего профиля температуры может быть решена в два этапа. Сначала получим выражения для локальной средней мощности теплового выделения на трех различных по состоянию участках образца. Если область колебаний кинка в сопутствующей системе отсчета заключена между x_B^- и x_B^+ , то при $x < x_B^-$ (где сверхпроводимость всегда разрушена) среднее тепловыделение определяется эффективным током

$$Q(x < x_B^-) = \rho J_{\text{eff}}^2 \equiv \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} \rho J^2(t) dt. \quad (2)$$

Здесь ρ — удельное сопротивление нормальной фазы. Как и ранее [18], мы будем пренебрегать тепловыделением в сверхпроводнике за счет переменной компоненты тока по сравнению с джоулевым нагревом нормальной области и считать, что

$$Q(x > x_B^+) = 0. \quad (3)$$

Среднее тепловыделение в промежуточной области с координатами $x_B^- < x < x_B^+$ можно записать в виде интеграла по интервалу времени, в течение которого точка x принадлежит N фазе. При этом будем считать, что удельное сопротивление на SN границе скачком меняется от нуля до ρ , тем самым учитывая резистивные эффекты в наиболее простом виде:

$$Q(x_B^- < x < x_B^+) = \frac{1}{t_0} \int_{T(x) > T_c} \rho J^2(t) dt. \quad (4)$$

Из выражения (4) видно, что усредненная мощность теплового выделения в точке x фактически определяется значением температуры $T(x)$. Таким образом, самосогласованное уравнение теплопроводности в системе отсчета, движущейся со средней скоростью кинка v , имеет вид

$$\frac{d}{dx} k(T) \frac{dT}{dx} + vc(T) \frac{dT}{dx} = W(T) - Q(T). \quad (5)$$

Здесь $Q(T)$ определяется формулами (2), (3) и (4); $W(T)$ — средний теплоотвод в охладитель, а $k(T)$ и $c(T)$ — удельная теплопроводность и теплоемкость пленки*. Отметим два существенных обстоятельства. Во-первых, исходная нестационарная задача о движении N/S границы под действием быстро осциллирующего тока большой амплитуды может быть сведена к хорошо известному стационарному уравнению для

* Процедура усреднения исходного точного уравнения теплопроводности, вообще говоря, предполагает гладкость зависимости $c(T)$. Заметим, что достаточно гладкие зависимости $c(T)$ наблюдаются в материалах с доминирующим фонным вкладом в теплоемкость.

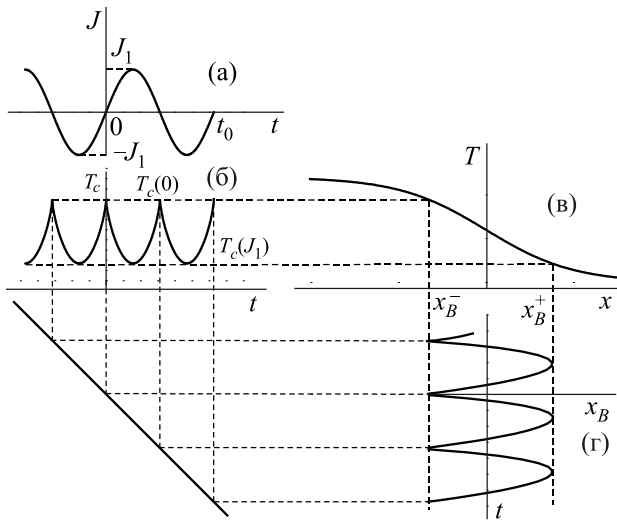


Рис. 1. Построение картины осцилляций теплового кинка в однородной пленке для случая переменного тока (схематически). Зависимость плотности тока от времени (а). Зависимость критической температуры пленки от времени: $T_c(t) = T_c[J(t)]$ (б). Усредненное самосогласованное температурное поле (в). Зависимость координаты межфазной границы от времени (г).

усредненного самосогласованного профиля температуры. Во-вторых, вследствие самосогласования мощность тепловых источников Q нелинейным образом зависит от величины $T(x)$, и уравнение (5) оказывается существенно нелинейным даже при постоянных c и k и линейной аппроксимации для мощности тепловода

$$W(T) = \alpha(T - T_0), \quad (6)$$

где α — удельный коэффициент тепловода, а T_0 — температура термостата.

Уравнение (5) позволяет известным способом [14] получить условие нулевого дрейфа для быстро колеблющегося кинка. Умножая уравнение (5) на $k(T)(dT/dx)$ и интегрируя по координате x от $-\infty$ до ∞ , получаем, что средняя скорость кинка равна нулю при условии, что

$$\int_{T_0}^{T_Q} k(T)[W(T) - Q(T)]dT = 0, \quad (7)$$

где T_Q — температура однородного джоулева нагрева нормальной области (наибольший корень уравнения $W(T) = Q(T)$).

В общем случае величину скорости дрейфа кинка v можно получить, решив аналитически или численно уравнение (5) в трех областях $x < x_B^-$, $x_B^- < x < x_B^+$,

$x > x_B^+$ и сшивая решения и их производные на границах. Процедура шивки даст помимо скорости v также и длину области колебаний N/S границы $\delta = x_B^+ - x_B^-$. Графическое построение картины осцилляции N/S границы в системе ее дрейфа представлено на рис. 1.

3. Влияние формы колебаний тока на неизотермическое равновесие N/S границы

Полученные в предыдущем разделе соотношения справедливы при достаточно общих предположениях о температурной зависимости теплоемкости $c(T)$, теплопроводности $k(T)$ и тепловода $\alpha(T)$. Однако для конкретности в дальнейшем мы будем рассматривать приближение, в котором c и k не зависят от температуры, а тепловод пропорционален разности температур пленки и термостата (6). Такие условия, с одной стороны, достаточно хорошо выполняются в области температур, близких к критической, а, с другой стороны, позволяют явным образом проанализировать влияние формы колебаний тока на динамику теплового кинка, а также (см. разд. 4) получить ВАХ неоднородных сверхпроводников при фиксированных значениях переменной компоненты тока.

В сделанных предположениях интегрирование по частям условия равновесия кинка (7) приводит к следующему выражению:

$$\left(\frac{\rho J_{\text{eff}}^2}{2\alpha} + T_0 \right) J_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} T_c[J(t)] J^2(t) dt. \quad (8)$$

Если воспользоваться соотношением $T_c(J) = T_c(0)[1 - (J/J_c)^2]^{2/3}$, следующим из теории Гинзбурга–Ландау*, то условие равновесия кинка (8) можно свести к виду, содержащему интересующую нас зависимость тока от времени,

$$\rho J_{\text{eff}}^2 - 2\alpha[T_c(0) - T_0] + \frac{2\alpha T_c(0)}{J_c^2 J_c^{2/3}} \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} J^{8/3}(t) dt = 0. \quad (9)$$

Пусть периодическая зависимость плотности тока от времени дается соотношениями

$$J(t) = \begin{cases} J_1(4t/t_0)^{\nu}, & 0 < (4t/t_0) < 1, \\ J_1(2 - 4t/t_0)^{\nu}, & 1 < (4t/t_0) < 2 \end{cases} \quad (10)$$

и

$$J(t) = -J(-t), \quad (11)$$

* Использование приближения Гинзбурга–Ландау для $T_c(J)$ оправдано тем обстоятельством, что при величинах тепловода порядка $1 \text{ Вт см}^{-2} \text{ К}^{-1}$, характерных для пленок олова на диэлектрических подложках [17], ток равновесия кинка значительно меньше критического тока J_c .

