Отклик электронного кристалла на внешнее возмущение в условиях неполной компенсации прижимающего поля

В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, И.В. Шарапова

Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина E-mail: sivokon@ilt.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 2 февраля 2016 г., после переработки 17 февраля 2016 г., опубликована онлайн 25 июля 2016 г.

Продолжено экспериментальное исследование обнаруженного ранее резкого изменения проводимости электронного кристалла в условиях неполной компенсации прижимающего потенциала. Для объяснения наблюдаемого поведения проведено моделирование процесса измерения методом молекулярной динамики. Показано, что наблюдаемый отклик электронного кристалла в условиях неполного прижимающего напряжения связан не с изменением проводимости электронного слоя, как предполагалось ранее, а с особенностями емкостных измерений транспортных характеристик двумерной электронной системы.

Продовжено експериментальне дослідження знайденої раніш різкої зміни провідності електронного кристала в умовах неповної компенсації притискуючого потенціалу. Для пояснення поведінки, що спостерігається, проведено моделювання процесу вимірювання методом молекулярної динаміки. Показано, що відгук електронного кристала в умовах неповного притискуючого потенціалу, який спостереджується, пов'язан не зі зміною провідності електронного шару, як передбачалось раніше, а з особливостями ємнісних вимірювань транспортних характеристик двовимірної електронної системи.

РАСS: 73.40.-с Электронный транспорт в структурах с границами раздела;

67.90.+z Другие вопросы в области квантовых жидкостей и твердых тел.

Ключевые слова: электронный кристалл, прижимающее поле, двумерная система, метод молекулярной динамики.

Введение

Электронный вигнеровский кристалл на поверхности жидкого гелия — это пространственно упорядоченное состояние двумерной системы классических частиц с кулоновским взаимодействием. Исследованию разнообразных свойств этой системы посвящено большое число работ. Основные аспекты исследований изложены в обзорах [1-3]. Упорядочение в двумерной электронной системе происходит тогда, когда отношение потенциальной энергии взаимодействия частиц к кинетической (плазменный параметр Г) начинает превышать некоторую величину (Г > 130). На возможность кристаллизации в системе электронов над жидким гелием указал Крэндл [4] и др., впервые электронный кристалл наблюдался Граймсом и Адамсом [5]. Переход между упорядоченным и неупорядоченным состояниями в этой системе — это фазовый переход типа БерезинскогоКостерлица–Таулеса [6,7]. Фазовый переход можно наблюдать, в частности, изучая транспортные характеристики электронного слоя (комплексную проводимость), которые отличаются в упорядоченном и неупорядоченном состояниях.

При воздействии на кристалл внешним электрическим полем, направленным вдоль поверхности жидкости (ведущим полем), наблюдается немонотонное изменение проводимости слоя при увеличении амплитуды поля. При этом при больших ведущих полях обе компоненты проводимости кристалла близки к проводимости неупорядоченного электронного слоя, что является аргументом в пользу того, что достаточно большое ведущее поле может приводить к нарушению пространственного порядка и, в конечном итоге, к его разрушению. То есть процессы, происходящие в электронном кристалле при больших ведущих полях, можно трактовать как динамический переход или динамическое плавление [8,9]. Существует и другая трактовка динамического перехода: соскальзывание кристалла с деформационно-го рельефа поверхности жидкости [10,11].

В 2010 г. было обнаружено резкое изменение проводимости вигнеровского кристалла при уменьшении прижимающего потенциала [10]. Активная часть проводимости резко (в несколько раз) изменялась в узком интервале прижимающих напряжений, что указывало на возможность некого перехода в системе. Реактивная часть проводимости изменялась плавно. Наблюдаемый процесс не мог иметь отношения ни к плавлению, поскольку происходил при температуре много меньшей температуры плавления, ни к динамическому переходу, ввиду того, что измерения проводились при малых ведущих полях. Предполагалось, что причиной резких изменений в проводимости может быть нарушение кристаллического порядка при снижении прижимающего поля и образование твердой неупорядоченной фазы [12]. В работе Славина и Кривчикова [13] сделана попытка связать наблюдаемый процесс с «испарением» электронов на вышележащие поверхностные уровни. Авторы учли влияние электрон-электронных взаимодействий в кристалле на положение энергетических уровней электронов и проанализировали условия, при которых такое «испарение» возможно.

В настоящей работе проведены дополнительные экспериментальные исследования проводимости электронного кристалла при уменьшении прижимающего потенциала и на основе модельных расчетов предложено другое возможное объяснение наблюдаемого поведения проводимости.

