

Анизотропные фриделевские осцилляции в двумерном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием Рашбы–Дрессельхауса

И.В. Козлов, Ю.А. Колесниченко

*Физико-технический институт низких температур им. Б.И. Веркина НАН Украины
пр. Науки, 47, г. Харьков, 61103, Украина
E-mail: kolesnichenko@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 17 февраля 2017 г., опубликована онлайн 25 мая 2017 г.

Теоретически изучено пространственное распределение локальной плотности состояний (ЛПС) и локальной плотности намагниченности (ЛПН) вблизи точечного магнитного дефекта в двумерном вырожденном электронном газе в условиях комбинированного спин-орбитального взаимодействия (СОВ) Рашбы–Дрессельхауса. Исследована зависимость возникающих в этих условиях фриделевских осцилляций от соотношения констант СОВ. Получены асимптотические выражения для осциллирующей части ЛПС и ЛПН, справедливые при достаточно больших расстояниях от дефекта. Показано, что фриделевские осцилляции в рассмотренном случае существенно анизотропны и при определенном соотношении констант СОВ содержат несколько гармоник. Найдены периоды осцилляций для направлений, совпадающих с осями симметрии Ферми-контуров. Предложен метод определения двух констант СОВ путем измерения периодов фриделевских осцилляций ЛПС и ЛПН для различных гармоник.

Теоретично вивчено просторовий розподіл локальної густини станів (ЛГС) та локальної густини намагніченості (ЛГН) поблизу точкового магнітного дефекту у двовимірному виродженому електронному газі в умовах комбінованої спин-орбітальної взаємодії (СОВ) Рашби–Дрессельхауса. Досліджено залежність фріделевських осциляцій від співвідношення констант СОВ. Отримано асимптотичні вирази для осцилюючої частини ЛГС та ЛГН, справедливі при досить великих відстанях від дефекту. Показано, що фріделевські осциляції у розглянутому випадку є істотно анізотропними та при певному співвідношенні констант СОВ містять декілька гармонік. Знайдено періоди осциляцій для напрямів, що співпадають з осями симетрії фермі-контурів. Запропоновано метод визначення двох констант СОВ шляхом вимірювання періодів Фріделевських осциляцій ЛГС та ЛГН для різних гармонік.

PACS: 71.10.Sa Электронный газ, ферми-газ;
71.70.Ej Спин-орбитальное взаимодействие, зеемановское и штарковское расщепление, эффект Яна–Теллера;
72.10.Fk Рассеяние точечными дефектами, дислокациями, поверхностями и другими несовершенствами (в том числе эффект Кондо)
73.20.At Поверхностные состояния, зонная структура, электронная плотность состояний;
74.55.+v Туннельные явления: одночастичное туннелирование и СТМ.

Ключевые слова: спин-орбитальное взаимодействие, магнитный дефект, фриделевские осцилляции, двумерный электронный газ.

1. Введение

В двумерных (2D) электронных системах, таких например, как 2D электронный газ в квантовых ямах или 2D поверхностные состояния, спин-орбитальное взаимодействие (СОВ) приводит к зависимости направле-

ния спина от направления волнового вектора \mathbf{k} (см. монографию [1]). Такая связь является причиной влияния СОВ на взаимодействие электронов с границами и дефектами. В частности, при наличии СОВ обратное рассеяние (backscattering) на немагнитных примесях существенно подавлено [2], а дополнительные каналы

рассеяния могут оказаться разрешенными при наличии магнитных примесей [3]. Эти обстоятельства влияют на проводимость и магнитосопротивление 2D систем, что определяет интерес к исследованию процессов рассеяния электронов на примесях в условиях СОВ.

Одним из ярких проявлений квантовой природы рассеяния являются осцилляции Фриделя [4,5] плотности электронов вблизи примеси, связанные с интерференцией налетающих на нее и отраженных электронных волн. Выше температуры Кондо или при рассеянии электронов на не полностью экранированной магнитной примеси с магнитным моментом $S \geq 1$ [6] возникают осцилляции намагниченности электронного газа, имеющие такую же физическую природу, как и осцилляции Фриделя (см., например, [7]). Отметим, что по сравнению с рассмотренными в пионерской работе Фриделя [4] осцилляциями в распределении локальной плотности электронов $\Delta n_{\text{osc}}(\epsilon_F, r)$ как функции расстояния от дефекта r ($\Delta n_{\text{osc}} \propto r^{-2}$ в 2D случае осцилляции локальной плотности состояний (ЛПС) $\Delta \rho_{\text{osc}}(\epsilon, \mathbf{r}) = \partial \Delta n_{\text{osc}}(\epsilon, \mathbf{r}) / \partial \epsilon$ при энергии ϵ , равной энергии Ферми, существенно медленнее убывают с расстоянием от дефекта ($\Delta \rho_{\text{osc}} \propto r^{-1}$ в 2D случае). Осцилляции ЛПС на уровне Ферми часто называют осцилляциями, подобными осцилляциям Фриделя (Friedel-like oscillations) [8]. В дальнейшем, ради краткости, говоря о пространственных осцилляциях ЛПС и локальной плотности намагниченности (ЛПН) при $\epsilon = \epsilon_F$, мы используем термин «фриделевские осцилляции», что также распространено в современной научной литературе [9].

Наблюдение и исследование фриделевских осцилляций ЛПС и ЛПН стало возможным благодаря появлению сканирующего туннельного микроскопа (СТМ) [10] и спин-поляризованного сканирующего туннельного микроскопа (СП-СТМ) [11]. К теоретическим моделям, позволяющим учесть туннелирование электронов через предельно малую область, относятся, например, модель локально сферического контакта Терзоффа и Хаманна [12] и модель плоского неоднородного барьера Кулика, Мица и Омелянчука [13], которая оказалась особенно эффективной при учете единичных дефектов под поверхностью [14,15]. Оба подхода приводят к одинаковой связи [16,17] между измеряемым СП-СТМ туннельным током

$$I_{SP-STM}(\mathbf{r}) \propto \rho_t \rho(\mathbf{r}) + \mathbf{M}_t \mathbf{M}(\mathbf{r}),$$

$\rho(\mathbf{r})$ — локальной плотностью электронных состояний и $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ — локальной плотностью намагниченности образца в точке \mathbf{r} непосредственно под СТМ контактом, плотность состояний и плотность намагниченности которого ρ_t и \mathbf{M}_t соответственно.

Существует значительное число работ, посвященных теоретическому [10–16] и экспериментальному [17–19] исследованию осциллирующей зависимости ЛПС вблизи единичного точечного дефекта в 2D электронном газе

с СОВ Рашбы [20,21]. В частности, было показано, что рассеяние на магнитной примеси с переворотом спина, хотя и открывает дополнительные каналы обратного рассеяния электронов, не влияет на неоднородное распределение ЛПС [11,12]. Такой же результат [12] получен и для СОВ Дрессельхауса [22]. В работах [11,12] предсказано, что периоды пространственных осцилляций ЛПН позволяют определить константу СОВ.

Ряд экспериментов свидетельствует (см., например, обзор [23]), что при определенных условиях реализуется комбинированное СОВ Рашбы–Дрессельхауса (СОВ Р-Д). В отличие от случаев, когда в 2D системе существует СОВ только одного типа (Рашбы или Дрессельхауса) и спин-расщепленные ферми-контуры (ФК) представляют собой окружности, при СОВ Р-Д закон дисперсии становится анизотропным. Это оказывает существенное влияние на все электронные характеристики системы. Так, были предсказаны биения фриделевских осцилляций [24] и существование усиленных электронных потоков для определенных направлений [25].

В настоящей работе в рамках борновского приближения мы исследовали пространственную анизотропию осцилляций ЛПС и ЛПН вокруг точечного дефекта, имеющего не полностью экранированный магнитный момент \mathbf{J} , направленный под произвольным углом к плоскости 2D электронного газа с СОВ Р-Д. Получены асимптотические выражения для ЛПС и ЛПН для совпадающих с осями симметрии ФК направлений, справедливые на расстояниях от дефекта, гораздо больших дебройлевской длины волны электрона. Показано, что периоды фриделевских осцилляций позволяют определить константы СОВ Рашбы и Дрессельхауса.

2. Постановка задачи

2.1. Гамильтониан системы

Рассмотрим 2D электронный газ, описываемый гамильтонианом (см., например, [26])

$$\hat{H}(\mathbf{k}) = \frac{\hbar^2 \hat{k}^2}{2m} + \alpha(\hat{\sigma}_x \hat{k}_y - \hat{\sigma}_y \hat{k}_x) + \beta(\hat{\sigma}_x \hat{k}_x - \hat{\sigma}_y \hat{k}_y), \quad (1)$$

в котором $\hat{\mathbf{k}} = -i\nabla$, m — эффективная масса электрона, $\hat{\sigma}_i$ — матрицы Паули, α и β — константы СОВ Рашбы (α) и Дрессельхауса (β). Для определенности мы будем полагать, что константы спин-орбитального взаимодействия положительны ($\alpha, \beta > 0$).