где параметр формы — число $\nu > 0$. Степенной характер зависимости $J(t)$ весьма удобен для проводимого анализа, поскольку он позволяет единым образом рассматривать как широкие, близкие к прямоугольным импульсы тока в случае малых значений параметра формы ν , так и импульсы в виде острых всплесков при $\nu \gg 1$. Подстановка (10) и (11) в уравнение (9) дает следующее условие равновесия кинка:

$$\rho J_1^2 / (2\nu + 1) = 2\alpha [T_c(0) - T_0] - 2K(\nu)\alpha T_c(0)(J_1/J_c)^{2/3}, \quad (12)$$

где $K(\nu) = 3(2\nu + 1)/(8\nu + 3)$.

При $\nu = 0$ уравнение (12) переходит в известное условие равновесия кинка на постоянном токе. Причина этого состоит в том, что тепловыделение и критическая температура зависят от абсолютной величины тока, которая при $\nu = 0$ неизменна, так как колебания тока в этом случае представляют собой последовательность чередующихся прямоугольных импульсов, противоположных по полярности, но с одинаковой амплитудой*. Большим значениям параметра ν соответствуют более узкие и острые импульсы тока, что уменьшает тепловыделение, и поэтому для сохранения равновесия кинка необходимы большие значения J_1 . Иными словами, при фиксированной амплитуде коле-

баний тока устойчивость сверхпроводящего состояния увеличивается с ростом ν .

Чтобы проанализировать влияние формы колебаний тока на тепловую устойчивость сверхпроводящего состояния при фиксированном тепловыделении в нормальной области, т.е. при $J_{\text{eff}} = \text{const}$, уравнение (12) необходимо переписать в терминах $J_{\text{eff}} = J_1/(2\nu + 1)^{1/2}$. Как оказывается, в этом случае тепловая устойчивость сверхпроводника уменьшается с ростом ν . Согласно исследованному ранее по теории возмущений нелинейному отклику [18], уменьшение устойчивости сверхпроводящего состояния может быть связано с дополнительным к среднеквадратичному тепловыделением, вызванным корреляцией между длиной греющейся области и величиной тока (большей величине тока соответствует большая длина диссипативной области). Этот эффект становится сильнее, если форма колебаний принимает вид высоких и узких пиков, т.е. с увеличением ν . Длина области колебаний кинка δ может быть достаточно просто найдена в случае колебаний тока прямоугольной формы. В этом случае ($\nu = 0$) тепловыделение и критическая температура не зависят от времени, а профиль температуры совпадает с вычисленным ранее [18] профилем, соответствующим кинку при постоянном токе J_1 . Для кинка, дрейфующего со скоростью v , зависимость $T(x)$ в сопутствующей системе отсчета имеет вид:

$$T(x) - T_0 = \frac{\rho J_1^2}{2\alpha} \begin{cases} [1 - v(v^2 + 4v_T^2)^{-1/2}] \exp \{-x[(v^2 + 4v_T^2)^{1/2} + v]/(2\eta v_T)\}, & x > 0, \\ 2 - [1 + v(v^2 + 4v_T^2)^{-1/2}] \exp \{x[(v^2 + 4v_T^2)^{1/2} + v]/(2\eta v_T)\}, & x < 0, \end{cases} \quad (13)$$

где $\eta = (k/\alpha)^{1/2}$, $v = (f_1 - 2)/(f_1 - 1)^{1/2}$, а $f_1 = \rho J_1^2 / \alpha [T_c(J_1) - T_0]$. Начало координат выбрано таким образом, что температура в точке $x = 0$ равна $T_c(J_1)$. Максимальное за период значение критической температуры $T_c(0)$ достигается при смене полярности тока. Подстановка этого значения в (13) дает ширину области колебаний кинка

$$\delta = \frac{2\eta v_T}{[(v^2 + 4v_T^2)^{1/2} - v]} \ln \left\{ \frac{(T_Q - T_0)}{2[T_Q - T_c(0)]} \left[1 + \frac{v}{(v^2 + 4v_T^2)^{1/2}} \right] \right\}. \quad (14)$$

Из уравнения (14) следует, что при малых скоростях кинка амплитуда его колебаний имеет порядок тепловой длины, а при больших скоростях амплитуда колебаний кинка увеличивается в (v/v_T) раз. Выражение (14) можно, по-видимому, использовать как оценочное также для $\nu \lesssim 1$, т.е. для импульсов достаточно плавной формы.

Остановимся теперь на вопросе о связи нашего рассмотрения нелинейного высокочастотного режима колебаний теплового кинка с приближением среднеквадратичного нагрева. В рамках этого приближения считается [11], во-первых, что тепловое воздействие переменного тока $J(t)$ на систему совпадает с воздействием на нее постоянного тока, равного по величине J_{eff} , и, во-вторых, что при этом граница между N и S фазами проходит через точки, температура которых равна критической температуре сверхпроводника в отсутствие тока. Перечисленные предположения приводят к следующему условию равновесия кинка:

$$\rho J_{\text{eff}}^2 = 2\alpha [T_c(0) - T_0], \quad (15)$$

где $J_{\text{eff}}^2 = J_1^2 / (2\nu + 1)$, если зависимость тока от времени задается соотношениями (10) и (11).

Чтобы установить области значений параметров, при которых приближение среднеквадратичного на-

* Мы пренебрегаем малыми термоэлектрическими поправками, приводящими к зависимости величины тока равновесия кинка от его направления [21].

грева и развиваемое нами приближение самосогласованного усредненного теплового поля дают для величины тока равновесия кинка близкие результаты, решим уравнение (12), учитывая последний член в правой части уравнения по теории возмущений. В этом случае в нулевом приближении мы получаем ток равновесия кинка в приближении среднеквадратичного нагрева

$$J_1^{(0)} = J_c [2(2\nu + 1)(1 - \Theta_0)F^{-1}]^{1/2}, \quad (16)$$

а поправка первого порядка имеет вид

$$J_1^{(1)} = -J_c K(\nu)(2\nu + 1)F^{-1}(J_c/J_1^{(0)})^{1/3}, \quad (17)$$

здесь $\Theta_0 = T_0/T_c(0)$, а $F = \rho J_c^2/\alpha T_c(0)$. Условие малости отношения

$$|J_1^{(1)}|/J_1^{(0)} = K(\nu)[(2\nu + 1)/4F]^{1/3}(1 - \Theta_0)^{-2/3}, \quad (18)$$

с одной стороны, оправдывает использование теории возмущений, а с другой, показывает, при каких значениях параметров θ_0 , F и ν наш подход дает малые поправки к приближению среднеквадратичного нагрева.