Эксперимент

В эксперименте использовалась ячейка, представлявшая собой горизонтально расположенный плоский круглый конденсатор. Схема ячейки представлена на рис. 1. В зазоре конденсатора была расположена поверхность жидкого гелия (1), на которой находился исследуемый слой электронов. Электроны удерживались у поверхности благодаря положительному прижимающему потенциалу нижней пластины конденсатора (2). Зарядка поверхности производилась при эмиссии электронов вследствие кратковременного поджига нити накаливания (3). Электроны термализовались на атомах гелиевого пара (температура зарядки $T \sim 1,4-1,5$ К) и двигались к поверхности жидкости под действием поля прижимающего электрода (2). Зарядка была возможна до полной компенсации прижимающего поля слоем электронов. Максимальная поверхностная плотность электронов n_s, которую можно было достичь при зарядке, пропорциональна прижимающему полю: $n_s = E_{\perp}/2\pi e$. Уменьшение E_{\perp} при достаточно высокой температуре ($T \ge 1 \, \text{K}$) приводит к пропорциональному изменению n_s. Электроны покидают



Рис. 1. Схема измерительной ячейки: уровень гелия (1), прижимающий электрод (2), нить накаливания (3), охранное кольцо (4). Кольцевые электроды измерительной системы: возбуждающий (5), приемный (6), заземленный (7).

слой, «испаряясь» на более высокие поверхностные уровни (вероятность этого процесса экспоненциально уменьшается с уменьшением температуры) либо перемещаются на гелиевую пленку вне зазора конденсатора. Последнему процессу препятствует охранное кольцо, на которое подается отрицательный охранный потенциал (Vg), формирующий потенциальный барьер вблизи края слоя, который должен преодолеть электрон для того, чтобы покинуть зазор. После зарядки поверхности гелия электронами температура ячейки понижалась до температуры 100 мК, при которой проводились основные измерения транспортных характеристик электронного слоя. В процессе охлаждения при некоторой температуре Т_m, зависящей от поверхностной плотности электронов n_s, происходил фазовый переход и электронный слой кристаллизовался, образуя вигнеровский кристалл. Этот процесс регистрировался по изменению комплексной проводимости слоя. Для измерения проводимости служит верхняя пластина конденсатора, образованная системой кольцевых измерительных электродов (5)-(7). Измерительные электроды обеспечивают подачу переменного возбуждающего напряжения $V_{\parallel} \exp(i\omega t)$ с амплитудой V и частотой ш регистрацию вызванного этим напряжением тока через ячейку:

$$J = (G_1 + i\omega G_2)V_{\parallel} \exp(i\omega t).$$
(1)

Активная G_1 и реактивная G_2 компоненты импеданса ячейки G зависят от обратной проводимости $\chi = \sigma^{-1}$ электронного слоя, находящегося в ней. Связь между G и σ нетривиальна, и анализировалась нами ранее [12]. На основании анализа можно рассчитать компоненты χ , используя измеренные значения компонент G. В работе при расчете обратной проводимости учтено также влияние охранного электрода [1].

Настоящая работа посвящена исследованию комплексной проводимости вигнеровских кристаллов с поверхностной плотностью $n_s = (5-10) \cdot 10^8 \text{ см}^{-2}$ при температуре T = 0,1 К. Измерения проводили на частоте f = 1 МГц при амплитуде возбуждающего напряжения $V_{\parallel} = 5$ мВ. Величина возбуждающего напряжения примерно на порядок меньше значений V_{\parallel} , при которых наблюдается динамический переход в кристалле, так что режим измерений весьма близок к линейному. В эксперименте изменялась величина прижимающего напряжения при двух значениях потенциала на охранном кольце: $V_g = 40$ и 200 В.

Результаты измерений

На рис. 2 приведены результаты измерений обратной проводимости электронного кристалла при изменении прижимающего напряжения. Измерения проводили при температуре T = 0,1 К. Первая серия измерений (•) проведена при уменьшении прижимающего напряжения V1 примерно с 205 В до 190 В. При $V_{\perp} \approx 200$ В в небольшом интервале наблюдается резкое увеличение реальной компоненты обратной проводимости, которая при дальнейшем понижении V₁ несколько изменяется, но остается значительно выше значений, характерных для вигнеровского кристалла. Мнимая часть проводимости более или менее плавно увеличивается во всем интервале V_{\perp} . По-видимому, напряжение $V_{\perp} = 200$ В соответствует полной компенсации прижимающего потенциала электронным слоем. При увеличении V_{\perp} от 190 В до 205 В (о) происходит обратный процесс — уменьшение ${\rm Re}\,\sigma^{-1}$ до значений, соответствующих вигнеровскому кристаллу. Важно отметить, что резкое изменение обратной проводимости наблюдается при меньших значениях $V_{\perp} \approx 195$ В. Повторение измерений при понижении V_{\perp} снова до 190 В (\blacktriangle) и последующем повышении (Δ) практически воспроизводит (с учетом точности эксперимента) зависимость, обозначенную (О)