Решение уравнения Шредингера позволяет найти собственные значения

$$\epsilon_{1,2} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \pm \sqrt{k^2 (\alpha^2 + \beta^2) + 4\alpha\beta k_x k_y} \quad (2)$$

и собственные функции гамильтониана (1)

$$\hat{\Psi}_{1,2}(\mathbf{p}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{p}} \hat{\phi}_{1,2}(\theta); \quad \hat{\phi}_{1,2}(\theta) = \begin{pmatrix} e^{i\theta/2} \\ \pm e^{-i\theta/2} \end{pmatrix};$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\alpha k_x + \beta k_y}{\alpha k_y + \beta k_x}. \quad (3)$$

Спиновая часть $\hat{\phi}_{1,2}(\theta)$ волновой функции (3) удовлетворяет следующим соотношениям:

$$\hat{\phi}_{1,2}^\dagger(\theta) \hat{\phi}_{1,2}(\theta) = 1; \quad \hat{\phi}_{1,2}^\dagger(\theta) \hat{\phi}_{2,1}(\theta) = 0;$$

$$\hat{\phi}_{1,2}^\dagger(\theta) \hat{\phi}_{1,2}(\theta + \pi) = 0; \quad \hat{\phi}_{1,2}^\dagger(\theta) \hat{\phi}_{2,1}(\theta + \pi) = -1. \quad (4)$$

Взаимодействие электронов с магнитным дефектом, находящимся в точке \mathbf{p}_0 , мы будем моделировать точечным двумерным потенциалом

$$\hat{D}(\mathbf{p}) = \left(\gamma \hat{\sigma}_0 + \frac{1}{2} \mathbf{J} \hat{\boldsymbol{\sigma}} \right) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0), \quad (5)$$

где \mathbf{p} — двумерный вектор координаты в плоскости xy ; γ — константа взаимодействия электронов с дефектом, $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$ — вектор Паули, $\hat{\sigma}_0$ — единичная матрица 2×2 , \mathbf{J} — эффективный магнитный момент дефекта. Считаем направление вектора \mathbf{J} фиксированным и не будем рассматривать процессы переворота и прецессии спина дефекта.

2.2. Кривизна изоэнергетических контуров

Энергии (2) соответствуют двум ФК $k = k_{1,2}(f, \epsilon_F)$:

$$k_{1,2}(f, \epsilon_F) = \mp \frac{m}{\hbar^2} \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin(2f)} +$$

$$+ \sqrt{\frac{2m\epsilon_F}{\hbar^2} + \left(\frac{m}{\hbar^2}\right)^2 [\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \sin(2f)]}, \quad (6)$$

где $\epsilon_F > 0$ — энергия Ферми, а угол f определяет направление 2D волнового вектора \mathbf{k} :

$$k_x = k \cos f; \quad k_y = k \sin f. \quad (7)$$

Спиновая часть волновой функции (3) позволяет найти связь между направлениями спина $\mathbf{s}_{1,2}$ на каждом из контуров и направлением волнового вектора (7)

$$\mathbf{s}_{1,2} = \hat{\phi}_{1,2}^\dagger(\theta) \boldsymbol{\sigma} \hat{\phi}_{1,2}(\theta) = \pm (\sin \theta, -\cos \theta, 0). \quad (8)$$

Известно [23], что при определенных соотношениях констант СОВ Р-Д большой (внешний) ФК $k = k_2(f, \epsilon_F)$ (6) становится невыпуклым, в то время как меньший (внутренний) контур $k = k_1(f, \epsilon_F)$ имеет всегда положительную кривизну $K_1(f, \epsilon_F) > 0$ (см. рис. 1),

$$K_i(f) = \frac{-k_i(f) k_i''(f) + 2k_i'(f)^2 + k_i(f)^2}{(k_i'(f)^2 + k_i(f)^2)^{3/2}}, \quad i = 1, 2. \quad (9)$$

Из простых соображений симметрии ФК $k_2(f, \epsilon_F)$ ясно, что критические значения констант СОВ, при которых появляются вогнутости, определяются из условия обращения в нуль кривизны контура $K_2(f, \epsilon_F) = 0$ в направлениях оси симметрии $k_x = -k_y$, $f = 3\pi/4, -\pi/4$

$$K_{1,2}(f) \Big|_{f=3\pi/4, -\pi/4} = \frac{|a-b| \sqrt{(a-b)^2 + 1} \pm 4ab}{k_F |a-b| \sqrt{(a-b)^2 + 1} (\sqrt{(a-b)^2 + 1} \mp |a-b|)}, \quad (10)$$

где $k_F = \sqrt{2m\epsilon_F}/\hbar$. Здесь и далее мы используем безразмерные обозначения

$$a = \frac{m\alpha}{\hbar^2 k_F}, \quad b = \frac{m\beta}{\hbar^2 k_F}, \quad \kappa_{1,2} = \frac{k_{1,2}}{k_F} = \kappa_F \mp \kappa_0,$$

$$\kappa_F = \sqrt{1 + a^2 + b^2 + 2ab \sin(2f)}, \quad \kappa_0 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \sin(2f)}. \quad (11)$$

В пределе $a \rightarrow b$, как следует из формул (10), кривизны

$$K_{1,2}(f) \Big|_{f=3\pi/4, -\pi/4} \rightarrow \mp \infty.$$

Линии, разграничивающие на плоскости ab область положительной и отрицательной кривизны $K_2(f)$ при $f = 3\pi/4, -\pi/4$, являются решениями (a_0, b_0) уравнения

$$\Delta(a_0, b_0) = 0; \quad (12)$$

где

$$\Delta(a, b) = |a-b| \sqrt{(a-b)^2 + 1} - 4ab, \quad (13)$$

сводящегося к кубическому уравнению, решения которого известны.

На рис. 2 заштрихована область параметров (a, b) , $\Delta(a, b) > 0$, в которой ФК $\epsilon_2(\mathbf{k}) = \epsilon_F$ является выпуклым. Красные кривые соответствуют парам точек (a_0, b_0) , удовлетворяющих равенству (12).

На невыпуклом контуре ($\Delta(a, b) < 0$) существуют четыре точки перегиба (inflection point) f_i , показанные зелеными точками на рис. 1, расположенные симметрично относительно линии $k_x = -k_y$,

$$f_{1,2}(a, b) = 3\pi/4 \mp \Delta f_{\text{in}}(a, b),$$

$$f_{3,4}(a, b) = -\pi/4 \pm \Delta f_{\text{in}}(a, b). \quad (14)$$

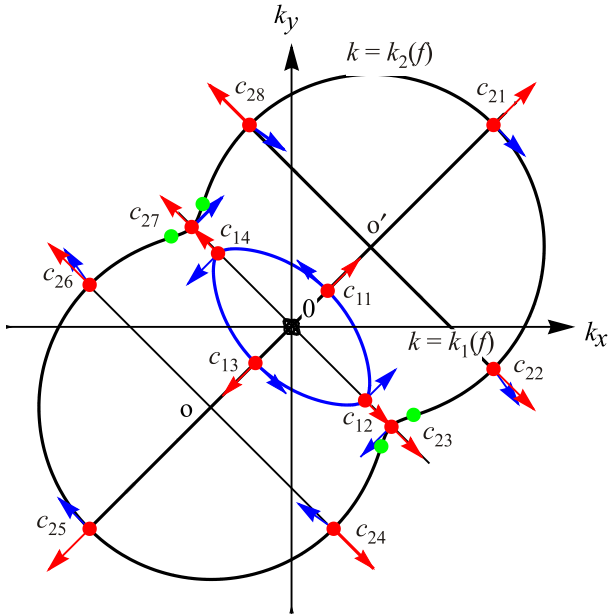


Рис.1. (Онлайн в цвете) Ферми-контуры при комбинированном СОВ Р-Д. Красные векторы показывают направление скорости, а синие — направление спина. Зеленые точки соответствуют точкам перегиба ФК. c_{ik} — (красные) точки, в которых вектор скорости направлен вдоль оси симметрии.

Можно показать, что функция $\Delta f_{in}(a,b)$ обладает следующими свойствами:

$$\lim_{a \rightarrow b} \Delta f_{in}(a,b) = \Delta f_{in}(a_0,b_0) = 0. \quad (15)$$

Решение уравнения $K_2(f = f_i) = 0$ для определения углов f_i может быть сведено к алгебраическому уравнению четвертой степени для функции $\sin(2f)$, решения которого содержатся в справочниках (см., например, [27]). Мы не приводим здесь явного выражения для величины Δf_{in} , определяющей все четыре точки перегиба (14), в силу его чрезвычайной громоздкости. На рис. 2 показаны контуры $\Delta f_{in} = \text{const}$ при разных значениях констант СОВ Р-Д.

2.3. Функция Грина

При нуле температуры ЛПС $\rho(\epsilon_F, \mathbf{p})$ и ЛПН $\mathbf{M}(\epsilon_F, \mathbf{p})$ могут быть записаны с помощью запаздывающей функции Грина $\hat{G}^R(\epsilon_F, \mathbf{p}, \mathbf{p}')$ в координатном представлении

$$\rho(\epsilon_F, \mathbf{p}) = -\frac{1}{\pi} \text{Im Sp} \left[\hat{G}^R(\epsilon_F, \mathbf{p}, \mathbf{p}) \right], \quad (16)$$

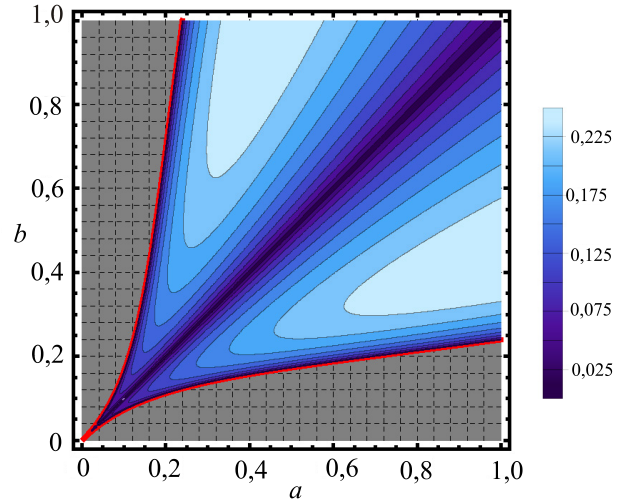


Рис. 2. (Онлайн в цвете) Заштрихована область значений параметров (a,b) , в которых $\Delta(a,b) > 0$. Красные кривые указывают граничные значения $\Delta(a_0,b_0) = 0$. В области $\Delta(a,b) < 0$ показаны контуры постоянных значений угла $\Delta f_{in}(a,b) = \text{const}$, определяющего положение точек перегиба (14).