В экспериментах [11] на пленках олова толщиной около 1000 Å, напыленных на стеклянные или сапфировые подложки, величина теплоотвода (для температур $T_0 > T_\lambda$) составляла по оценкам от 1,0 до 3,5 Вт·см⁻²·К⁻¹. Эти данные позволяют установить, что значение параметра F было порядка 10⁴. В этом случае при $\nu \lesssim 1$ и $(1 - \theta_0) \sim 0,1$ отношение (18) составляло приблизительно 0,1, и, таким образом, использование приближения среднеквадратичного нагрева для вычисления тока равновесия кинка оправдано. Из формулы (18), однако, видно, что для заданного материала пленки точность приближения среднеквадратичного нагрева уменьшается как с улучшением теплоотвода, так и с увеличением температуры термостата. В случае различных материалов точность этого приближения будет меньше для того материала, у которого критическое магнитное поле H_c меньше, так как меньшему значению H_c соответствует меньшее значение J_c [22], а значит и меньшее значение параметра F . Кроме того, можно показать, что в уравнении (12) все слагаемые становятся одного порядка, если $T_c(J_1) \rightarrow T_0$. Иными словами, точность приближения среднеквадратичного нагрева ухудшается, если амплитудное значение переменного тока приближается к $J_r = J_c(T_0)$. Как следует из уравнения (14), при этом возрастает скорость кинка v , а вместе с ней и амплитуда его колебаний, что и приводит, по-видимому, к нарушению приближения среднеквадратичного нагрева, в котором N/S граница предполагается неподвижной.

Что касается обсуждаемого в этой статье приближения самосогласованного усредненного поля, то благодаря учету резистивности (хотя и весьма упрощен-

ному), оно позволяет изучать эффекты, связанные с осцилляциями межфазной границы при высокочастотных колебаниях тока. Кроме того, развиваемое приближение позволяет выйти за рамки приближения среднеквадратичного нагрева и тем самым оценить пределы применимости последнего.

4. Влияние высокочастотных токов большой амплитуды на вольт-амперные характеристики неоднородных пленок

В работе [12] были подробно изучены ВАХ пленок как с протяженными, так и с локализованными неоднородностями. Участки пленки с существенно пониженными критическими параметрами $T_c(0)$ и J_c , т.е. неоднородности, для простоты считались нормальными при всех температурах $T > T_0$. Считалось также, что величины теплопроводности, теплоемкости и коэффициент теплоотвода в области неоднородности могут отличаться от их значений в однородной части пленки. Если длина неоднородности $2l$ существенно превосходит собственную тепловую длину η_2 , такая неоднородность называлась протяженной. В противоположном случае $l \ll \eta_2$ неоднородность называлась локализованной. В этом разделе мы рассмотрим трансформацию полученных в [12] ВАХ неоднородных пленок, вызванную высокочастотной компонентой тока. Для простоты анализа в дальнейшем будем полагать, что зависимость тока от времени имеет вид $J(t) = J_0 + J_1 \sin(\omega t)$, причем соотношение между величинами постоянной и переменной компоненты тока будет считаться произвольным.

4.1. ВАХ пленок с протяженной неоднородностью

В качестве модели протяженной неоднородности рассмотрим пленку, состоящую из двух полубесконечных частей, таких, что при температуре термостата T_0 область неоднородности ($x < 0$) находится в нормальном состоянии, тогда как остальная часть пленки является сверхпроводящей. Пусть при этом теплопроводность, коэффициент теплоотвода и удельное сопротивление в нормальной фазе равны k_1 , α_1 и ρ_1 , для $x > 0$ и равны k_2 , α_2 и ρ_2 для области, где $x < 0$.

В согласии с рассмотренной в предыдущих разделах динамикой N/S границы, будем считать, что с увеличением тока J_0 или тока J_1 нормальный домен появляется в первоначально сверхпроводящей области, как только усредненная температура границы неоднородности ($x = 0$) станет больше $T_c(J_0 + J_1)$. Аналогично кинку граница возникшего нормального домена осциллирует, и, таким образом, сам домен будет существовать в течение той части периода колебаний, когда температура в точке $x = 0$ будет больше, чем критическая температура, т.е. когда $T(0) > T_c[J(t)]$. Дальнейшая эволюция возникшего домена зависит от значения

параметра $\mu = \rho_2 \alpha_1 / \rho_1 \alpha_2$. Сформулируем вначале качественные результаты. Если $\mu > 1$, неоднородность нагревается в большей степени, чем однородная часть пленки в нормальном состоянии, что позволяет назвать ее «сильная неоднородность» [12]. Оказывается, что для сильной неоднородности равновесие колеблющейся N/S границы устойчиво для всех значений J_0 и J_1 из области существования нормального домена, так как для этих значений компонент тока скорость кинка в однородной части пленки $v(J_0, J_1) < 0$. При этом с увеличением J_0 и/или J_1 длина домена увеличивается, обращаясь в бесконечность, когда $v(J_0, J_1) = 0$.

В противоположном случае слабой неоднородности ($\mu < 1$, причем, как следует из дальнейшего, неравенство должно выполняться с некоторым запасом) нагрев неоднородной части пленки меньше, чем нагрев ее однородной части, и температура $T(0)$ достигает значения $T_c(J_0 + J_1)$ при токах, когда скорость кинка в однородной части пленки $v(J_0, J_1) > 0$. Последнего условия, однако, еще недостаточно для немедленного разрастания нормального домена, поскольку из-за колебаний N/S границы нормальный домен существует лишь некоторую часть периода и тепловыделение в области колебаний межфазной границы мало. При последующем увеличении J_0 и/или J_1 граница домена достигает состояния неустойчивого равновесия и в дальнейшем «отрывается» от неоднородности, что приводит к разрастанию домена с постоянной скоростью v . В результате вся пленка переходит в нормальное состояние.

Последовательное построение ВАХ неоднородных пленок удобно проводить, изобразив на плоскости J_0 – J_1 три характерные кривые: кривую зарождения нормального домена, кривую нулевой скорости кинка в однородной части пленки, а также кривую, проходящую через точки J_0 и J_1 , соответствующие значениям компонент тока, при которых достигается граница устойчивости нормального домена.

Чтобы получить уравнение кривой зарождения нормального домена, необходимо из уравнения теплопроводности найти зависимость $T(x)$ в том случае, когда греется лишь неоднородность, и приравнять значение температуры на границе неоднородности величине $T_c(J_0 + J_1)$. В результате получается соотношение

$$\rho_2 J_{\text{eff}}^2 / \alpha_2 (1 + \mu) + T_0 = T_c(J_0 + J_1), \quad (19)$$

где $J_{\text{eff}}^2 = J_0^2 + J_1^2 / 2$. Сразу заметим, что положение кривой зарождения нормального домена в плоскости J_0 – J_1 зависит от значений входящих в уравнение (19) параметров.

Кривая, проходящая через точки с координатами (J_0, J_1) , соответствующими постоянной и переменной компонентам тока равновесия кинка, задается уравнени-

ем (9). В случае гармонической формы колебаний тока это уравнение принимает вид

$$\rho_1 J_{\text{eff}}^2 = 2\alpha_1 [T_c(0) - T_0] - \frac{2\alpha_1 T_c(0)}{\pi J_{\text{eff}}^2 J_c^{2/3}} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (J_0 + J_1 \sin \varphi)^{8/3} d\varphi. \quad (20)$$

При анализе устойчивости границы локализованного возле неоднородности домена с учетом высокочастотных осцилляции N/S границы мы предположим, что критерий устойчивости такого домена (в соответствии с [14]) совпадает с аналогичным критерием устойчивости стационарного домена, определяемого самосогласованным температурным профилем. Тогда условие

$$\frac{d}{dT(0)} \int_{-\infty}^{\infty} [W(x) - Q(x)] dx \geq 0, \quad (21)$$

физический смысл которого состоит в том, что при флуктуационном увеличении температуры границы неоднородности $T(0)$ интегральная (вдоль всей пленки) усредненная мощность теплоотвода превышает интегральную усредненную мощность тепловыделения и определяет область тепловой устойчивости домена.