При дальнейшем понижении V_{\perp} (рис. 3) наблюдается такое же, как на рис. 2, поведение обратной проводимости, но в области меньших значений V_{\perp} . При изменении V_{\perp} от 190 В до 160 В (•) резкое увеличение обратной проводимости происходит при 183–178 В, а при возврате, т.е. последующем увеличении V_{\perp} — при 166–171 В (Δ). При дальнейшем понижении прижимающего поля (\blacktriangle) (если минимальное значение поля не опускается



Рис. 2. Изменение компонент комплексной проводимости электронного кристалла при изменении потенциала в интервале 205–190 В. Величина охранного потенциала 40 В. Закрытые и открытые символы отражают последовательные измерения при понижении и повышении прижимающего напряжения: уменьшение прижимающего напряжения V_{\perp} от 205 В до 190 В (•); увеличение V_{\perp} от 190 В до 205 В (○); понижение V_{\perp} до 190 В (▲); повышение до 205 В (Δ).

ниже 160 В) переход продолжает находиться в том же интервале V_{\perp} . Данные, обозначенные значками (\bigstar), (\blacksquare) и (\blacklozenge), соответствуют измерениям при понижении V_{\perp} после того, как при $V_{\perp} = 160$ В система подвергалась воздействию ведущего напряжения с амплитудой 500 мВ в течение 5, 10 и 15 с соответственно. Как хорошо видно, ведущее напряжение способствует разрушению состояния с большим значением $\text{Re}\,\sigma^{-1}$. Вышеприведенные данные были получены в эксперименте [12], в котором потенциал на охранном электроде поддерживался равным 40 В.

В настоящей работе измерения были проведены при значительно большем потенциале на охранном кольце $V_g = 200$ В. Результаты показаны на рис. 4. Зависимости компонент обратной проводимости от прижимающего поля качественно такие же, как и при $V_g = 40$ В, но следует отметить, что при $V_g = 200$ В интервал V_{\perp} , в котором наблюдается изменение $\text{Re}\sigma^{-1}$, возрастает до ~ 20 В, в отличие от 3–5 В в случае $V_g = 40$ В.



Рис. 3. Изменение компонент комплексной проводимости электронного кристалла при изменении прижимающего поля в интервале 190–160 В. Величина охранного потенциала 40 В. Первая часть измерений: уменьшение прижимающего напряжения V_{\perp} от 190 В до 160 В (•), последующее увеличение V_{\perp} 166–171 В (Δ). Вторая часть измерений: уменьшение V_{\perp} 171–160 В (Δ). Третья часть измерений — понижение V_{\perp} после того, как при V_{\perp} = 160 В система подвергалась воздействию ведущего напряжения с амплитудой 500 мВ в течение *t*, с: 5 (★), 10 (■), 15 (◆).

Исследован также спектр связанных электронриплонных колебаний (СЭРК) в электронном кристалле до и после резкого возрастания его обратной проводимости (рис. 5). Потенциал на охранном кольце при измерениях составлял $V_g = 50$ В. Первое измерение частотной зависимости отклика экспериментальной ячейки на возбуждающее напряжение с амплитудой 5 мВ проводилось при $V_{\perp} = 230$ В. Поверхностная плотность электронов составляла $n_s = 8,8\cdot10^8$ см⁻². Как видно, спектр имеет резонансный вид, а частота резонансной моды (0,1) достаточно хорошо согласуется с теоретическими оценками в рамках самосогласованной теории [15,16] (левая стрелка). После понижения напряжения на прижимающем электроде до 200 В (при этом резко возросло сопротивление слоя) резонансная мода (0,1) заметно уширилась (пунктирная линия).

После воздействия на электронный слой ведущим напряжением 500 мВ в течение 30 с резонансная картина снова несколько изменилась (штрихпунктирная



Рис. 4. Изменение компонент комплексной проводимости электронного кристалла при изменении прижимающего потенциала. Величина охранного потенциала 200 В. (Обозначения, как на рис. 3.)

линия), ширина резонанса уменьшилась. Если предполагать, что при воздействии большого ведущего напряжения часть электронов покинула слой, так что поверхностная плотность стала соответствовать полной компенсации прижимающего потенциала, равного 200 В ($n_s = 8 \cdot 10^8$ см⁻²), то в этом случае теоретические оценки частоты приводят к значению, показанному на рисунке правой стрелкой.

Анализ экспериментальных результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. При уменьшении прижимающего потенциала (величина $V_{\perp} \sim 100 - 200$ В, на охранном электроде $V_g = 40$ В) существует интервал $\Delta V_{\perp} \sim 3-5$ В, в пределах которого сопротивление электронного слоя $\text{Re}\,\sigma^{-1}$ увеличивается в несколько раз. Резкого изменения инерционной компоненты $\text{Im}\,\sigma^{-1}$ не наблюдается. Эта компонента возрастает, но плавно.

2. Изменение свойств слоя обратимо, если уменьшение ΔV_{\perp} не превышает 3–5 В, начиная с начала резкого возрастания сопротивления.

3. Если значения ΔV_{\perp} превышают 3–5 В, переход смещается в область меньших прижимающих напряжений.