$$\mathbf{M}(\epsilon_F, \mathbf{p}) = -\frac{1}{\pi} \text{Im Sp} \left[\hat{\sigma} \hat{G}^R(\epsilon_F, \mathbf{p}, \mathbf{p}) \right]. \quad (17)$$

Влияние рассеяния электронов на дефекте мы учтем в борновском приближении (см., например, [28]) по потенциалу рассеяния (5), представив функцию Грина в виде разложения

$$\hat{G}^R(\epsilon_F, \mathbf{p}, \mathbf{p}') \approx \hat{G}_0^R(\epsilon_F, \mathbf{p}, \mathbf{p}') + \hat{G}_0^R(\epsilon_F, \mathbf{p}, \mathbf{p}_0) \left(\gamma \hat{\sigma}_0 + \frac{1}{2} \mathbf{J} \hat{\sigma} \right) \hat{G}_0^R(\epsilon_F, \mathbf{p}_0, \mathbf{p}'), \quad (18)$$

в котором $\hat{G}_0^R(\epsilon_F, \mathbf{p}, \mathbf{p}')$ — запаздывающая функция Грина в отсутствие дефектов, зависящая только от разности координат $\mathbf{r} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$, может быть записана в виде суммы:

$$\hat{G}_0^R(\mathbf{r}) = \rho_{2D}(\epsilon_F) \left[g_0(\mathbf{r}) \hat{\sigma}_0 + g_x(\mathbf{r}) \hat{\sigma}_x + g_y(\mathbf{r}) \hat{\sigma}_y \right], \quad (19)$$

где $\rho_{2D}(\epsilon_F) = m/\pi \hbar^2$ — плотность состояний идеального двумерного вырожденного газа. Безразмерные скалярные функции $g_{0,x,y}$ удобно представить в следующей форме:

$$g_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1,2} \int_0^\pi df \frac{\kappa_j(f)}{\kappa_F(f)} A(\tilde{r} S_j(f, \varphi)), \quad (20)$$

$$g_x(\mathbf{r}) = -\frac{i}{2\pi} \sum_{j=1,2} (-1)^j \int_0^\pi df \frac{\kappa_j(f)}{\kappa_0(f) \kappa_F(f)} (a \sin f + b \cos f) B(\tilde{r} S_j(f, \varphi)), \quad (21)$$

$$g_y(\mathbf{r}) = \frac{i}{2\pi} \sum_{j=1,2} (-1)^j \int_0^\pi df \frac{\kappa_j(f)}{\kappa_0(f)\kappa_F(f)} (b \sin f + a \cos f) B(\tilde{r} S_j(f, \varphi)), \quad (22)$$

где угол φ определяет направление безразмерного вектора координаты $\tilde{\mathbf{r}} = \tilde{r}(\cos \varphi, \sin \varphi)$, $\tilde{r} = k_F r$, в плоскости $xу$ 2D электронного газа,

$$S_j(f, \varphi) = \kappa_j(f) \cos(f - \varphi), \quad (23)$$

$$A(x) = \cos(x) \text{Ci}(|x|) + \sin(x) \text{Si}(x) - \frac{i\pi}{2} \cos(x); \quad (24)$$

$$B(x) = \sin(x) \text{Ci}(|x|) - \cos(x) \text{Si}(x) - \frac{i\pi}{2} \sin(x), \quad (25)$$

$\text{Si}(x)$ и $\text{Ci}(|x|)$ — интегральный синус и интегральный косинус. Выражения (19)–(22) аналогичны приведенным в работе [29].

Компоненты $g_{0,x,y}$ функции Грина (19) удовлетворяют соотношениям симметрии

$$g_0(-\mathbf{r}) = g_0(\mathbf{r}), \quad g_{x,y}(-\mathbf{r}) = -g_{x,y}(\mathbf{r}), \quad (26)$$

$$\begin{aligned} g_x(x, y) &= -g_y(x, y), \quad \text{при } x = y, \\ g_x(x, y) &= g_y(x, y), \quad \text{при } x = -y, \end{aligned} \quad (27)$$

позволяющим существенно упростить дальнейшие вычисления.

3. Осцилляции ЛПС

3.1. Общая картина осцилляций ЛПС

Как известно, неизотропный закон дисперсии приводит к ряду особенностей упругого рассеяния носителей заряда на дефектах (см., например, [30]). В частности, угол рассеяния определяется направлением скорости, которое может не совпадать с направлением волнового вектора. При этом для невыпуклой энергетической поверхности одному и тому же углу рассея-

ния отвечает несколько значений волнового вектора [30]. Если же изоэнергетическая поверхность имеет уплощения (кривизна на которых мала, а скорость практически не меняется), в направлении нормали к ним возникают усиленные потоки электронов [31]. В работе [32] было показано, что геометрия линий постоянной фазы осцилляций фриделевского типа в ЛПС зависит от локальной геометрии ФК 2D электронов $\epsilon(\mathbf{k}) = \epsilon_F$. Амплитуда осцилляций в определенном направлении \mathbf{p} в реальном пространстве на большом расстоянии от дефекта определяется кривизной ФК в точке, в которой скорость электрона $\mathbf{v} = d\epsilon(\mathbf{k})/d\mathbf{k}$ направлена вдоль \mathbf{p} [32]. Период осцилляций $\Delta r = \pi/S$ зависит от проекции S волнового вектора \mathbf{k} на направление \mathbf{v} . Особенности рассеяния электронов в проводниках с неизотропным законом дисперсии должны проявиться и в фриделевских осцилляциях ЛПС и ЛПН при комбинированном СОВ Р-Д.

Используя выражения (16), (18), (19) и (26), ЛПС можно записать в виде

$$\rho(\epsilon_F, \mathbf{r}) = \rho_{2D}(\epsilon_F) [1 + \Delta\rho(\epsilon_F, \mathbf{r})], \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \Delta\rho(r) &= -\frac{2}{\pi} \gamma \rho_{2D} \{ \text{Im } g_0(\mathbf{r}) \text{Re } g_0(\mathbf{r}) - \\ &\quad - \text{Im } g_x(\mathbf{r}) \text{Re } g_x(\mathbf{r}) - \text{Im } g_y(\mathbf{r}) \text{Re } g_y(\mathbf{r}) \}. \end{aligned} \quad (29)$$

Как и в случае СОВ Рашбы или СОВ Дрессельхауса, при комбинированном СОВ магнитная часть (пропорциональная \mathbf{J}) рассеивающего потенциала (5) не вносит вклад в ЛПС.

На рис. 3(а) показан характерный вид пространственного распределения $\Delta\rho(\tilde{x}, \tilde{y})$ при значениях параметров, соответствующих условию $\Delta(a, b) < 0$ (12), при

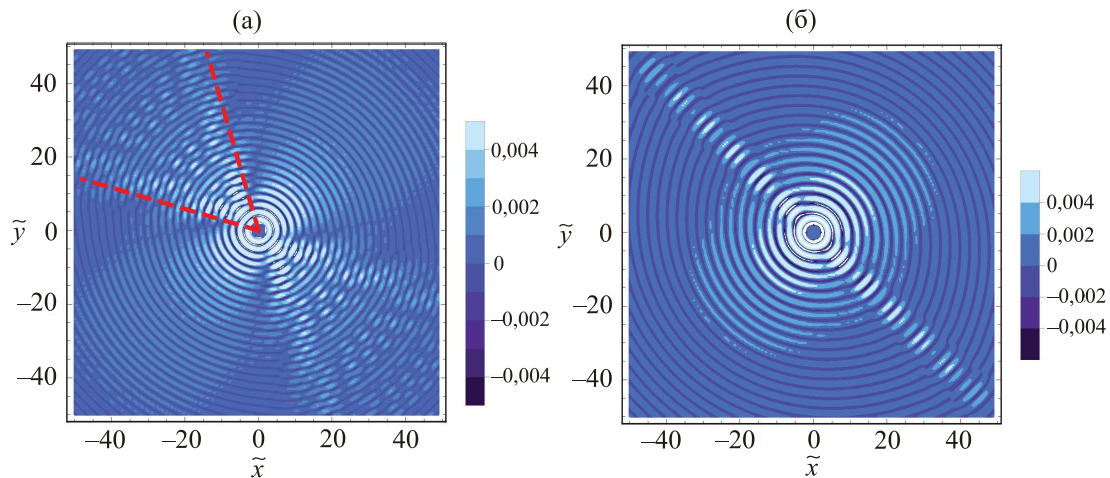


Рис. 3. (Онлайн в цвете) Локальная плотность состояний $\Delta\rho(\tilde{x}, \tilde{y})$ при $a = 0,7, b = 0,5$ (а); при $a = 0,7, b = 0,19976$ (б).

выполнении которого на внешнем ФК, $k = k_2(f, \epsilon_F)$, имеется четыре точки перегиба (14) (зеленые точки на внешнем контуре на рис. 1). В направлениях, совпадающих с направлением скорости $\mathbf{v}_2(f_i) = d\epsilon_2/\hbar d\mathbf{k}$ в точках f_i (14) с нулевой кривизной, амплитуда фриделевских осцилляций ЛПС максимальна.