Чтобы найти область устойчивости нормальных доменов вблизи протяженной неоднородности, заметим, что при $x < 0$ средняя мощность тепловыделения $Q(x) = \rho_2 J_{\text{eff}}^2$, а средний теплоотвод $W(x) = \alpha_2 [T(x) - T_0]$, где распределение температуры $T(x)$ дается соответствующим решением уравнения теплопроводности

$$T(x) - T_0 = \rho_2 J_{\text{eff}}^2 / \alpha_2 + [T(0) - T_0 - \rho_2 J_{\text{eff}}^2 / \alpha_2] \exp(x/\eta_2). \quad (22)$$

В области $x > 0$ температурный профиль определяется уравнением

$$k_1 (d^2 T / dx^2) + \alpha_1 (T - T_0) = Q(T), \quad (23)$$

в котором мощность тепловыделения задается выражением (4). Условия непрерывности температуры и теплового потока в точке $x = 0$ приводят к уравнению для $T(0)$

$$(k_2 \alpha_2)^{1/2} [T(0) - T_0 - \rho_2 J_{\text{eff}}^2 / \alpha_2] = -[2S(T(0))]^{1/2}, \quad (24)$$

где введено обозначение [14]

$$S(T) = k_1 \int_{T_0}^T [\alpha_1 (T' - T_0) - Q(T')] dT'. \quad (25)$$

Используя полученные соотношения, а также закон Видемана–Франца, можно показать, что нормальный

домен вблизи протяженной неоднородности устойчив, если выполняется неравенство

$$(1 - \mu^{-2})\alpha_1[T(0) - T_0] + \rho_1 J_{\text{eff}}^2 - Q(T(0)) \geq 0. \quad (26)$$

Перейдем теперь к построению ВАХ для пленки с сильной неоднородностью. Для этого прежде всего заметим, что поскольку $Q(T(0))$ не может превосходить $\rho_1 J_{\text{eff}}^2$, левая часть неравенства (26) всегда положительна, а значит, все доменные состояния при $\mu > 1$ устойчивы. Таким образом, в случае сильной неоднородности в плоскости J_0 - J_1 должны быть проведены только две линии: линия зарождения домена (N) и линия равновесия кинка в однородной области пленки (E). Анализ уравнений (19) и (20) показывает, что при $\mu > 1$ кривая зарождения нормального домена находится между началом координат и кривой $v(J_0, J_1) = 0$ (см. рис. 2.(а)).

Детали построения ВАХ при фиксированном значении переменной компоненты тока J_1 можно найти на рис. 2. Заметим, что увеличение постоянной составляющей тока J_0 при $J_1 = \text{const}$ соответствует движению изображающей точки (J_0, J_1) в плоскости J_0 - J_1 вдоль прямой, параллельной оси абсцисс. Такие прямые для $J_1 < J_{1n}$, $J_{1n} < J_1 < J_{1eq}$, $J_1 > J_{1eq}$ помечены на рис. 2(а) цифрами 1, 2, 3 соответственно. Пересечения этих прямых с кривыми E и N позволяют для заданной величины переменной компоненты J_1 найти характерные значения постоянной компоненты, при которых происходит зарождение нормального домена

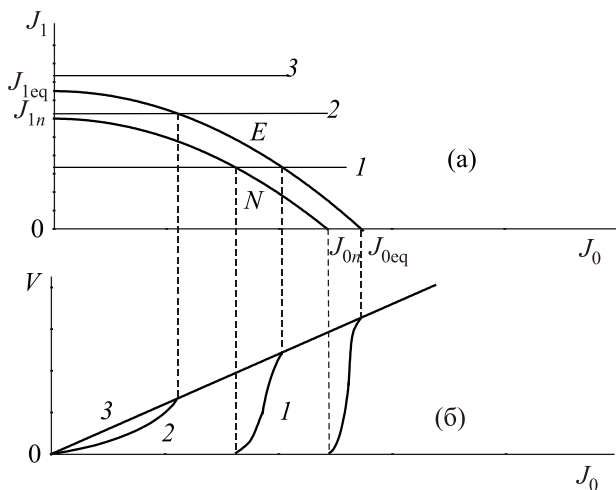


Рис. 2. Случай сильной ($\mu > 1$) протяженной неоднородности. Схематический вид расположения на плоскости J_0 - J_1 кривой зарождения нормального домена вблизи неоднородности (N) и кривой равновесия теплового кинка в однородной части пленки (E) (а). Семейство ВАХ в случае $\mu > 1$ при различных фиксированных значениях переменной компоненты тока J_1 (б). Номера ВАХ соответствуют номерам фиксированных значений J_1 на рис. 2(а). Здесь и на последующих рисунках ВАХ без номера соответствует $J_1 = 0$.

и его распространение на всю длину пленки. Для значений J_0 , находящихся между этими характерными величинами, в пленке существует нормальный домен, длина которого растет с ростом J_0 , что приводит к нелинейному участку на ВАХ (см. рис. 2.(б)). Поскольку при $\mu > 1$ нормальные домены устойчивы, вольт-амперные кривые не имеют гистерезисов. Если уровень вводимой в пленку высокочастотной мощности настолько велик, что $J_1 > J_{1n}$, но $J_1 < J_{1eq}$, то нормальный домен конечной длины существует в пленке даже при $J_0 = 0$. Это приводит к ненулевому наклону ВАХ при $J_0 = 0$ (кривая 2). Увеличение высокочастотной мощности до значений $J_1 > J_{1eq}$ приводит к полному переходу пленки с сильной неоднородностью в нормальное состояние, и ВАХ вырождается в прямую, соответствующую закону Ома для всей пленки. Семейство ВАХ, качественно подобное изображенному на рис. 2(б), было получено экспериментально [17].

Перейдем к построению ВАХ пленок со слабыми неоднородностями ($\mu < 1$). Как оказывается, при этом в некоторой узкой области значений параметра μ вблизи $\mu = 1$ мы сталкиваемся с нетипичными или переходными ВАХ, соответствующими пересечению кривых N и E в плоскости J_0 - J_1 . С уменьшением μ пересечение этих кривых возникает при $\mu = 1$ и имеет место вплоть до некоторого значения $\mu = 1 - \Delta\mu$. Как следует из уравнений (19) и (20), интервал $\Delta\mu$ при обычных величинах теплоотвода ($1 \text{ Вт/см}^2 \cdot \text{К}$) и толщинах пленок порядка 1000 \AA мал по сравнению с единицей в силу большого значения параметра F и, следовательно, составляет малую часть области возможных значений параметра μ . В связи с этим мы не будем останавливаться на построении нетипичных ВАХ, соответствующих пересечению кривых в плоскости J_0 - J_1 , однако отметим, что, зная расположение точек пересечения кривых (зависящее, в частности, и от формы колебаний тока), построение нетипичных ВАХ может быть проделано так же, как и типичных.

