Макроскопические вихри на поверхности сверхтекучего Не II

А.А. Левченко^{1,2}, Л.П. Межов-Деглин^{1,2}, А.А. Пельменёв^{2,3}

¹Институт физики твердого тела РАН, г. Черноголовка, 143432, Московская обл., Россия E-mail: mezhov@issp.ac.ru

²Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, г. Черноголовка, 143432, Московская обл., Россия

³ Филиал института энергетических проблем химической физики РАН г. Черноголовка, 143432, Московская обл., Россия

Статья поступила в редакцию 7 мая 2018 г., опубликована онлайн 28 августа 2018 г.

Визуализация явлений на поверхности сверхтекучего He II легкими стеклянными трассерами, локализованными в тонком слое под поверхностью жидкости, позволила впервые наблюдать возникновение на поверхности сверхтекучей жидкости в вибрирующей ячейке вихревого течения и двумерных макроскопических вихрей, которые образуются в результате нелинейного взаимодействия между неколлинеарными фарадеевскими волнами. Стоячие фарадеевские волны возбуждаются на поверхности He II при вертикальных колебаниях ячейки с относительным переменным ускорением выше порога параметрической неустойчивости $\beta > \beta_c \approx 0,04$. Обнаружено, что при интенсивной волновой накачке на частоте 40 Гц и длительной выдержке в течение ~ 270 с зависимость кинетической энергии вихревой системы от волнового вектора E(k) при $k \ge 4,5$ см⁻¹ можно описать степенным законом вида $E(k) \sim k^{-3}$, т.е. в системе макроскопических вихрей, порождаемых волнами на поверхности слоя He II глубиной ~0,4 см в вибрирующей ячейке, со временем может сформироваться не только обратный, но и прямой турбулентный каскад.

Ключевые слова: фарадеевские волны, сверхтекучий Не II, макроскопические вихри.

1. Введение, постановка задачи

Хотя первые сообщения о наблюдении перехода жидкого ⁴Не из нормального Не I в сверхтекучее Не II состояние при охлаждении ниже 2,17 К были опубликованы более 80 лет назад, интерес к изучению свойств конденсированных квантовых систем не ослабевает и в наше время. Результаты современных теоретических и экспериментальных исследований кинетических явлений в квантовых жидкостях и кристаллах, проводимых группами И.Н. Адаменко и Э.Я. Рудавского, привлекают внимание широкого круга специалистов в области физики низких температур и физического материаловедения (см., например, публикации этих авторов в журнале Φ HT [1–3] и литературу в них). Поэтому мы с большим удовольствием представляем результаты наших исследований нелинейных явлений на поверхности сверхтекучего Не II для публикации в выпуске журнала «Физика низких температур», посвященном 80-летнему юбилею наших коллег: И.Н. Адаменко и Э.Я. Рудавского.

В последние годы во многих ведущих лабораториях интенсивно изучают гидродинамические и турбулентные явления в объеме сверхтекучего He II (см. современные публикации [4-10] и литературу в них). Известно [11], что при больших скоростях противотока нормальной и сверхтекучей компонент, например, при больших тепловых потоках в Не II или при быстром вращении жидкости, в объеме сверхтекучей жидкости возникают дискретные вихревые нити — квантовые вихри. В отличие от классического вихря радиус ядра квантового вихря в He II строго определен и равен 10^{-6} см, и взаимодействие между квантовыми вихрями может приводить к образованию вихревых клубков макроскопических размеров (квантовая турбулентность). Квантовые вихри и вихревые клубки могут возникать не только в объеме, но и на границе Не II — твердая стенка в результате взаимодействия движущейся жидкости с микроскопическими выступами на стенках сосуда [12]. Взаимодействие квантовых вихрей между собой, с тепловыми возбуждениями в объеме (фононами, ротонами) и стенками сосуда приводит к затуханию вращения Не II в неподвижном сосуде в отличие, например, от незатухающего электрического тока в сверхпроводящих кольцах. При скорости течения нормальной компоненты Не II выше некоторой критической в объеме квантовой жидкости наряду с клубками квантовых вихрей могут возникать обычные классические вихри (турбулентное течение нормальной компоненты в Не II). Проблемы взаимодействия между собой квантовой и классической вихревой турбулентности и способы визуализации движения квантовых вихрей микроскопическими пробными частицами — нейтральными или заряженными трасссерами, вводимыми в объем Не II, широко обсуждаются работах [8–10,13,14].

Гораздо слабее изучены явления на свободной поверхности Не II. Коршуновым [15] была предсказана возможность возникновения квантового аналога неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (КГ) на поверхности Не II при скорости противотока нормальной и сверхтекучей компонент в объеме жидкости выше некоторой пороговой. В отличие от классического случая здесь неустойчивость развивается под действием встречного движения нормальной и сверхтекучей компонент по одну сторону границы раздела между жидкостью и паром, при этом полный поток массы жидкости равен нулю. Возможность проявления неустойчивости КГ на поверхности слоя сверхтекучей нейтронной жидкости во вращающихся нейтронных звездах, как одной из причин наблюдающихся астрономами возмущений при движении нейтронной звезды по орбите, обсуждалась в работе [16]. Как и в [17], колебания поверхности сверхтекучей жидкости начинают развиваться в области акустических частот на волновых векторах $k = (\rho g / \sigma)^{1/2}$, где сравниваются вклады гравитационной и капиллярной составляющих в закон дисперсии волн на поверхности жидкости. Здесь k — волновой вектор, g — ускорение силы тяжести, σ и *ρ* — поверхностное натяжения и плотность жидкости. Результаты прямых наблюдений за возникновением неустойчивости КГ на свободной поверхности Не II при протекании под поверхностью теплового потока плотностью выше некоторой пороговой Q_{thr} в экспериментах Ремизова и др. [17] качественно согласуются с предсказаниями теории [15]. Температурная зависимость $Q_{thr}(T)$, найденная по результатам измерений, близка к теоретической, однако экспериментальные точки лежат заметно ниже теоретической кривой. Причинами расхождений теории с экспериментом могут быть как разница в граничных условиях (в [15] рассматривается ламинарное течение компонент параллельно свободной поверхности, в то время как в экспериментах нормальная компонента движется в объеме от нагревателя к отверстиям, расположенным в нижней части противоположной стенки прямоугольной рабочей ячейки), так и пренебрежение в расчетах [15,16] возможностью возникновения турбулентных течений в объеме Не II при больших тепловых потоках.