«Веер» направлений, в которых существуют дополнительные гармоники осцилляций, ограничен углами вектора скорости носителей заряда в точках перегиба f_i (14) кривой внешнего ФК. На рис. 3(а) красными линиями указаны направления в реальном пространстве, ограничивающие угол $\Delta\theta$. Тангенс угла $\theta_i = \theta(f_i)$ может быть найден из отношения компонент скорости: $\text{tg}(\theta_i) = v_{x2}(f_i)/v_{y2}(f_i)$. Явный вид функций $\theta_i = \theta_i(a, b)$ мы не приводим из-за их чрезвычайной громоздкости. Из равенств (15) следует, что при граничных значениях констант СОВ (a_0, b_0) (12), при которых исчезает вогнутость внешнего ФК, а также при $a = b$ «веер» $\Delta\theta$ схлопывается, и амплитуда осцилляций ЛПС максимальна для направления $\tilde{x} = -\tilde{y}$ (см. рис. 3(б)). Амплитуда осцилляций ЛПС на границах «веера» будет определяться парами точек, одна из которых является точкой перегиба, а вторая — точкой с ненулевой кривизной.

Для того чтобы проанализировать зависимость фриделевских осцилляций ЛПС от констант СОВ, получим асимптотические выражения общей формулы (29) при больших расстояниях от дефекта. При $k_{1,2}r \gg 1$ (см. [32]) основной вклад в осцилляции ЛПС $\rho(\epsilon_F, \mathbf{r})$ дают точки ФК, в которых скорости налетающего на дефект и рассеянного в обратном направлении электрона направлены вдоль \mathbf{r} . Наиболее простой вид эти асимптотики имеют для направлений, совпадающих с осями симметрии $\tilde{x} = \tilde{y}$ и $\tilde{x} = -\tilde{y}$. В этом случае точки стационарной фазы быстро осциллирующих функций (23) в интегралах (20)–(22) совпадают с точками ФК (красные точки c_{ik} на рис. 1), в которых скорости электрона (обозначены красными стрелками) направлены вдоль осей симметрии. Для направления $x = -y$ наряду с вкладом точек, в которых $\mathbf{v}_{1,2} \parallel \mathbf{k}$ (рис. 1, точки $c_{11}, c_{31}, c_{23}, c_{27}$), осцилляции ЛПС будут содержать также гармоники, вызванные существованием дополнительных точек на внешнем ФК (рис. 1, точки $c_{22}, c_{24}, c_{26}, c_{28}$). Эти точки не лежат на оси симметрии контура, но для них вектор скорости $\mathbf{v}_2(f)$ также параллелен направлению $k_x = -k_y$.

3.2. Осцилляции ЛПС в направлении осей симметрии $x = \pm y$

Векторы скорости $\mathbf{v}_{1,2} \parallel \mathbf{k}$ вдоль направления $x = y$ соответствуют точкам ФК, находящимся на линии симметрии $k_x = k_y$ (рис.1, точки $c_{14}, c_{34}, c_{21}, c_{25}$).

Подставляя в формулу (29) полученные в Приложении асимптотики (А.7) для компонент $g_i(\mathbf{r})$ функции Грина, получаем следующее выражение для безразмерной осциллирующей добавки $\Delta\rho(\epsilon_F, \mathbf{r})$ в ЛПС:

$$\Delta\rho(r) \approx -\gamma\rho_{2D} \frac{\Phi_1^0 \Phi_2^0}{\tilde{r} \sqrt{|S_1'' S_2''|}} \cos[\tilde{r}(S_1 + S_2)], \quad (30)$$

где функции $S_{1,2}(\varphi, f)$ (23) взяты для значений на прямой $x = y$ (т.е. при $\varphi = \pi/4$) и в точках стационарной фазы $f_1^{\text{st}} = \pi/4$

$$S_{1,2} = \sqrt{(a+b)^2 + 1} \mp (a+b). \quad (31)$$

Эти значения определяются величинами волновых векторов, направленных в точки c_{11}, c_{13} и c_{21}, c_{25} (см. рис. 1) ФК. В Приложении приведены коэффициенты $\Phi_{1,2}$ (А.8) и вторые производные $S_{1,2}''$ (А.9), которые простым образом связаны с кривизной контуров $K_{1,2}$ (см. формулу (А.4) Приложения), причем $\text{sgn} S_{1,2}''(f) = -\text{sgn} K_{1,2}(f)$.

Наличие лишь одной гармоники в выражении (30), зависящей от суммы волновых векторов, принадлежащих разным контурам, можно объяснить тем, что пары точек c_{11}, c_{13} и c_{21}, c_{25} (см. рис. 1), принадлежащие одному и тому же ФК, соответствуют противоположным направлениям спина. Свойства ортогональности спиновой части волновой функции для противоположных направлений волнового вектора (4) приводят к отсутствию соответствующих вкладов в ЛПС.

Для направления $x = -y$ при $\Delta(a, b) > 0$ (13), т.е. при отсутствии вогнутых участков на ФК, асимптотический вид осцилляций ЛПС определяется точкой стационарной фазы $f_1^{\text{st}} = 3\pi/4$ и также может быть записан в виде (30). Функции $S_{1,2}, K_{1,2}$ для направления $x = -y$ (т.е. при $\varphi = 3\pi/4$) имеют вид:

$$S_{1,2} = \sqrt{(a-b)^2 + 1} \mp |a-b|. \quad (32)$$

Значения функций $\Phi_{1,2}^0$ и $S_{1,2}''$ определяются формулами (А.10) и (А.11) Приложения.

При наличии вогнутых участков на внешнем ФК, $\Delta(a, b) < 0$ (13), осцилляции ЛПС содержат гармоники, обусловленные дополнительными точками стационарной фазы $c_{22}, c_{24}, c_{26}, c_{28}$ (рис. 1). Значения углов $f_{3,4}^{\text{st}} = 3\pi/4 \pm \Delta f_{st}$ (А.5), определяющих волновой вектор, направленный в эти точки, приведены в Приложении. Используя асимптотики для компонент $g_i(\mathbf{r})$ функции Грина (А.12), приходим к следующему выражению для осциллирующей части ЛПС:

$$\Delta\rho(r) \approx \frac{\gamma\rho_{2D}}{\tilde{r}} \left[\frac{\Phi_1^0 \Phi_2^0}{\sqrt{|S_1'' S_2''|}} \sin(\tilde{r}(S_1 + S_2)) + \frac{\Phi_2^0 (\sqrt{2}\Phi_{\text{add}} - \Phi_{\text{sum}})}{\sqrt{2}\sqrt{|S_2'' S_3''|}} \sin(\tilde{r}(S_2 + S_3)) - \dots \right]$$

$$- \frac{\Phi_1^0 (\sqrt{2}\Phi_{\text{add}} + \Phi_{\text{sum}})}{\sqrt{2}\sqrt{|S_1''S_3''|}} \cos(\tilde{r}(S_1 + S_3)) + \frac{\Phi_{\text{sum}}^2 - 2\Phi_{\text{add}}^2}{2|S_3''|} \cos(2\tilde{r}S_3) \Big\}, \quad (33)$$

где

$$S_3 = S_2 \left(f_{3,4}^{\text{st}}, \frac{3\pi}{4} \right) = \frac{(a+b)\sqrt{(a+b)^2 + 1}}{2\sqrt{ab}}, \quad (34)$$

значения $\Phi_{1,2}^0$ (A.10), Φ_{add} (A.14), Φ_{sum} (A.13), $S_{1,2}''$ (A.11), S_3'' (A.15) в соответствующих точках стационарной фазы приведены в Приложении. Из рис. 1 очевидно выполнение следующих неравенств:

$$S_1 + S_2 = c_{23}0 + 0c_{14} < S_1 + S_3 = c_{12}0 + 0c_{26} < S_2 + S_3 = c_{23}0 + 0c_{26} < 2S_3 = c_{24}c_{26}, \quad (35)$$

позволяющих идентифицировать каждую из гармоник при фурье-анализе экспериментальных данных.

Как и в выражении (30), в формуле (33) отсутствуют вклады, обусловленные парами точек, расположенных на ФК симметрично относительно начала координат, для которых спины будут строго антипараллельны. Дополнительные периоды осцилляций связаны с ненуле-

вой вероятностью обратного рассеяния из точек $c_{22}(c_{28}), c_{24}(c_{26})$ в точки $c_{28}(c_{22}), c_{26}(c_{24}), c_{27}(c_{23})$ того же ФК и в точки $c_{14}(c_{12})$ внутреннего контура, в которых спины не параллельны спинам электронов до рассеяния.

Каждая из гармоник ЛПС $\Delta\rho(\tilde{r})$ (30), (33) обусловлена парой точек на ФК, с которыми связаны суммы $S_i + S_j$, определяющие периоды осцилляций ЛПС в координатном пространстве

$$\Delta r_{ij}(f) = \frac{2\pi}{k_F(S_i + S_j)}, \quad (36)$$

содержащие информацию о константах СОВ.