Итак, для $\mu < 1$ в типичном случае кривая равновесия кинка E расположена между началом координат и кривой зарождения нормального домена N (рис. 3(а)). Помимо этих двух кривых на рис. 3(а) прерывистой линией изображена граница устойчивости нормального домена, задаваемая соотношением (26). Увеличение размеров нормального домена с ростом тока дает нелинейные участки ВАХ в области малых напряжений V . При уменьшении тока однородное нормальное состояние в пленке остается устойчивым лишь до значений токов J_0 и J_1 , удовлетворяющих условию $v(J_0, J_1) = 0$. Дальнейшее уменьшение J_0 приводит к движению N/S границы в направлении неоднородности и в итоге к полному восстановлению сверхпроводимости. Такой физической картине соответствуют на рис. 3(б) ВАХ для $J_1 = 0$ (без номера) и характеристи-

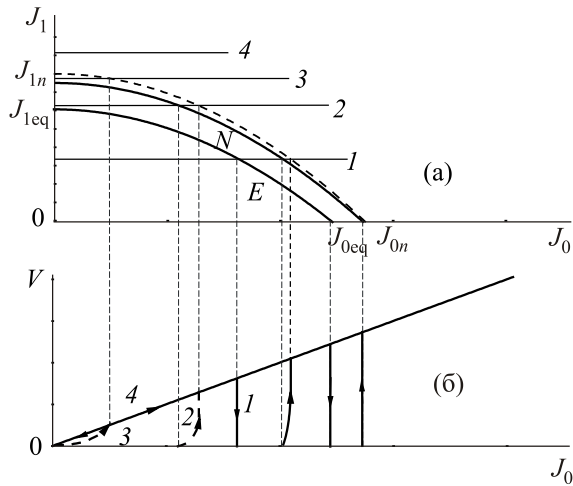


Рис. 3. Случай протяженной неоднородности ($1/2 < \mu < 1$). Расположение кривых N и E в случае $1/2 < \mu < 1$ (а). Прерывистая линия показывает границу устойчивости нормального домена при увеличении тока J_0 . Семейство ВАХ для $1/2 < \mu < 1$ (б). Характеристика без номера соответствует $J_1 = 0$. Участки ВАХ с номерами 2 и 3, изображенные прерывистыми линиями, реализуются лишь при первом разрушении сверхпроводимости пленки. В дальнейших циклах изменения J_0 пленка будет оставаться нормальной, чему соответствует омическая ВАХ с номером 4.

ка с номером 1. Обе они показывают гистерезис токов разрушения и восстановления сверхпроводимости, имеющий тепловую природу. Для характеристик с номерами 2, 3 гистерезис возникает лишь при первом цикле изменений J_0 . Поскольку для $J_1 > J_{1eq}$ уменьшение J_0 не приводит к восстановлению сверхпроводимости, последующие циклы будут давать обычный закон Ома (ВАХ с номером 4).

При построении ВАХ для случая $J_1 = 0$ [12] отмечалось, что если $\mu < 1/2$, вблизи неоднородности может возникать сверхпроводящий домен. Проблема возникновения сверхпроводящей фазы в токовом нормальном состоянии даже без учета тепловых эффектов до сих пор является предметом исследований (см., например, обзор [5]), поэтому используемый нами критерий возникновения домена холодной фазы, возможно, потребует своего уточнения. В настоящей работе, как и ранее [12], мы считаем, что сверхпроводящий домен возникает с уменьшением тока вблизи границы неоднородности в том случае, когда ее температура становится меньше, чем наибольшее в течение периода значение критической температуры $T_c(J)$. Уравнение, определяющее линию зарождения сверхпроводящего домена, в этом случае имеет вид

$$\mu r_1 J_{eff}^2 / \alpha_1 + T_0 = \begin{cases} T_c(J_0 - J_1), & J_0 > J_1, \\ T_c(0), & J_0 < J_1. \end{cases} \quad (27)$$

Нижняя граница токов для области существования сверхпроводящего домена определяется условием $v(J_0, J_1) = 0$. Дальнейшее уменьшение тока приведет к процессу восстановления сверхпроводимости, который, начавшись в удаленной от неоднородности части пленки, будет продвигаться к границе сверхпроводящего домена, пока нормальная фаза не исчезнет полностью. Тот факт, что восстановление сверхпроводимости начинается в удаленной части пленки (вблизи сверхпроводящих «берегов»), связан с дополнительной устойчивостью границы S домена из-за притока на нее тепла, выделившегося на неоднородности. Это позволяет сделать вывод, что максимальный размер сверхпроводящего домена растет для более слабых неоднородностей, обращаясь в бесконечность при $\mu = 0$. На рис. 4(а) изображено типичное расположение характерных кривых в плоскости J_0 - J_1 для случая, когда возможно зарождение сверхпроводящего домена. По сравнению с предыдущим случаем (см. рис. 3(а)) на рис. 4(а) добавляется линия зарождения сверхпроводящего домена, обозначенная буквой S . Соответствующие ВАХ изображены на рис. 4(б). Нелинейные участки характеристик 1 и 2, реализующиеся при увеличении тока J_0 , связаны с возникновением и ростом нормального домена вплоть до потери устойчивости. Нелинейные участки этих характеристик (а также характеристики для $J_1 = 0$), реализующиеся при уменьшении тока J_0 , связаны с зарождением сверхпроводящего домена на границе с «холодной» неоднородностью и последующим его ростом. Участок характеристики 2, представленный прерывистой линией, может быть реализован лишь при первом разрушении сверхпроводящего состояния пленки. Последующие циклы изменения

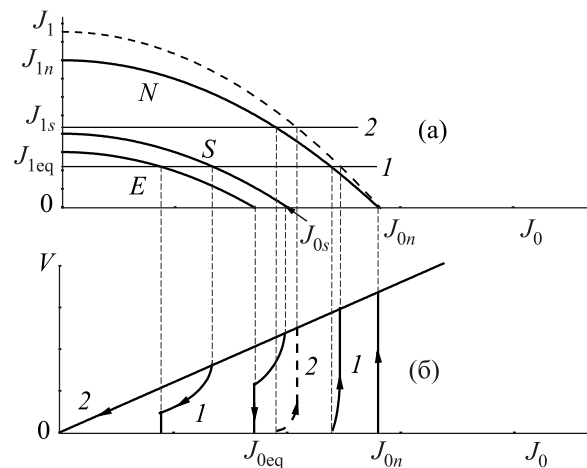


Рис. 4. Случай протяженной неоднородности ($\mu \lesssim 1/2$). Кривые зарождения нормального домена (N) и сверхпроводящего домена (S) вблизи протяженной неоднородности (а). Прерывистая линия показывает границу устойчивости нормального домена. Часть семейства ВАХ в случае $\mu \lesssim 1/2$ для $J_1 < J_{1s}$ (б). Характеристики для $J_1 > J_{1s}$, подобны характеристикам с номерами 2, 3 и 4 на рис. 3

J_0 будут воспроизводить ту часть характеристики 2, которая изображена сплошной линией.

В заключение отметим, что аналогичное построение ВАХ на основании приближения среднеквадратичного нагрева приведет к некоторому их сдвигу в область больших токов J_0 , поскольку в сторону больших токов J_0 сдвигаются характерные кривые на плоскости J_0 - J_1 . Для $\mu < 1$ помимо сдвига ВАХ исчезают нелинейные участки при малых напряжениях, а также исключаются нетипичные случаи ВАХ. Причины этих изменений ВАХ состоят в том, что, во-первых, в приближении среднеквадратичного нагрева кривая неустойчивости нормального домена совпадает с кривой его зарождения, а, во-вторых, соответствующие характерные кривые на плоскости J_0 - J_1 не пересекаются в отдельных точках, а сливаются целиком при значениях параметра μ , равных 1 и 1/2.