4. При кратковременном (около 5 с) воздействии переменного ведущего напряжения с амплитудой $V_{\parallel} = 0,5$ В



Рис. 5. Резонансы связанных электрон-риплонных колебаний в двумерном электронном кристалле при $V_{\perp} = 230$ В (сплошная линия), $V_{\perp} = 200$ В (штриховая линия) и при $V_{\perp} = 200$ В после воздействия на электронный слой ведущим напряжением 500 В (штрихпунктирная линия). Стрелками показаны теоретические значения, соответствующие $V_{\perp} = 230$ В и $n_s = 8,8\cdot10^8$ см⁻² (левая) и $V_{\perp} = 230$ В и $n_s = 8,0\cdot10^8$ см⁻² (правая).

на слой с высоким сопротивлением происходит возврат к сопротивлению, характерному для вигнеровского кристалла.

5. При увеличении потенциала охранного кольца до $V_g = 200$ В (вместо 40 В) интервал, в котором наблюдается резкое изменение свойств слоя, увеличивается с 3–5 В до 20 В.

6. Резонансная мода (0,1) СЭРК незначительно уширяется в области с высоким сопротивлением электронного слоя.

По-видимому, при небольшом уменьшении прижимающего потенциала по отношению к потенциалу, соответствующему полной компенсации поля слоя электронов, происходит обратимая перестройка структуры электронного слоя. Резкое возрастание сопротивления можно объяснить как результат этой перестройки. При достаточно большом уменьшении прижимающего потенциала происходит частичная потеря электронов. Зависимость интервала ΔV_{\perp} , в котором наблюдается возрастание сопротивления, от величины охранного потенциала указывает на то, что основной канал потери электронов — это уход через границу слоя на пленку гелия. Вследствие низкой температуры (T = 0,1 K), которая более чем на порядок меньше энергетической щели, «испарение» электронов на вышележащие энергетические уровни представляется маловероятным.

Моделирование

В целях анализа результатов эксперимента проводилось численное моделирование поведения электронной системы методом молекулярной динамики в условиях, которые в той или иной мере могут быть сопоставлены с экспериментальными. Рассматривалась система из N = 100 электронов, находившихся в круговом слое радиусом R = 1,35 см над поверхностью гелия на расстоянии d = 0,1 см от прижимающего электрода. Для определения конфигурации электронов при различных условиях пошагово решалась система уравнений движения. При заданном временном шаге Δt положение $\mathbf{r}_i(t)$ и скорость $\mathbf{v}_i(t)$ *i*-го электрона в момент времени $t_k + \Delta t$ определялись соотношениями

$$\mathbf{r}_{i}(t_{k} + \Delta t) = \mathbf{r}_{i}(t_{k}) + \mathbf{v}_{i}(t_{k})\Delta t + \frac{\mathbf{f}_{i}(t_{k})}{2m}(\Delta t)^{2};$$

$$\mathbf{v}_{i}(t_{k} + \Delta t) = \mathbf{v}_{i}(t_{k}) + \frac{\mathbf{f}_{i}(t_{k})}{m}(\Delta t),$$
(2)

где $\mathbf{r}_i(t_k)$, $\mathbf{v}_i(t_k)$ и $\mathbf{f}_i(t_k)$ — соответственно координата, скорость и сила, действующая на электрон в момент времени t_k , а m — масса электрона.

Начальная пространственная конфигурация системы частиц соответствовала случайному расположению электронов в круге радиусом R, а начальные скорости были случайно распределены в некотором интервале и подчинялись условию

$$\frac{m}{2}\sum_{i}\mathbf{v}_{i}^{2}=Nk_{B}T,$$
(3)

где T — заданная в расчете температура, а k_B — постоянная Больцмана. Для выполнения условия T = const соотношение (3) проверялось на каждом шаге вычислений и при необходимости корректировалось соответствующим изменением скоростей электронов. Временной интервал Δt был выбран таким, чтобы на одном вычислительном шаге среднее смещение электронов не превышало 1/p среднего расстояния между ними. В большинстве случаев p = 100, но использовалось и значение p = 1000, в основном для проверки независимости результатов вычислений от величины шага. Температура в большинстве вычислений составляла $T = 10^{-5} - 10^{-6}$ К, что существенно ниже температуры кристаллизации электронной системы с рассматриваемой плотностью. Сила f_i , действующая на электрон в плоскости электронного слоя, может быть представлена в виде

$$\mathbf{f}_{i} = e^{2} \sum_{j \neq i}^{N} \frac{\mathbf{r}_{j} - \mathbf{r}_{i}}{\left|\mathbf{r}_{j} - \mathbf{r}_{i}\right|^{3}} + \mathbf{F}_{i}^{\perp}, \qquad (4)$$