4. Осцилляции ЛПН

Используя общее выражение для ЛПС $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ (17) и представление функции Грина в виде разложение по матрицам Паули (19), запишем выражения для компонент вектора $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ в следующем виде:

$$M_x = -\frac{2}{\pi} \rho_{2D}^2 \text{Im} \{ J_x [g_0^2(\mathbf{r}) - g_x^2(\mathbf{r}) + g_y^2(\mathbf{r})] - 2J_y g_x(\mathbf{r})g_y(\mathbf{r}) + 2iJ_z g_0(\mathbf{r})g_y(\mathbf{r}) \}, \quad (37)$$

$$M_y = -\frac{2}{\pi} \rho_{2D}^2 \text{Im} \{ J_y [g_0^2(\mathbf{r}) + g_x^2(\mathbf{r}) - g_y^2(\mathbf{r})] - 2J_x g_x(\mathbf{r})g_y(\mathbf{r}) - 2iJ_z g_0(\mathbf{r})g_x(\mathbf{r}) \}, \quad (38)$$

$$M_z = -\frac{2}{\pi} \rho_{2D}^2 \text{Im} \{ J_z [g_0^2(\mathbf{r}) + g_x^2(\mathbf{r}) + g_y^2(\mathbf{r})] - 2iJ_x g_0(\mathbf{r})g_y(\mathbf{r}) + 2iJ_y g_0(\mathbf{r})g_x(\mathbf{r}) \}. \quad (39)$$

Естественно, что ЛПН зависит только от магнитной части потенциала примеси (5).

В отличие от ЛПС, в ЛПН вносят вклад процессы обратного рассеяния с переворотом спина. В фриделевских осцилляциях ЛПН появляются гармоники, возникающие за счет интерференции вкладов, характеризующихся противоположным направлением спина (пары точек c_{11}, c_{13} и c_{21}, c_{25} на рис. 1).

Многие особенности осцилляций ЛПН можно пояснить на основании следующих соображений. Квадраты модулей матричных элементов обратного рассеяния между состояниями, принадлежащими одному и тому же или разным ФК, вычисленные с помощью волновых функций (3), имеют вид

$$\begin{aligned} |\hat{\phi}_{1,2}^\dagger(\theta) \mathbf{J} \sigma \hat{\phi}_{1,2}(\theta + \pi)|^2 &= |J_z|^2 + |J_x \cos \theta + J_y \sin \theta|^2 = \\ &= |J_z|^2 + \left| [\mathbf{J} \times \mathbf{s}_{1,2}(\theta)]_z \right|^2, \end{aligned} \quad (40)$$

$$\left| \hat{\phi}_{1,2}^\dagger(\theta) \mathbf{J} \sigma \hat{\phi}_{2,1}(\theta + \pi) \right|^2 = |J_y \cos \theta - J_x \sin \theta|^2 = |\mathbf{J} \mathbf{s}_{1,2}(\theta)|^2. \quad (41)$$

Если вектор \mathbf{J} перпендикулярен направлению спина $\mathbf{s}_{1,2}$, обратное рассеяние происходит в состоянии с противоположным спином на том же ФК. Если же векторы \mathbf{J} и $\mathbf{s}_{1,2}$ коллинеарны, то спин электрона сохраняется, а состояние после рассеяния принадлежит другому ФК, так же, как это имеет место для немагнитного дефекта.

4.1. Эффективный магнитный момент дефекта перпендикулярен плоскости 2D проводника

В этом случае эффективный магнитный момент дефекта $\mathbf{J} = (0, 0, J)$ всегда перпендикулярен спину 2D электрона, лежащему в плоскости. В силу свойств матричных элементов (40), (41) в осцилляции ЛПН будет давать вклад обратное рассеяние с полным переворотом

спина и переходом в состояние на том же ФК, Переходы между контурами при обратном рассеянии в этом случае возможны лишь для состояний на невыпуклом ФК в точках, для которых скорость направлена под углом к волновому вектору. Характерный вид фриделевских осцилляций ЛПН приведен на рис. 4.

Большая амплитуда фриделевских осцилляций ЛПН на рис. 4 в направлениях, определяемых точками перегиба, по сравнению с осцилляциями ЛПС обусловлена вкладом в ЛПН процессов обратного рассеяния с переворотом спина, при котором происходит переход между двумя состояниями, отвечающими нулевой кривизне внешнего ФК и противоположным направлением скорости и волнового вектора.

Приведем асимптотические выражения при $\tilde{r} \gg 1$ для осцилляций в направлениях $x = \pm y$ компонент вектора ЛПС, представив их в виде сумм двух слагаемых,

$$M_i(\tilde{r}) = M_i^{(1)}(\tilde{r}) + \chi M_i^{(2)}(\tilde{r}), \quad (42)$$

где $M_i^{(1)}(\tilde{r})$ — вклад точек стационарной фазы $f_{1,2}^{st} = \pi/4, 3\pi/4$, лежащих на осях симметрии, и $M_i^{(2)}(\tilde{r})$ — вклад для направления $x = -y$ дополнительных точек $f_{3,4}^{st}$ (A.5), возникающих на внешнем контуре при наличии вогнутого участка, который существует лишь при $\Delta(a, b) < 0$ (13),

$$\chi = \Theta(-\Delta(a, b))\Theta(-xy), \quad (43)$$

$\Theta(x)$ — функция Хевисайда. В формуле (42)

$$M_z^{(1)} \approx -\frac{\rho_{2D}^2 J}{2\tilde{r}} \left[\frac{(\Phi_1^0)^2}{|S_1''|} \cos(2\tilde{r}S_1) + (1 - 2\chi) \frac{(\Phi_2^0)^2}{|S_2''|} \cos(2\tilde{r}S_2) \right], \quad (44)$$

$$M_z^{(2)} \approx -\frac{\rho_{2D}^2 J}{2\tilde{r}} \left[\frac{(\Phi_{sum}^2 + 2\Phi_{add}^2)}{|S_3''|} \cos(2\tilde{r}S_3) - \sqrt{2} \frac{\Phi_1^0 (\Phi_{sum} - \sqrt{2}\Phi_{add})}{\sqrt{|S_1'' S_3''|}} \cos(\tilde{r}(S_1 + S_3)) - \sqrt{2} \frac{\Phi_2^0 (\Phi_{sum} + \sqrt{2}\Phi_{add})}{\sqrt{|S_2'' S_3''|}} \sin(\tilde{r}(S_2 + S_3)) \right], \quad (45)$$

где для направления $y = -x > 0$ $S_{1,2,3}$ соответствуют выражениям (31) и (34), а величины $\Phi_{1,2}^0$ (A.10), $S_{1,2}''$ (A.11), Φ_{add} (A.14), Φ_{sum} (A.13), S_3'' (A.15) определены в Приложении. Для направления $y = x > 0$ функции $S_{1,2}$ определяются выражением (31), а значения коэффициентов $\Phi_{1,2}$ (A.8) и вторых производных $S_{1,2}''$ (A.9) приведены в Приложении.

Легко заметить, что помимо частот, присутствующих в спектре осцилляций ЛПС (33), выражение (45) содержит гармоники с частотами, обусловленными хордами (точки (c_{12}, c_{14}) и (c_{23}, c_{27}) на рис. 1) малого и большого ФК соответственно. Каждая из таких гармоник в силу симметрии ФК будет определяться его характеристиками лишь в одной из точек

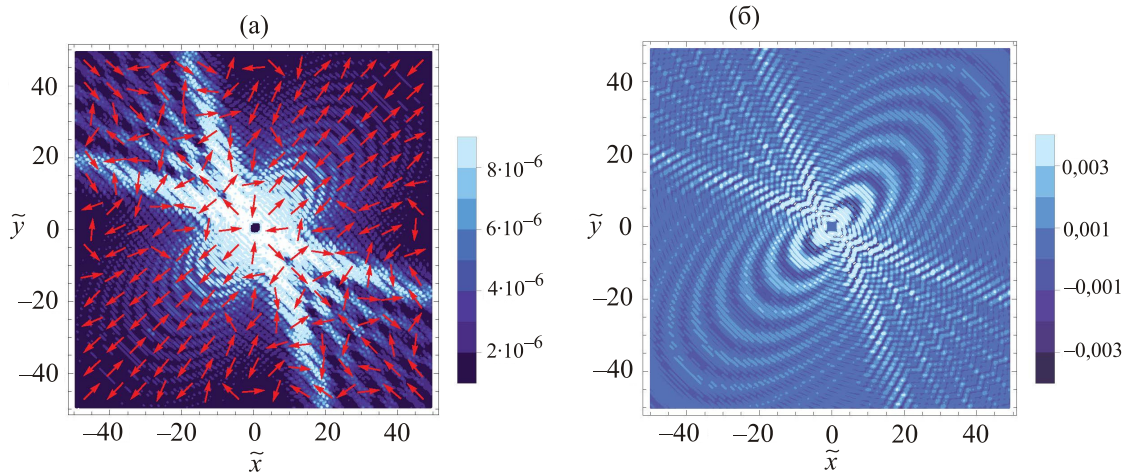


Рис. 4. (Онлайн в цвете) Намагниченность в плоскости проводника (направление и квадрат проекции вектора на плоскость) $M_{x,y}(\tilde{x}, \tilde{y})$ (а); компонента $M_z(\tilde{x}, \tilde{y})$ (б) при $a = 0,7$, $b = 0,5$, обусловленная примесью с эффективным магнитным моментом $\mathbf{J} = J(0, 0, 1)$ и нормированная на величину $M_0 = m^2 J / \hbar^4$.

(c_{12} , c_{14} , c_{23} , c_{27}), что упрощает задачу о восстановлении констант СОВ.

Для направлений $x = \pm y$ проекция вектора ЛПН в плоскости проводника будет параллельна вектору \mathbf{r} :

$$M_x = \pm M_y = M^{(1)}(\tilde{r}) + \chi M^{(2)}(\tilde{r}). \quad (46)$$

В случае $\tilde{r} \gg 1$ в направлении $x = y$ осцилляции ЛПН в плоскости проводника будут определяться выражением

$$M_{x,y} = M^{(1)} \approx \frac{\rho_{2D}^2 J}{2\sqrt{2}\tilde{r}} \left[\frac{(\Phi_2^0)^2}{|S_2''|} \sin(2\tilde{r}S_2) - \frac{(\Phi_1^0)^2}{|S_1''|} \sin(2\tilde{r}S_1) \right]. \quad (47)$$

Обратим внимание на то, что появление компонент в плоскости есть результат СОВ, и, естественно, в его отсутствии вектор ЛПН был бы параллелен вектору \mathbf{J} .