4.2. ВАХ пленок с локализованной неоднородностью

Примером локализованной неоднородности может служить пленка, содержащая небольшой участок с пониженным значением критического тока (или просто нормальный участок), размеры которого много меньше масштаба, на котором меняется температура. В этом случае для малых токов джоулево тепло выделяется только на неоднородности, т.е. при $|x| < l$. С ростом эффективного значения тока температура неоднородности возрастает, и при условии

$$T(\pm l) = T_c(J_0 + J_1) \tag{28}$$

с обеих сторон от неоднородности симметрично возникают два колеблющихся нормальных домена. Граница зарождения доменов может быть получена путем решения уравнения теплопроводности, что дает

$$\epsilon \rho_1 J_{\text{eff}}^2 / 2\alpha_1 + T_0 = T_c(J_0 + J_1), \tag{29}$$

где введенный в [12] параметр $\epsilon = 2\mu l / \eta_2$ описывает тепловую интенсивность неоднородности. Как и ранее, индексы «1» и «2» относятся к величинам для однородной части пленки и для неоднородности соответственно. Аналогично [12] будем считать, что несмотря на малость отношения l/η_2 , параметр ϵ может быть порядка единицы благодаря большим значениям μ . С учетом этого обстоятельства уравнение для температуры в начале координат принимает вид

$$\epsilon \rho_1 J_{\text{eff}}^2 / \alpha_1 = [8k_1^{-1} S(T(0))]^{1/2}, \tag{30}$$

где $S(T(0))$ задается соотношением (25). При выводе уравнения (30) мы пренебрегли различием между температурами $T(l)$ и $T(0)$, поскольку их разность квадратична по малому параметру l/η_2 . В остальном вывод уравнения (30) аналогичен выводу уравнения (24).

Условие устойчивости нормального домена, получаемое из (21), с точностью до $(l/\eta_2)^2$ имеет вид

$$\alpha_1 [T(0) - T_0] \geq Q(T(0)), \tag{31}$$

где $T(0)$ задается соотношением (30), а $Q(T)$ — соотношением (4). Учитывая, что $Q(T(0)) \leq \rho_1 J_{\text{eff}}^2$ и $\alpha_1 [T(0) - T_0] \geq (\epsilon/2)\rho_1 J_{\text{eff}}^2$, можно сделать вывод об устойчивости нормальных доменов в случае $\epsilon > 2$. Сравнив условие зарождения нормального домена (29) и условие равновесия кинка в однородной области, можно показать, что при $\epsilon > 1$ линия зарождения нормального домена в плоскости J_0 - J_1 расположена ближе к началу координат, чем линия $v(J_0, J_1) = 0$. Таким образом, при $\epsilon > 2$ ситуация аналогична случаю $\mu > 1$, а значит и ВАХ аналогичны изображенным на рис. 2(б).

Чтобы получить ВАХ для $\epsilon < 2$, рассмотрим зависимость $S(T(0))$ в формуле (30). Она имеет N-образный характер, т.е. содержит два экстремума, если

$$\rho_1 J_{\text{eff}}^2 / \alpha_1 > T_c(J_0 - J_1) - T_0 \tag{32}$$

при $J_0 > J_1$ либо

$$\rho_1 J_{\text{eff}}^2 / \alpha_1 > T_c(0) - T_0 \tag{33}$$

при $J_0 < J_1$ (рис. 5(б)). Эти экстремумы соответствуют границам устойчивости нормального домена для локальной неоднородности, и их положение может быть найдено из соотношения (31), если в нем взять знак равенства.

Рассмотрим такие значения ρ_1/α_1 , J_0 и J_1 , для которых, с одной стороны, $S(T(0))$ имеет N-образную

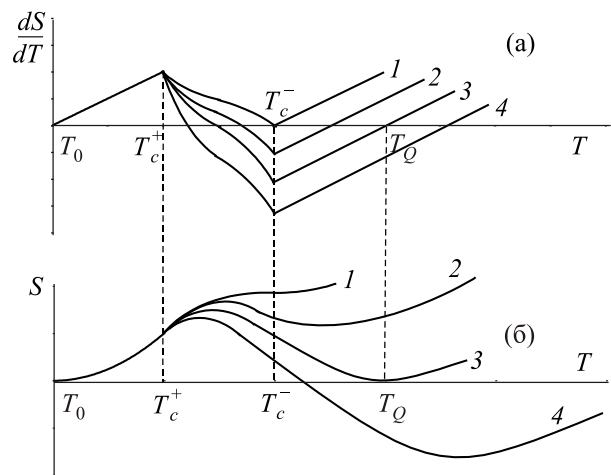


Рис. 5. Схематический вид кривых dS/dT и $S(T)$ для фиксированных значений J_0, J_1 и ρ_2/α_2 . Номера кривых возрастают с увеличением отношения ρ_1/α_1 . Кривая 1 соответствует наибольшему значению ρ_1/α_1 , при котором $S(T)$ монотонно возрастает; кривые 2, 3 и 4 соответствуют значениям ρ_1/α_1 для которых $v < 0$, $v = 0$ и $v > 0$ (v — скорость теплового кинка вне области теплового влияния неоднородности).

форму, а с другой стороны, $v(J_0, J_1) < 0$ (кривая 2 на рис. 5(б)). При этом условия (32) или (33) в главном приближении по малому параметру F^{-1} могут быть записаны как $\tilde{f}_1 > 1$, где $\tilde{f}_1 = \rho_1 J_{\text{eff}}^2 / \alpha_1 [T_c(0) - T_0]$. С другой стороны, в том же приближении по F^{-1} условие $v(J_0, J_1) < 0$ может быть записано в виде $\tilde{f}_1 < 2$, а условие зарождения нормального домена (29) можно представить в виде $\epsilon = 2/\tilde{f}_1$. Объединяя все полученные неравенства, можно сделать вывод, что кривой 2 на рис. 5(б) соответствуют $1 < \epsilon < 2$. На рис. 6 изображены характерные кривые в плоскости J_0 - J_1 и ВАХ для случая $1 \leq \epsilon \leq 2$.

Рассмотрим, наконец, тот случай, когда срыв нормального домена при увеличении тока происходит при $v(J_0, J_1) > 0$. При этом $\tilde{f}_1 > 2$ и $\epsilon < 1$. На рис. 7(а) и 7(б) представлено построение ВАХ для $\epsilon \leq 1$.

Необходимо отметить, что расположение характерных кривых, приведенное на рис. 6(а) и 7(а), имеет место, если условия $1 < \epsilon < 2$ и $\epsilon < 1$ выполняются с некоторым запасом (что записывалось в виде $1 \lesssim \epsilon \lesssim 2$). Причина этого состоит в том, что при учете поправок, возникающих в более высоком порядке по параметру F^{-1} , возможны пересечения кривых в плоскости J_0 - J_1 . Так, при значении ϵ меньшем, но достаточно близком к единице, возможно пересечение кривых зарождения нормального домена и $v(J_0, J_1) = 0$. Можно показать, что это пересечение происходит, если $(1 - \Delta\epsilon) < \epsilon < 1$, где $\Delta\epsilon \sim F^{-1/3} (1 - \Theta_0)^{-2/3}$. Таким образом, переходная область мала при достаточно большом значении F и Θ_0 , не слишком близком к единице.