где первый член обусловлен кулоновским взаимодействием между электронами, а второй — проекция на плоскость электронного слоя силы, действующей на электрон со стороны прижимающего электрода. Сила \mathbf{F}_i^{\perp} вычислялась в предположении, что на прижимающем электроде равномерно расположен положительный заряд σe , а граничными эффектами можно пренебречь, поскольку $d \ll R$. Радиальная зависимость этой силы имеет вид

$$|F(r)| = \sigma e \int_{0}^{R} x dx \int_{0}^{2\pi} d\phi \frac{r - x \cos \phi}{\left(x^{2} + r^{2} - 2r \cos \phi + d^{2}\right)^{3/2}} .$$
 (5)

Ввиду круговой симметрии системы эта сила зависит только от *r*. На рис. 6 приведена зависимость $|F(r)|/\sigma e$ от радиуса *r* для условий $R = 1,35\,$ см и $d = 0,1\,$ см.

При расчетах использовалась полиномиальная аппроксимация $|F(r)|/\sigma e$, которая экстраполировалась на область r > R, обеспечивая «мягкую» границу слоя.

На рис. 7(а) приведен пример начального распределения частиц, а на рис. 7(б) — конфигурация электронов после 10^5 шагов, что соответствует временному интервалу 0–7 мс. Температура при расчете составляла $T = 10^{-6}$ К, что значительно ниже ожидаемой для этой системы температуры упорядочения $T_{\rm cryst} \sim 10^{-4}$ К. Как и ожидалось, расчет приводит к упорядоченному расположению электронов, но вблизи границы порядок несколько нарушен.

Для того чтобы оценить, насколько устойчива конфигурация электронов, т.е. насколько она близка к



Рис. 6. Радиальная зависимость силы, действующей на электрон со стороны прижимающего электрода в плоскости электронного слоя.



Рис. 7. Начальная (а) и конечная (б) конфигурации электронов при моделировании упорядочения при низкой температуре.

равновесной, вводится некая средняя величина — среднее расстояние частиц от центра слоя $\overline{r} = \frac{1}{N} \sum_{i} r_i$.

Эта величина в определенной мере отражает поведение системы частиц как целого, и можно предполагать, что в устойчивом состоянии системы \overline{r} со временем (т.е. при увеличении числа шагов моделирования) будет изменяться незначительно. На рис. 8 показано, как изменяется \overline{r} при переходе системы от конфигурации рис. 7(а) к конфигурации рис. 7(б). Видно, что после некоторого интервала времени величина \overline{r} демонстрирует малые отклонения относительно постоянного среднего положения. Постепенно эти отклонения приобретают вид периодических колебаний, что показано на вставке. Амплитуда этих колебаний тем больше, чем больше заданная при расчете температура. Периодическое изменение среднего расстояния соответствует колебаниям поверхностной плотности частиц в системе. В случае заряженных частиц это плазменные колебания.

На рис. 9 приведены результаты фурье-анализа колебаний *r*. Отчетливо видны два пика с частотами



Рис. 8. Изменение среднего расстояния электронов от центра слоя \overline{r} при эволюции системы от случайного к упорядоченному положению частиц. На вставке — колебания \overline{r} в упорядоченной области.



Рис. 9. Спектр колебаний среднего расстояния электронов от центра слоя.

37,2 и 62,8 кГц. Эти частоты можно сравнить с теоретическими оценками, полученными в длинноволновом, т.е. континуальном приближении. Теоретическое выражение для квадратов плазменных частот в двумерном электронном слое с учетом эффектов экранирования в ячейке имеет вид [14]

$$\omega_{k_n}^2 = \frac{4\pi n_s e^2}{m} k_n \frac{\operatorname{sh} k_n (H-d) \operatorname{sh} k_n d}{\operatorname{sh} k_n H}, \qquad (6)$$

где n_s — поверхностная плотность электронов, e и m — заряд и масса электрона, k_n — волновое число, d и H — параметры ячейки (условия, при которых проводится моделирование, соответствуют $H \to \infty$). Теоретические оценки для двух первых мод плазменных частот в ячейке приводят к значениям $f_{k_1}^{\text{theor}} = \omega_{k_1}^{\text{theor}}/2\pi = 33,9$ кГц и $f_{k_2}^{\text{theor}} = \omega_{k_2}^{\text{theor}}/2\pi = 63,1$ кГц, что достаточно близко к полученным модельным значениям. Аналогичное моделирование с использованием большего числа частиц (большей поверхностной плотности) приводит к похожим результатам. Так, при N = 200 $f_{k_1}^{\text{mod}} = 53,0$ кГц и $f_{k_1}^{\text{theor}} = 48,0$ кГц, а при N = 500 $f_{k_1}^{\text{mod}} = 90,4$ кГц и $f_{k_1}^{\text{theor}} = 75,8$ кГц.

Таким образом, при моделировании поведения электронного слоя удается наблюдать плазменные колебания в системе, причем существует достаточно хорошее согласие с теоретическими оценками.