Для направления $x = -y$ компоненты ЛПН $M_x = -M_y$ (46) выражаются через следующие функции:

$$M^{(1)} \approx \frac{\rho_{2D}^2 J_0}{2\sqrt{2}\tilde{r}} \operatorname{sgn}(a-b) \left[\frac{(\Phi_1^0)^2}{|S_1''|} \sin(2\tilde{r}S_1) - \frac{(\Phi_2^0)^2}{|S_2''|} \sin(2\tilde{r}S_2) \operatorname{sgn} \Delta(a,b) \right], \quad (48)$$

$$M^{(2)} \approx -\rho_{2D}^2 J_0 \operatorname{sgn}(a-b) \left[\frac{\Phi_{\text{add}} \Phi_{\text{sum}}}{\tilde{r} |S_3''|} \sin(2\tilde{r}S_3) + \frac{\Phi_1^0 (\Phi_{\text{sum}} - \sqrt{2}\Phi_{\text{add}})}{2\tilde{r} \sqrt{|S_1'' S_3''|}} \sin(\tilde{r}(S_1 + S_3)) + \frac{\Phi_2^0 (\Phi_{\text{sum}} + \sqrt{2}\Phi_{\text{add}})}{2\tilde{r} \sqrt{|S_2'' S_3''|}} \cos(\tilde{r}(S_2 + S_3)) \right]. \quad (49)$$

Выражение (49) меняет знак при перестановке местами констант a и b . Таким образом, исследование ЛПН позволяет избежать неоднозначности в определении констант СОВ.

4.2. Эффективный магнитный момент дефекта лежит в плоскости 2D проводника

На рис. 5 приведен характерный вид осцилляций ЛПН, когда вектор \mathbf{J} направлен вдоль прямой $x = y$ ($J_x = J_y$ и $J_z = 0$).

Исходя из свойств (40), (41) матричных элементов обратного рассеяния, в формулах для асимптотик компонент M_i можно выделить слагаемые трех типов:

$$M_i(\tilde{r}) = M_i^{(\parallel)}(\tilde{r}) + M_i^{(\perp)}(\tilde{r}) + \chi M_i^{(2)}(\tilde{r}), \quad (50)$$

где $M_i^{(\parallel)}(\tilde{r})$ — вклад рассеяния с сохранением спина и переходом между контурами (обращается в нуль при $\mathbf{J} \parallel \mathbf{s}_{1,2}(f_{1,2}^{\text{st}})$, $M_i^{(\perp)}(\tilde{r})$ — вклад рассеяния с переворотом спина без перехода между контурами (обращается

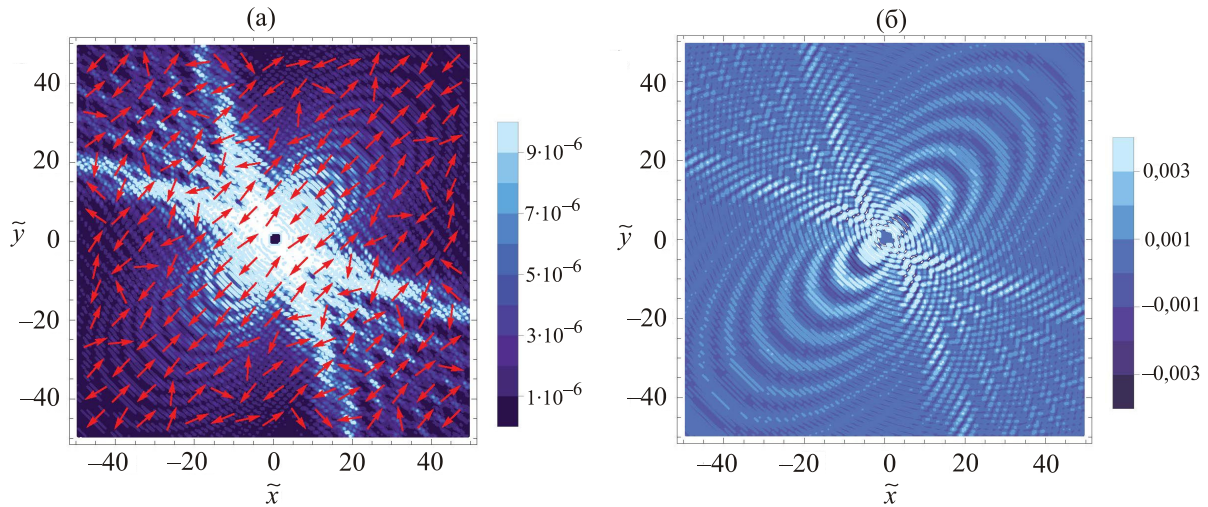


Рис. 5. (Онлайн в цвете) Распределение ЛПН $(M_x^2 + M_y^2)/M_0$ при $a = 0,7$, $b = 0,5$; $\mathbf{J} = J/\sqrt{2}(1,1,0)$; $M_0 = m^2 J/\hbar^4$. Стрелками показаны направления вектора \mathbf{M} в плоскости (а). Компонента M_z при тех же значениях a , b и направлении \mathbf{J} (б).

в нуль при $\mathbf{J} \perp \mathbf{s}_{1,2}(f_{1,2}^{st})$, $M_i^{(2)}(\tilde{r})$ — вклад дополнительных точек $f_{3,4}^{st}$ (А.5) на невыпуклом контуре, единичная функция χ определена формулой (43).

В качестве иллюстрации сказанного приведем асимптотические выражения для компонент вектора ЛПН в направлениях $x = \pm y$ при $\mathbf{J} = J/\sqrt{2}(1,1,0)$. Как следует из формул (37)–(39) для компонент M_i и свойств симметрии (27) функций g_i , в этих случаях $M_x = M_y$, т.е. проекция вектора \mathbf{M} на плоскость всегда направлена вдоль \mathbf{J} , а компонента $M_z \equiv 0$ для направления $x = -y$.

При $x = y$, $\mathbf{J} \perp \mathbf{s}_{1,2}(\theta(\pi/4))$, согласно свойствам матричных элементов (40), (41), первое ($M^{\parallel}(\tilde{r}) = 0$) и третье ($\gamma = 0$) слагаемые в общем выражении для M_i отсутствуют. Компоненты вектора ЛПС $M_x = M_y$ равны

$$M_{x,y}^{(\perp)}(\tilde{r}) = -\frac{\rho_{2D}^2 J_0}{2\sqrt{2}\tilde{r}} \left[\frac{(\Phi_1^0)^2}{|S_1''|} \cos(2\tilde{r}S_1) + \frac{(\Phi_2^0)^2}{|S_2''|} \cos(2\tilde{r}S_2) \right], \quad (51)$$

а перпендикулярная плоскости компонента имеет вид

$$M_z = \frac{\rho_{2D}^2 J}{2\tilde{r}} \left[\frac{(\Phi_1^0)^2}{|S_1''|} \sin(2\tilde{r}S_1) - \frac{(\Phi_2^0)^2}{|S_2''|} \sin(2\tilde{r}S_2) \right]. \quad (52)$$

В направлении $x = -y$, $\mathbf{J} \parallel \mathbf{s}_{1,2}(\theta(3\pi/4))$ вклад $M_{x,y}^{(\perp)}(\tilde{r}) = 0$, и компоненты вектора намагниченности $M_x = M_y$ содержат два слагаемых

$$M^{(\parallel)}(\tilde{r}) = -\rho_{2D}^2 J_0 \frac{\Phi_1^0 \Phi_2^0}{\sqrt{2}\tilde{r} \sqrt{|S_1'' S_2''|}} \cos\left(\tilde{r}(S_1 + S_2) + \frac{\pi}{2}\chi\right), \quad (53)$$

$$M_{x,y}^{(2)} = \frac{\rho_{2D}^2 J_0}{2\tilde{r}} \left[\frac{\Phi_{\text{sum}}^2 - 2\Phi_{\text{add}}^2}{\sqrt{2}|S_3''|} \cos[2\tilde{r}S_3] - \frac{\Phi_1^0(\Phi_{\text{sum}} + \sqrt{2}\Phi_{\text{add}})}{\sqrt{|S_1'' S_3''|}} \cos(\tilde{r}(S_1 + S_3)) - \frac{\Phi_2^0(\Phi_{\text{sum}} - \sqrt{2}\Phi_{\text{add}})}{\sqrt{|S_2'' S_3''|}} \sin(\tilde{r}(S_1 + S_3)) \right]. \quad (54)$$

Формулы (51), (52) показывают, что в выбранном нами специальном направлении магнитного момента дефекта \mathbf{J} вдоль оси симметрии $x = y$ осцилляции ЛПС в направлении \mathbf{J} определяются только процессами обратного рассеяния между точками одного и того же ФК, в то время как для перпендикулярного вектору \mathbf{J} направления $x = -y$ лишь одна гармоника с периодом $\Delta r_{33} = \pi/S_3$ связана с таким рассеянием.

5. Выводы

Итак, с помощью функций Грина (19)–(22) для двумерного электронного газа с комбинированным СОВ Рашби–Дрессельхауса (1) получены общие выражения для локальной плотности состояний (28) и локальной плотности намагниченности (37)–(39) в окрестности точечного магнитного дефекта. Рассеяние электронов дефектом учитывалось в борновском приближении. Для направлений, совпадающих с осями симметрии ферми-контуров, получены асимптотические выражения для ЛПС (30), (33) и ЛПН (45), справедливые на расстояниях от дефекта, существенно больших, чем дебройлевская длина волны электрона.