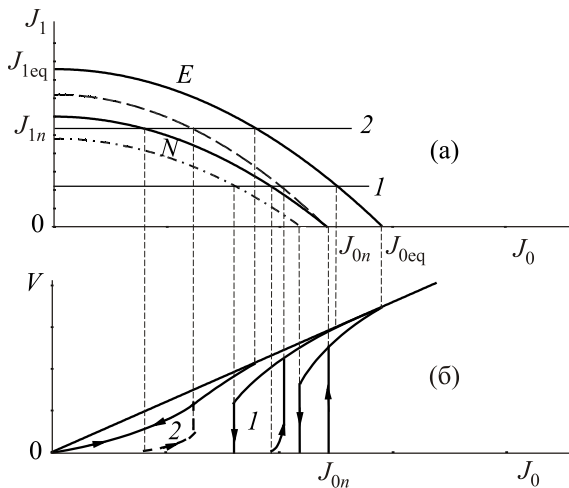


Рис. 6. Случай локализованной неоднородности ($1 \lesssim \epsilon \lesssim 2$). Расположение кривых N и E в случае $1 \lesssim \epsilon \lesssim 2$ (а). Прерывистой и штрихпунктирной линиями изображены границы устойчивости нормального домена при увеличении и уменьшении тока J_0 соответственно. Часть семейства ВАХ в случае $1 \lesssim \epsilon \lesssim 2$ для $J_1 < J_{1n}$. Участок ВАХ с номером 2, изображенный прерывистой линией, реализуется лишь при первом разрушении сверхпроводимости пленки (б).

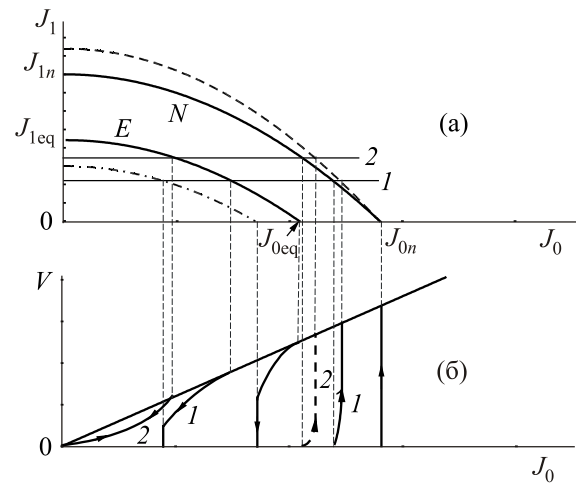


Рис. 7. Случай локализованной неоднородности ($\epsilon \lesssim 1$). Расположение кривых N и E , а также границ устойчивости нормального домена при возрастании (—) и убывании (- · -) тока (а). Часть семейства ВАХ в случае $\epsilon \lesssim 1$ для $J_1 < J_{1\text{eq}}$ (б). Участок ВАХ с номером 2, изображенный прерывистой линией, реализуется лишь при первом разрушении сверхпроводимости пленки.

5. Заключение

Подведем итог. Ключевым моментом данной работы является введение самосогласованного температурного поля быстро осциллирующего теплового кинка, что позволило свести исходную сложную нестационарную нелинейную задачу о движении неизотермической N/S границы под действием переменного высокочастотного тока большой амплитуды и произвольной формы к известной стационарной (и, конечно, нелинейной) задаче о равномерном движении теплового кинка.

Такое сведение, в отличие от приближения эффективного нагрева, позволяет самосогласованно вычислить величину тока равновесия неизотермической N/S границы в зависимости от характеристик тока — его амплитуды J_1 и коэффициента формы v (формула (12)). Отметим также, что реализованная в таком подходе возможность учета влияния формы тока на усредненные характеристики такой существенно нелинейной системы, как неизотермическая N/S граница, достаточно интересна как сама по себе, так и в связи с экспериментальными возможностями использования теплового домена как нелинейного элемента в СВЧ криоэлектронике.

С физической точки зрения проведенный нами самосогласованный учет осцилляций границы приводит к эффективному «размытию» области тепловыделения на границе раздела фаз (имеющей в отсутствие осцилляций вид ступеньки). Поэтому, в связи с упоминавшимся во Введении появлением новых способов визуализации неизотермической N/S границы [15], уместно акценти-

рывать внимание на тех случаях, когда упомянутое эффективное тепловое размытие δ может превышать обычную тепловую длину. Для покоящегося кинка это случай $v \gg 1$ (острые импульсы). Заметим, что при этом переменная добавка к температуре также будет отлична от нуля в области длиной $\delta \gg \eta$, тогда как в постановке эксперимента с постоянным током и высокочастотным переменным точечным источником тепла [23] переменная добавка к температуре наблюдалась лишь на скинковой длине $\eta_a \sim \eta(\omega\tau_0)^{-1/2}$. На наш взгляд, представило бы интерес экспериментальное изучение исследованных нами особенностей осцилляционной динамики N/S границы на переменном токе методами, использованными в работах [15,23]. Наконец отметим, что результаты разд. 4 могут быть использованы при анализе экспериментов по влиянию СВЧ излучения на ВАХ пленочных систем.

Приложение

В разд. 2 нас интересовала динамика распределения температуры при самосогласованном изменении длины греющейся области. Ряд общих представлений о формировании температурного поля в случае пространственных колебаний движущегося поступательно теплового источника можно получить, если обратиться к следующей вспомогательной задаче. Пусть в одномерной системе распределение мощности тепловыделения задано в виде движущейся ступеньки, т.е. $Q(x,t) = Q_0\chi(vt - x + a \sin \omega t)$, где $\chi(x)$ — функция Хевисайда. Подобный нагрев можно осуществить, например, с помощью достаточно длинного нагревателя,

который одновременно с гармоническими колебаниями совершает поступательное движение со скоростью v . В этом случае распределение температуры будет подчиняться уравнению

$$c \frac{\partial T}{\partial t} - k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \alpha(T - T_0) = Q_0\chi(vt - x + a \sin \omega t), \quad (\text{П.1})$$

где обозначения такие же, как и в основном тексте. Так как движение нагревателя задано, это позволяет с помощью известной функции Грина сразу написать выражение для установившейся при больших временах t безразмерной температуры

$$\Theta(x,t) = \frac{1}{2} \int_0^\infty du e^{-u} \left[1 - \Phi \left(\frac{x - v(t-u) - a \sin \omega(t-u)}{2\sqrt{u}} \right) \right]. \quad (\text{П.2})$$

Здесь $\Phi(x)$ — функция ошибок, а координата и время измеряются в единицах η и τ_0 соответственно. Анализ выражения (П.2) удобно проводить в сопутствующей ($y = x - vt$) системе. В этой системе температура $\Theta(y,t)$ представляет собой сумму монотонной части $\Theta_0(y)$, имеющей вид размытой ступеньки, и осциллирующей с частотой ω добавки $\tilde{\Theta}(y,t)$. Чтобы выделить осциллирующую компоненту, разложим температуру $\Theta(y,t)$ в ряд Фурье

$$\Theta(y,t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Theta_n(y) e^{-in\omega t}, \quad (\text{П.3})$$

где
$$\Theta_n(y) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{t_0} \Theta(y,t) e^{in\omega t} dt = \frac{1}{4\pi(1-in\omega)} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{in\varphi} \left[1 - \text{sgn}(\bar{y}) - \left(\frac{v}{V_n} - \text{sgn}(\bar{y}) \right) \exp \left(-\frac{\bar{y}v}{2} - \frac{|\bar{y}|V_n}{2} \right) \right]. \quad (\text{П.4})$$

В (П.4) введены обозначения $\bar{y} = y - a \sin \omega t$ и $V_n = \sqrt{v^2 + 4 - 4in\omega}$, причем нужная ветвь корня определяется условием $\Re V_n > 0$. Отметим, что при $a = 0$ интегралы с $n \neq 0$ исчезают, и мы приходим к известному выражению для температурного поля бегущего кинка (см., например, [18]).