Для понимания процессов, которые происходят в системе при измерениях проводимости, нужно рассчитать отклик системы на возбуждение измерительным сигналом. Измерительное напряжение V_{excite} , подаваемое на внешний измерительный электрод, создает на нем заряд с поверхностной плотностью $\sigma_{\text{excite}} \sim V_{\text{excite}}$, который вызывает появление дополнительного электрического поля, действующего в плоскости слоя. Для расчета силы, обусловленной этим полем, можно воспользоваться выражением (5), в котором интегрирование производится не по всему электроду, а по кольцу, а величина поверхностной плотности соответствует возбуждающему напряжению на электроде. Зависимость компоненты этой силы в направлении радиуса в плоскости электронного слоя представлена на рис. 10. Обращает на себя внимание то, что сила, действующая на электрон, имеет разный знак при различных значениях радиуса. Это означает, что при подаче на электрод возбуждающего напряжения часть электронов движется в направлении к центру слоя, а другая часть — от центра. Ясно, что интегральный ток в слое зависит как от геометрии ячейки, так и от распределения электронов в слое. Если изменение условий эксперимента приведет к перераспределению электронов, то изменится измеряемый ток, даже если подвижность электронов останется прежней.

На рис. 11 приведены результаты моделирования, при котором на возбуждающий электрод подавалось напряжение с частотой $f_{\text{excite}} = 1 \cdot 10^4 / 2\pi \,\Gamma \,\mu$, много меньшей плазменной $f_{k_1}^{\text{mod}} = 37,2 \,\kappa \,\Gamma \,\mu$. Расчеты проводились при условии $T = 10^{-8} \,\mathrm{K}$ для того, чтобы уменьшить шум. Приведены данные, соответствующие амплитуде возбуждающего напряжения $V_{\text{excite}} = 0, \,10^{-3} \,V_{\perp}, \,5 \cdot 10^{-3} \,V_{\perp}$. Для удобства возбуждающее напряжение выражено в пропорции к прижимающему напряжению V_{\perp} , которое соответствует полной экранировке прижимающего потенциала слоем электронов. В нашем случае (N = 100 частиц, $R = 1,35 \,\mathrm{cm}, d = 0,1 \,\mathrm{cm}$) $V_{\perp} \approx 1 \cdot 10^{-5} \,\mathrm{B}$. Как видно на рис. 11, амплитуда изменения среднего расстояния электронов от центра слоя пропорциональна возбуждающему напряжению.

Изменение прижимающего напряжения приводит к изменению конфигурации электронов в слое, как показано на рис. 12. Каждая конфигурация получена из одного и того же случайного распределения частиц при моделировании с разными значениями прижимающего напряжения. Приведенное значение $V_{red} = 1$ соответст-



Рис. 10. Радиальная зависимость силы, действующей на электрон в плоскости электронного слоя со стороны возбуждающего электрода при измерениях проводимости слоя.



Рис. 11. Отклик ячейки на возбуждающий сигнал при различных значениях возбуждающего напряжения (в единицах прижимающего напряжения) $V_{\text{excite}} = 0, 10^{-3} \text{ V}_{\perp}, 5 \cdot 10^{-3} \text{ V}_{\perp}.$

вует условию полной экранировки прижимающего потенциала, т.е. условию, когда заряд на прижимающем электроде по абсолютной величине равен суммарному заряду электронов. Однако следует отметить, что при этом условии сила отталкивания, действующая на электрон на границе слоя со стороны всех остальных электронов, не уравновешивается силой притяжения со стороны прижимающего электрода. Сила, с которой электрон с координатой r отталкивает электрон на границе слоя (с координатой *R*), обратно пропорциональна квадрату расстояния между частицами $f^{(-)}(r) \sim 1/(R-r)^2$, в то же время положительный заряд с координатой r на прижимающем электроде притягивает электрон с силой, компонента которой в электронном слое зависит также от расстояния между слоем и электродом $f^{(+)}(r) \sim$ $\sim (R-r)/[(R-r)^2 + d^2]^{3/2}$.

Ясно, что при любых $r f^{(-)}(r) > f^{(+)}(r)$, таким образом, для поддержания равенства абсолютных вели-



На рис. 12 видно, как с увеличением прижимающего поля радиус кристалла уменьшается, а при уменьшении поля электроны смещаются к границе слоя. При достаточно низком значении $V_{\rm red} < 0.8$ электроны начинают покидать слой. На рисунке такая конфигурация не показана.