Вдоль оси симметрии $x = y$ осцилляции ЛПС (30) с периодом, зависящим от суммы радиусов $S_1 + S_2$ двух ФК, связаны с обратным рассеянием электронов между ФК с сохранением спина. Для невыпуклого ФК осцилляции ЛПС в направлении оси симметрии $x = -y$ со-

держат четыре гармоники (33) (а не две, как это утверждается в работе [24]). Помимо гармоник, которые зависят от суммы радиусов $S_1 + S_2$ ФК, в данном направлении, присутствуют три дополнительные гармоники, обусловленные существованием на контуре четырех точек f_i^{st} (А.5), в которых вектор скорости $\mathbf{v}_2(\mathbf{k}(f_i^{st}))$ направлен вдоль оси симметрии $k_x = -k_y$, а волновой вектор $\mathbf{k}(f_i^{st})$ — под углом Δf_{st} (А.5) к ней. Мы обращаем внимание на то, что обратное рассеяние электрона из точек $\mathbf{k}(f_i^{st})$ возможно в любые состояния с $\mathbf{v}_2(\mathbf{k}') = -\mathbf{v}_2(\mathbf{k})$ за исключением $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}$. Именно это обстоятельство определяет ненулевую амплитуду гармоник с периодами $S_3 + S_j$ ($j = 1, 2, 3$), где $2k_F S_3$ — длина параллельной направлению $k_x = -k_y$ хорды ФК, соединяющей точки f_i^{st} .

Из формул (31), (32) следует, что отношения периодов (36) $\Delta r_{ij}/\Delta r_{mn}$ двух гармоник осцилляций ЛПС зависят лишь от безразмерных констант СОВ a , b (11) и не содержат других величин, характеризующих электронную подсистему. С помощью двух соотношений любых периодов можно найти константы a и b . Определив таким образом константы СОВ, по одному из периодов находим важный размерный параметр $k_F = \sqrt{2m\epsilon_F}/\hbar$.

Определение констант СОВ из осцилляций ЛПС неоднозначно. Так, легко заметить, что картина осцилляций ЛПС не чувствительна к перестановке местами кон-

стант a и b или к одновременному изменению их знака. Исследование фриделевских осцилляций ЛПН содержит принципиальную возможность идентификации констант СОВ. Так, например, согласно результатам (46)–(49), в случае, когда магнитный момент дефекта перпендикулярен плоскости xy 2D электронного газа, фаза осцилляций компонент ЛПН $M_{x,y}$ для $a > b$ и $a < b$ отличается на π .

Один из авторов (Ю.К.) выражает глубокую благодарность Александру Николаевичу Омелянчуку за многолетнее плодотворное сотрудничество и многочисленные обсуждения различных проблем физики нормальных и сверхпроводящих систем.

Приложение. Асимптотика функции Грина

Рассмотрим асимптотическое поведение функций $g_{0,x,y}(\vec{r})$ (20)–(22) при больших значениях безразмерной координаты $\tilde{r} \gg 1$. Воспользовавшись приближенными выражениями функций $A(x)$ (24) и $B(x)$ (25) при больших значениях аргумента $|x| \gg 1$

$$A(x) \approx iB(x)\text{sgn}(x) \approx -\frac{i\pi}{2}e^{i|x|}, \quad (\text{A.1})$$

запишем интегралы (20)–(22) в виде

$$g_i(\vec{r}) \approx \frac{i}{4} \sum_{j=1,2} c_j^i \int_0^\pi df \Phi_j^i(f) \exp(i\tilde{r}S_j(f, \varphi)). \quad (\text{A.2})$$

где $c_j^0 = 0$, $c_j^x = (-1)^j$ и $c_j^y = (-1)^{j+1}$. Явный вид плавно зависящих от f функций $\Phi_j^i(f)$ и знак перед выражением очевидны из формул (20)–(22). Функции

$\Phi_j^i(f)$ и $S_j(f, \varphi)$ непрерывны и ограничены при всех значениях аргумента f , и для вычисления интегралов по f можно использовать метод стационарной фазы [41]. Точки стационарной фазы $f = f^{\text{st}}(\varphi)$ найдем из уравнений

$$\left. \frac{\partial S_j(f, \varphi)}{\partial f} \right|_{f=f^{\text{st}}} = 0. \quad (\text{A.3})$$

Вторая производная $\partial^2 S_j / \partial f^2$ простым образом связана с кривизной контура K_j (9)

$$S_j''(f) = -k_F K_j(f) (\kappa_j'(f)^2 + \kappa_j(f)^2). \quad (\text{A.4})$$

Мы предполагаем, что $\partial^2 S_2 / \partial f^2 \neq 0$. Величина $2k_F S_j(f^{\text{st}})$ представляет собой длину хорды ФК, направленную параллельно нормали к кривой в точке $f = f^{\text{st}}$.

В силу симметрии задачи рассмотрим области $0 \leq f, \varphi \leq \pi$, верхнюю полуплоскость в координатном пространстве и пространстве волновых векторов. Для направления $x = y$, $\varphi = \pi/4$ на каждом контуре имеется по одной точке стационарной фазы $f_1^{\text{st}}(\varphi = \pi/4) = \pi/4$ (точки c_{11}, c_{21} на рис. 4). В направлении $x = -y$, $\varphi = 3\pi/4$ наряду с точками $f_2^{\text{st}}(\varphi = 3\pi/4) = 3\pi/4$ (точки c_{14}, c_{27} на рис. 4) при наличии участков с отрицательной кривизной $\Delta(a, b) < 0$ (13) существуют две дополнительные стационарные точки, не лежащие на оси симметрии (точки c_{26}, c_{28} на рис. 4)

$$f_{3,4}^{\text{st}}(\varphi = 3\pi/4) = \frac{3\pi}{4} \pm \Delta f_{\text{st}}; \quad \Delta f_{\text{st}} = \frac{1}{2} \arcsin \left[\frac{(a^2 - b^2)^2 + (a^2 + b^2)}{2ab(2(a+b)^2 + 1)} \right]. \quad (\text{A.5})$$

Асимптотики компонент функции Грина $g_i(\vec{r})$ (20)–(22) с помощью выражения (A.1) можно записать в общей форме:

$$g_i(\vec{r}) \approx \frac{i}{4} \sum_{j=1,2} \sum_s c_j^i \sqrt{\frac{2\pi}{|S_j''(f_s^{\text{st}})|}} \Phi_j^i(f_s^{\text{st}}) \exp\left(i\tilde{r}S_j(\varphi, f_s^{\text{st}}) + \frac{i\pi}{4} \text{sgn} S_j''(f_s^{\text{st}})\right), \quad \tilde{r} \rightarrow \infty. \quad (\text{A.6})$$

Индексы i и j нумеруют компоненту $g_i(\vec{r})$ и контур соответственно. Суммирование по s производится по точкам стационарной фазы на контуре $j = 2$.

1. Фермиевские контуры не содержат вогнутых участков $\Delta(a, b) > 0$

При больших значениях \tilde{r} компоненты функции Грина $g_i(\vec{r})$ (20)–(22) имеют вид

$$g_i \approx \frac{i}{4} \sum_{j=1,2} c_j^i \sqrt{\frac{2\pi}{|S_j''| \tilde{r}}} \Phi_j^i \exp\left(iS_j \tilde{r} - \frac{i\pi}{4}\right) \Big|_{f=f_k^{\text{st}}}. \quad (\text{A.7})$$

Для направления $x = y$, $\varphi = \pi/4$ в точке стационарной фазы $f_1^{\text{st}}(\varphi = \pi/4) = \pi/4$

$$\Phi_{1,2}^0 = 1 \mp \frac{a+b}{\sqrt{1+(a+b)^2}}, \quad \Phi_{1,2}^x = \Phi_{1,2}^y = \frac{1}{\sqrt{2}} \Phi_{1,2}^0, \quad (\text{A.8})$$

$$S_{1,2}''\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\left((a+b)\sqrt{(a+b)^2+1} \mp 4ab\right)\left(\sqrt{(a+b)^2+1} \mp (a+b)\right)}{(a+b)\sqrt{(a+b)^2+1}}, \quad (\text{A.9})$$

функции $S_{1,2}\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$ приведены в (31).