Важным условием реализации рассмотренного в статье высокочастотного режима является малость относительной величины переменной составляющей температуры. Анализ выражения (П.4) показывает, что в переменную составляющую температуры вносят вклад второе и третье слагаемые в квадратных скобках. Первое из них описывает изменение температуры в области колебаний $|y| < a$, вызванное ее периодическим нагревом за счет колеблющегося нагревателя. Этот вклад обратно пропорционален частоте и уменьшается до нуля при $y \rightarrow \pm a$. Второй вклад в $\tilde{\Theta}(y,t)$, формально связанный

с третьим слагаемым, возникает вследствие суперпозиции температурных волн, приходящих в момент времени t в точку с координатой y . Этот вклад доминирует над первым вблизи границы области колебаний. Как следует из (П.4), величина вклада имеет порядок $\omega^{-1}(a\sqrt{\omega})^{-1/2}$ при $a\sqrt{\omega} \gg 1$ и порядка $\omega^{-1}(a\sqrt{\omega})$, если $a\sqrt{\omega} \ll 1$. В первом случае, когда длина области колебаний много больше скинковой длины для температурных волн $\eta_a \sim \omega^{-1/2}$, дополнительный к ω^{-1} малый множитель $(a\sqrt{\omega})^{-1/2}$ возникает из-за того, что в точку наблюдения y приходят температурные волны из малой части области колебаний размерами порядка η_a . Во втором случае, когда длина затухания температурных волн $\eta_a \gg a$, в точку наблюдения приходят температурные волны, излученные на всей длине области колебаний. Их фазы, однако, таковы, что суперпозиция приводит к взаимному погашению волн. Ненулевой остаток связан с набегом фазы на длине a , имеющим порядок $a\sqrt{\omega} \ll 1$.

В высокочастотном пределе отношение амплитуды переменной компоненты температурного поля к его постоянной компоненте мало независимо от координаты y . Так, например, в области $y \gtrsim a$ при больших скоростях дрейфа ($v \gg 1$, $av \gg 1$), когда $\Theta_0(y)$ сама является малой и по порядку величины составляет $v^{-2}(av)^{-1/2}$, отношение $\tilde{\Theta}/\Theta_0$ приближенно равно $(v^2/\omega)^{5/4} \ll 1$.

Заметим, что в случае быстрых осцилляций теплового источника малость амплитуды переменной компоненты температурного поля позволила нам пренебречь ею и ввести (в разд. 2) представление о самоогласованном усредненном поле температуры.

1. Y.L. Wang, L.R. Thoutam, Z.L. Xiao, B. Shen, J.E. Pearson, R. Divan, L.E. Ocola, G.W. Crabtree, and W.K. Kwok, *Phys. Rev. B* **93**, 045111 (2016).
2. W.A. Little, *Phys. Rev.* **156**, 396 (1967).
3. J.S. Langer and V. Ambegaokar, *Phys. Rev.* **164**, 498 (1967).
4. W.J. Skocpol, M.R. Beasley, and M. Tinkham, *J. Low Temp. Phys.* **16**, 1456 (1974).
5. Б.И. Ивлев, Н.Б. Копнин, *УФН* **142**, 435 (1984).
6. В.М. Дмитриев, И.В. Золочевский, Е.В. Безуглый, *ФНТ* **34**, 1245 (2008) [*Low Temp. Phys.* **34**, 982 (2008)].
7. D.Y. Vodolazov and F.M. Peeters, *Phys. Rev. B* **76**, 014521 (2007).
8. И.М. Дмитренко, *ФНТ* **22**, 849 (1996) [*Low Temp. Phys.* **22**, 648 (1996)].
9. И.В. Золочевский, *ФНТ* **40**, 1111 (2014) [*Low Temp. Phys.* **40**, 867 (2014)].
10. J.W. Bremer and V.L. Newhouse, *Phys. Rev. Lett.* **1**, 282 (1958).
11. W.J. Skocpol, M.R. Beasley, and M. Tinkham, *J. Appl. Phys.* **45**, 4054 (1974).
12. A.I. Bezuglyj and V.A. Shklovskij, *J. Low Temp. Phys.* **57**, 227 (1984).
13. W.J. Skocpol, *Nonequilibrium Effects in 1-D Superconductors*, in: *Nonequilibrium Superconductivity, Phonons and Kapitza Boundaries*, K.E. Gray (ed.), Plenum, New York (1981), chap. 18.
14. А.Вл. Гуревич, Р.Г. Минц, *УФН* **42**, 61 (1984).
15. R. Eichele, L. Freytag, H. Seifert, R.P. Huebener, and J.R. Clem, *J. Low Temp. Phys.* **52**, 449 (1983).
16. В.А. Альтов, В.Б. Зенкевич, М.Г. Кремлев, В.В. Сычев, *Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем*, Энергия, Москва (1975).
17. И.И. Еру, В.А. Кашей, С.А. Песковацкий, В.С. Сулима, *ФТТ* **16**, 3133 (1974).
18. А.И. Безуглый, В.А. Шкловский, *ФТТ* **27**, 2980 (1985).
19. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Механика*, Наука, Москва (1973).
20. А.И. Безуглый, В.А. Шкловский, *ФНТ* **12**, 16 (1986) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **12**, 9 (1986)].
21. А.Вл. Гуревич, Р.Г. Минц, *Письма в ЖЭТФ* **31**, 52 (1980).
22. J. Bardeen, *Rev. Mod. Phys.* **34**, 667 (1962).
23. L. Freytag, R.P. Huebener, and H. Seifert, *J. Low Temp. Phys.* **60**, 365 (1985).

Oscillations of non-isothermal N/S boundary with a high frequency and large amplitude

A.I. Bezuglyj and V.A. Shklovskij

Within the framework of the phenomenological approach based on the heat balance equation and the dependence of the critical temperature of the superconductor on the current value theoretically investigated the impact of high-frequency current of high amplitude and arbitrary shape on the non-isothermal balance of the oscillating N/S interface in a long superconductor. We introduce a self-consistent average temperature field of rapidly oscillating non-isothermal N/S boundary (heat kink), which allows to go beyond the well-known concept of mean-square heating and consider the impact of current waveform. With regard to experiments on the effects of microwave high-power radiation on the current-voltage characteristics (CVC) of superconducting films, we give the classification of the families of the CVC for inhomogeneous superconductors which carry a current containing a high frequency component of large amplitude. Several characteristics have hysteresis of thermal nature.

PACS:74.25.N– Response to electromagnetic fields;
74.25.Sv Critical currents.

Keywords: superconducting films, non-isothermal N/S boundary, high frequency oscillations.