Для каждой из конфигураций на рис. 12 и одной промежуточной, не показанной на рис. 12, было проведено моделирование влияния возбуждающего напряжения на электронный слой. В каждом случае на возбуждающий электрод подавалось одно и то же переменное напряжение одной и той же частоты, которая была значительно ниже плазменной. В отличие от рис. 11, на котором показано изменение амплитуды \overline{r} при фиксированном прижимающем напряжении и различных возбуждающих напряжениях, на рис. 13 показано, как изменяется поведение \overline{r} при различных прижимающих напряжениях, но при одном и том же возбуждающем напряжении, амплитуда колебаний которого составляла $V_{\text{excite}} = A \cdot V_{\perp}$, где $A = 5 \cdot 10^{-5}$. Наблюдались колебания \overline{r} (рис. 13), которые пропорциональны колебаниям средней плотности слоя, и которые, в свою очередь, отражают колебания тока в системе. Поскольку возбуждающее напряжение во всех случаях было одинаковым, то амплитуда колебаний \overline{r} пропорциональна интегральному току в слое. На рис. 13 хорошо видно, что амплитуда колебаний уменьшается по мере увеличения V_{red} от значения



Рис. 12. Конфигурации электронов в слое при различных прижимающих напряжениях.



Рис. 13. Отклик измерительной ячейки на возбуждающий сигнал при различных значениях прижимающего потенциала V_{red} : 0,9 (1), 1 (2), 1,1 (3), 1,2 (4), 1,3(5), 1,4 (6), 1,25 (7).

 $V_{\rm red} = 0,9$ до значения V_c . При этом изменение отклика (среднего расстояния электронов от центра слоя) остается синфазным с возбуждающим напряжением. В интервале $V_{\rm red} = 1,2$ и $V_{\rm red} = 1,25$ фаза отклика меняется на π .

В реальном физическом эксперименте выходной ток формируется на приемном (центральном) электроде измерительной системы. Он обусловлен изменениями плотности зарядов в электронном слое, которые приводят к изменениям плотности заряда на приемном электроде. В качестве величины, характеризующей скорость изменения плотности зарядов в слое, естественно выбрать среднее значение абсолютной скорости электронов. Разумеется, это можно сделать только при условии, что тепловые скорости электронов много меньше скоростей, обусловленных внешним возбуждением, например, при нулевой температуре. Иными словами, чем больше абсолютное значение скорости электронов в слое, тем больше амплитуда выходного тока. Как было показано выше, изменение \overline{r} синхронизировано с возбуждающим напряжением (находится в фазе или в противофазе с возбуждающим напряжением). Естественно предполагать, что фаза скорости изменения \overline{r} определяет фазу выходного тока. Скорость изменения \overline{r} по фазе смещена на $\pi/2$ (или $3\pi/2$) по отношению к входному напряжению. Таким образом, при отсутствии потерь в системе фаза выходного тока сдвинута на $\pi/2$ или $3\pi/2$ градусов по отношению к фазе возбуждающего напряжения. При наличии энергетических потерь в системе электронов появляется дополнительный сдвиг фаз, обусловленный активным сопротивлением электронного слоя.

Для моделирования поведения системы электронов при наличии энергетических потерь необходимо решить систему уравнений

$$\ddot{\mathbf{r}}_i + 2\lambda \dot{\mathbf{r}}_i = \frac{\mathbf{f}_i}{m}$$

где λ — коэффициент трения. Схему решения этой системы уравнений можно выразить в дискретном виде:

$$\mathbf{r}_{i}(t_{k} + \Delta t) = \mathbf{r}_{i}(t_{k}) + \mathbf{v}_{i}(t_{k})\Delta t + \frac{\mathbf{f}_{i}(t_{k})}{2m}(\Delta t)^{2} - \lambda \mathbf{v}_{i}(t_{k})(\Delta t)^{2},$$
$$\mathbf{v}_{i}(t_{k} + \Delta t) = \mathbf{v}_{i}(t_{k})(1 - 2\lambda\Delta t) + \frac{\mathbf{f}_{i}(t_{k})}{m}(\Delta t).$$

Моделирование проводилось при T = 0, величина $\lambda = 5 \cdot 10^5$ выбрана такой, чтобы обусловленный ею сдвиг фаз между выходным током и входным напряжением был около нескольких градусов, как в реальном эксперименте, где измеряется сдвиг фаз между выход-



Puc. 14. Зависимость фазы и амплитуды измерительного сигнала от прижимающего поля при измерении проводимости электронного кристалла. Экспериментальные значения (а), (б) и результаты моделирования (в), (г). Открытые кружки (в) соответствуют фазе при учете сдвига фазы на *π*.

Low Temperature Physics/Физика низких температур, 2016, т. 42, № 9

ным сигналом и возбуждающим напряжением. Сдвиг фаз пропорционален временному интервалу между однотипными точками на выходном и опорном сигналах, например, точками, в которых амплитуда обращается в нуль. В нашем эксперименте, как было показано выше, при изменении прижимающего поля фаза отклика скачком изменяется на π . Это обстоятельство нужно учитывать при измерении сдвига фаз. Если выходной сигнал, например, $I \sim \sin(\omega t + \varphi)$, то из-за соотношения $\sin(\omega t + \varphi + \pi) = -\sin(\omega t + \varphi) = \sin(-\omega t - \varphi)$ следует, что после изменения фазы сигнала на π следует поменять знак измеряемой разности фаз.