Для направления $x = -y$, $\varphi = 3\pi/4$ в точке стационарной фазы $f_2^{\text{st}}(\varphi = 3\pi/4) = 3\pi/4$

$$\Phi_{1,2}^0 = 1 \mp \frac{|a-b|}{\sqrt{1+(a-b)^2}}, \quad \Phi_{1,2}^x = -\Phi_{1,2}^y = \frac{\text{sgn}(a-b)}{\sqrt{2}} \Phi_{1,2}^0. \quad (\text{A.10})$$

$$S_{1,2}''\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\left(|a-b|\sqrt{(a-b)^2+1} \pm 4ab\right)\left(\sqrt{(a-b)^2+1} \mp |a-b|\right)}{|a-b|\sqrt{(a+b)^2+1}}. \quad (\text{A.11})$$

2. Внешний фермиевский контур содержит вогнутые участки $\Delta(a, b) < 0$

Для направления $x = -y$, $\varphi = 3\pi/4$, помимо точек $f_2^{\text{st}}(\varphi = 3\pi/4) = 3\pi/4$, существуют две дополнительные точки стационарной фазы $f_{3,4}^{\text{st}}(\varphi = 3\pi/4)$ (A.5). В этом случае асимптотика функций $g_i(\vec{r})$ (20)–(22) содержит четыре вклада:

$$g_i \approx \frac{i}{4} c_1^i \sqrt{\frac{2\pi}{|S_1''|}} \Phi_1^i \exp\left(iS_1 \tilde{r} - \frac{i\pi}{4}\right) \Big|_{f=3\pi/4} + \frac{i}{4} c_2^i \left\{ \sqrt{\frac{2\pi}{|S_2''|}} \Phi_2^i \exp\left(iS_2 \tilde{r} + \frac{i\pi}{4}\right) \Big|_{f=3\pi/4} + \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{2\pi}{|S_2''|}} \Phi_2^i \exp\left(iS_2 \tilde{r} - \frac{i\pi}{4}\right) \Big|_{f=f_3^{\text{st}}} + \sqrt{\frac{2\pi}{|S_2''|}} \Phi_2^i \exp\left(iS_2 \tilde{r} - \frac{i\pi}{4}\right) \Big|_{f=f_4^{\text{st}}} \right\}, \quad (\text{A.12})$$

где $\Phi_{1,2}^j$, $S_{1,2}$, $S_{1,2}''$ при $f = f_2^{\text{st}} = 3\pi/4$ определяются выражениями (A.10) и (A.11), значения $S_3 = S_2(f_3^{\text{st}}, 3\pi/4)$ приведены в (34). Значения функций Φ_2^i , S_2 , S_2'' в дополнительных точках стационарной фазы на втором контуре $f = f_{3,4}^{\text{st}}$ равны:

$$\left| \Phi_2^{x,y}(f_3^{\text{st}}) + \Phi_2^{x,y}(f_4^{\text{st}}) \right| = \frac{(2(a+b)^2+1)|a-b|}{\sqrt{2ab}(a+b)\sqrt{(a+b)^2+1}} = \Phi_{\text{sum}}, \quad (\text{A.13})$$

$$\Phi_2^0(f_3^{\text{st}}) = \Phi_2^0(f_4^{\text{st}}) = \frac{2(a+b)^2+1}{(a+b)^2+1} = \Phi_{\text{add}}, \quad (\text{A.14})$$

$$S_2''(f_{3,4}^{\text{st}}, 3\pi/4) = -\frac{(16a^2b^2 - (a-b)^2(1+(a-b)^2))(2(a+b)^2+1)^2}{2\sqrt{ab}(a+b)^3((a+b)^2+1)^{3/2}} = S_3''. \quad (\text{A.15})$$

Отметим, что при $a \rightarrow b$ вторая производная (A.11) $S_{1,2}'' \rightarrow \pm\infty$ и первые два слагаемых в асимптотике (A.12) стремятся к нулю. При этом $\Phi_3^{x,y} = 0$ и

$$S_1\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right) + S_2\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right) = 2S_2\left(f_i^{\text{st}}, \frac{3\pi}{4}\right). \quad (\text{A.16})$$

1. R. Winkler, *Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (2003).
2. M. Trushin, K. Výborný, P. Moraczewski, A.A. Kovalev, J. Schliemann, and T. Jungwirth, *Phys. Rev. B* **80** 134405 (2009).

3. D. Bercioux and P. Lucignano, *Rep. Prog. Phys.* **78**, 106001 (2015).
4. J. Friedel, *Philos. Mag.* **43**, 153 (1952).
5. J. Friedel, *Nuovo Cimento* **7**, 287 (1958).
6. A.A. Zvyagin and H. Johannesson, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2751 (1998).
7. C. Kittel, *Quantum Theory of Solids*, John Wiley & Sons, Inc., New York (1963).
8. H. Gawronski, J. Fransson, and K. Morgenstern, *Nano Lett.* **11**, 2720 (2011).
9. P. Mallet, I. Brihuega, V. Cherkez, J.M. Gómez-Rodríguez, and J. Veuillen, *Comptes Rendus Physique* **17**, 294 (2016).

10. C. Bai, *Scanning Tunneling Microscopy and its Applications*, New York, Springer Verlag (2000).
11. M. Bode, *Rep. Prog. Phys.* **66**, 523 (2003).
12. J. Tersoff and D.R. Hamann, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 1998 (1983).
13. I.O. Kulik, Yu.N. Mitsai, and A.N. Omel'yanchuk, *Sov. Phys.-JETP* **39**, 514 (1974) [*Zh. Eksp. Theor. Phys.* **66**, 1051 (1974)].
14. Ye.S. Avotina, Yu.A. Kolesnichenko, A.N. Omelyanchouk, A.F. Otte, and J.M. Ruitenbeek, *Phys. Rev. B* **71**, 115430 (2005).
15. Ye.S. Avotina, Yu.A. Kolesnichenko, and J.M. van Ruitenbeek, *Fiz. Nizk. Temp.* **36**, 1066 (2010) [*Low Temp. Phys.* **36**, 849 (2010)].
16. D. Wortmann, S. Heinze, Ph. Kurz, G. Bihlmayer, and S. Blügel, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1998 (2001).
17. Н.В. Хоткевич, Н.Р. Вовк, Ю.А. Колесниченко, *ФНТ* **42**, 387 (2016) [*Low Temp. Phys.* **42**, 298 (2016)].
18. L. Petersen and P. Hedegard, *Surface Science* **459**, 49 (2000).
19. N.V. Khotkevych, Yu.A. Kolesnichenko, and J.M. van Ruitenbeek, *arXiv:1601.03154* (2016).
20. Y. Kohsaka, T. Machida, K. Iwaya, M. Kanou, T. Hanaguri, and T. Sasagawa, *Phys. Rev. B* **95**, 115307 (2017).
21. V. Kaladzhyan, P. Simon, and C. Bena, *Phys. Rev. B* **94**, 134511 (2016).
22. J. Fransson, *Phys. Rev. B* **92**, 125405 (2015).
23. S. Lounis, A. Bringer, and S. Blugel, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 207202 (2012).
24. J. Hutchinson and J. Maciejko, *Phys. Rev. B* **93**, 245309 (2016).
25. J.I. Pascual, G. Bihlmayer, Yu.M. Koroteev, H.-P. Rust, G. Ceballos, M. Hansmann, K. Horn, E.V. Chulkov, S. Blügel, P.M. Echenique, and Ph. Hofmann, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 196802 (2004).
26. O. Pietzsch, S. Okatov, A. Kubetzka, M. Bode, S. Heinze, A. Lichtenstein, and R. Wiesendanger, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 237203 (2006).
27. A. Stróżecka, A. Eiguren, and J.I. Pascual, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 186805 (2011).
28. E.I. Rashba, *Fiz. Tverd. Tela* **2**, 1224 (1960) [*Sov. Phys.Solid State* **2**, 1109 (1960)].
29. Yu. Bychkov and E.I. Rashba, *JETP Lett.* **39**, 78 (1984).
30. G. Dresselhaus, *Phys. Rev.* **100**, 580 (1955).
31. S.D. Ganichev, and L.E. Golub, *Phys. Status Solidi B* **251**, 1801 (2014).
32. S.M. Badalyan, A. Matos-Abiague, G. Vignale, and J. Fabian, *Phys. Rev. B* **81**, 205314 (2010).
33. D.H. Berman and M.E. Flatté, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 157202 (2010).
34. E.G. Mishchenko and B.I. Halperin, *Phys. Rev. B* **68**, 045317 (2003).
35. Г. Корн, Т. Корн, *Справочник по математике для научных работников и инженеров*, Наука, Москва (1974).
36. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1989).
37. D.H. Berman and M.E. Flatté, *Proc. of SPIE* **8100**, 810014 (2011).
38. И.М. Лифшиц, М.Я. Азбель, М.И. Каганов, *Электронная теория металлов*, Наука, Москва (1971) [I.M. Lifshits, M.Ya. Azbel', and M.I. Kaganov, *Electron Theory of Metals Consultants Bureau*, New York (1973)].
39. A.M. Kosevich, *Fiz. Nizk. Temp.* **11**, 1106 (1985) [*Sov. J. Low Temp. Phys.* **11**, 611 (1985)].
40. N.V. Khotkevych-Sanina, Yu.A. Kolesnichenko, and J.M. van Ruitenbeek, *New J. Phys.* **15**, 123013 (2013).
41. М.В. Федорюк, *Метод перевала*, Наука, Москва (1977).

Anisotropic Friedel oscillations in the two-dimensional electron gas with Rashba–Dresselhaus spin-orbit interaction

I.V. Kozlov and Yu. A. Kolesnichenko

The spatial distribution for the local density of states (LDoS) and the local magnetization density (LMD) in the vicinity of the point magnetic defect in a degenerated two-dimensional electron gas with the mixed Rashba and Dresselhaus spin-orbit interaction (SOI) is theoretically studied. The dependence of Friedel oscillations on the ratio of SOI constants is investigated. The asymptotic expressions for the oscillatory part of LDoS and LMD are obtained. It is shown that Friedel oscillations are significantly anisotropic and contain several harmonics for a certain ratio of SOI constants. Periods of the oscillations for directions along symmetry axes of Fermi contours are found. A method for determining COB constants using periods of different harmonics of the oscillations is proposed.

PACS: 71.10.Ca Electron gas, Fermi gas;
 71.70.Ej Spin-orbit coupling, Zeeman and Stark splitting, Jahn-Teller effect;
 72.10.Fk Scattering by point defects, dislocations, surfaces, and other imperfections (including Kondo effect);
 73.20.At Surface states, band structure, electron density of states;
74.55.+v Туннельные явления: одновременное туннелирование и СТМ.

Keywords: spin-orbit interaction, magnetic defect, Friedel oscillations, two-dimensional electron gas.