На рис. 14 результаты моделирования измерений проводимости электронного слоя, которые иллюстрируют изменение амплитуды и фазы выходного сигнала при изменении прижимающего напряжения, сравниваются с экспериментальными данными.

Как видно на рисунке, экспериментальная зависимость фазы от ведущего поля (а) качественно согласуется с модельной зависимостью, в которой не учтено изменение фазы на π ((в) — сплошные кружки). Правильное измерение фазы ((в) — открытые кружки) показывает, что фаза изменяется достаточно плавно во всем интервале прижимающих полей. Изменения фазы и амплитуды (б), (г) связаны, по всей видимости, с изменением радиуса электронного слоя.

Таким образом, моделирование процесса измерения проводимости электронного кристалла показывает, что при анализе экспериментальных данных принципиально важно учитывать изменение параметров электронного слоя при изменении прижимающего напряжения. В реальном эксперименте все данные обрабатывались в рамках единой процедуры в пренебрежении возможными изменениями в слое при изменении прижимающего напряжения, что привело к ошибкам в интерпретации наблюдаемых результатов.

Проведенный анализ позволяет утверждать, что изменение импеданса экспериментальной ячейки при понижении прижимающего потенциала не является следствием изменения сопротивления слоя, как предполагалось в работе [1], так что нет оснований считать, что в электронном кристалле происходят какиелибо структурные переходы. Обнаруженное поведение обусловлено особенностями емкостных измерений транспортных характеристик двумерной электронной системы. Эти особенности связаны с ограниченным размером измеряемого образца и ненулевыми размерами возбуждающего электрода, приводящими к специфическому распределению возбуждающего поля в ячейке. Интегральный ток в ячейке, который регистрируется внешним приемным электродом, в ряде случаев может оказаться весьма чувствительным к небольшим изменениям параметров эксперимента.

- 1. В.Б. Шикин, Ю.П. Монарха, Двумерные заряженные системы в гелии, Мир, Москва (1989).
- Yuriy Monarkha and Kimitoshi Kono, Two-Dimensional Coulomb Liquids and Solids, Springer, Heihelberg (2004).
- Ю.П. Монарха, В.Е. Сивоконь, ФНТ 38, 1355 (2012) [Low Temp. Phys. 38, 1067 (2012)].
- 4. R.S. Crandall, Phys. Rev. A 8, 2136 (1973).
- 5. C.C. Grimes and G. Adams, Phys. Rev. Lett. 42, 495 (1979).
- В.Л. Березинский, ЖЭТФ 59, 907 (1970); ЖЭТФ 61, 1144 (1971).
- 7. J.M. Kosterlitz and D.J. Thouless, J. Phys. C 6, 1181 (1973).
- В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, *ΦΗΤ* 38, 8 (2012) [Low Temp. Phys. 38, 6 (2012)].
- В.Е. Сивоконь, К.А. Наседкин, И.В. Шарапова, ФНТ 40, 1219 (2014) [Low Temp. Phys. 40, 959 (2014)].
- 10. K. Shirahama and K. Kono, Phys. Rev. Lett. 74, 781 (1995).
- K. Kono and K. Shirahama, J. Low Temp. Phys. 104, 237 (1996).
- 12. К.А. Наседкин, В.Е. Сивоконь, А.С. Неонета, *Письма в* ЖЭТФ **91**, 652 (2010).
- В.В. Славин, А.А. Кривчиков, *ΦΗТ* 38, 1390 (2012) [*Low Temp. Phys.* 38, 1096 (2012)].
- В.Е. Сивоконь, В.В. Доценко, С.С. Соколов, Ю.З. Ковдря, В.Н. Григорьев, *ФНТ* 22, 715 (1996) [*Low Temp. Phys.* 22, 549 (1996)].
- Ю.П. Монарха, ΦΗΤ 6, 685 (1980) [Sov. J. Low Temp. Phys. 6, 331 (1980)].
- Ю.П. Монарха, В.Б. Шикин, ФНТ 9, 913 (1983) [Sov. J. Low Temp. Phys. 9, 471 (1983)].

Response of the electron crystal on external excitation under incomplete compensation of the holding field

V.E. Syvokon, K.A. Nasyedkin, and I.V. Sharapova

We presenting additional experimental studies of the discovered earlier effect of the sharp change in electron crystal conductivity under incomplete compensation of the holding potential. To understand this phenomenon the molecular dynamics studies were performed. It is shown that a most probable reason for the observed electron crystal response is not the variations in layer conductivity but rather peculiarities of the capacitance measurements of the two-dimensional electron system transport characteristics.

PACS: **73.40.-c** Electronic transport in interface structures;

Keywords: electron crystal, holding field, two-dimensional system, molecular dynamics method.

^{67.90.+}z Other topics in quantum fluids and solids.