Результаты изучения нелинейных волн и волновой турбулентности на поверхности Не II [18-23] обсудим вкратце в следующем разделе. Здесь отметим, что наряду с квантовым аналогом КГ неустойчивости свободной поверхности сверхтекучей жидкости в неподвижном сосуде, обусловленной противотоком нормальной и сверхтекучей компонент в объеме, на поверхности Не II в вибрирующем сосуде, как и на поверхности классической вязкой жидкости, можно наблюдать проявление неустойчивости иного типа — параметрической неустойчивости [11]. Эта неустойчивость развивается, когда амплитуда вертикальных колебаний сосуда (интенсивность волновой накачки), точнее относительная амплитуда переменного ускорения сосуда с исследуемой жидкостью в поле силы тяжести $\beta = \delta g / g = A \omega_p^2 / g$, превышает некоторое пороговое значение $\beta \ge \beta_c$. Здесь А — амплитуда вертикальных колебаний вибрирующего сосуда, ω_p — круговая частота накачки, g — ускорение свободного падения. Параметрическая неустойчивость поверхности колеблющейся жидкости ограничивает возможности многократного повышения интенсивности накачки и амплитуд поверхностных волн при изучении волновой турбулентности на поверхности. Более того, возникновение параметрической неустойчивости свободной поверхности жидкости в вибрирующем сосуде сопровождается возбуждением на поверхности фарадеевских волн, частота которых ог вдвое ниже частоты накачки $\omega_v = \omega_p/2$ [11]. Амплитуды стоячих фарадеевских волн пv максимальны, когда частота фарадеевской волны ог совпадет с частотой одной из собственных мод колебаний свободной поверхности жидкости в сосуде (плоском резонаторе), точнее, когда волновой вектор фарадеевской волны kv совпадает с одним из собственных волновых векторов $k_{m,n}$ резонатора. Наш интерес к постановке исследований нелинейных явлений на поверхности Не II в вибрирующем сосуде связан с тем, что в последние годы при изучении

фарадеевских волн на поверхности воды было теоретически предсказано и экспериментально обнаружено, что на поверхности классической вязкой жидкости можно наблюдать возникновение квазидвумерных вихревых структур, которые формируются вследствие нелинейного взаимодействия между собой неколлинеарных поверхностных волн [24-31]. В работах [24-26] наблюдали возникновение квазидвумерных вихрей на поверхности воды в результате взаимодействия ориентированных перпендикулярно друг другу фарадеевских волн. Впоследствии в экспериментах [27-31] было показано, что вихри могут возникать при нелинейном взаимодействии неколлинеарных поверхностных волн, которые возбуждали на поверхности воды при переменных волновых ускорениях β не только выше пороговых $(\beta > \beta_c, \phi_a p_a g_c e B c h h h),$ но и при $\beta < \beta_c$. Изучение распределения завихренности на поверхности воды в квадратном сосуде при монохроматической накачке до

и после наступления параметрической неустойчивости показало, что до порога $\beta/\beta_c \approx 0.9$ на поверхности наблюдается симметричная система небольших вихрей, которые образуют квадратную решетку с периодом, равным длине поверхностных волн на частоте накачки. Симметричная структура сохраняется и при незначительном превышении порогового значения ускорения, $\beta/\beta_c \approx 1,1$. Если при накачке с амплитудой $\beta \leq \beta_c$ на поверхности доминирует вихревая структура с обратным периодом, соответствующим волновому числу волны на частоте накачки, то при $\beta \ge \beta_c$, помимо первоначальной структуры, видна структура с обратным периодом почти вдвое меньшим, фурье-амплитуды которой в несколько раз превышают амплитуды Фурье первоначальной структуры. Возрастание периода решетки вихрей связано с появлением на поверхности воды решетки стоячих фарадеевских волн с частотой $\omega_p/2$ при переходе через порог неустойчивости Фарадея.

Завихренность на поверхности Ω , которую вычисляют по трекам декорирующих микрочастиц (трассеров), описывается выражением

$$\Omega_{z}(x,y) = \partial V_{x} / \partial y - \partial V_{y} / \partial x, \qquad (1)$$

где V_x и V_y — компоненты скорости жидкости на поверхности в плоскости z(x, y) = 0.

В случае решетки вихрей, генерируемых взаимно перпендикулярными стоячими волнами, завихренность

$$\Omega_z = (2 + 2^{1/2}) \sin(\phi) \eta_1 \eta_2 \omega k^2 \sin(kx) \sin(ky), \qquad (2)$$

где ф — сдвиг фаз между взаимодействующими волнами, η_1 и η_2 — амплитуды волн, k — волновой вектор. Первый член в выражении (2) связан с формулой Стокса, а второй — обусловлен нелинейным взаимодействием волн [27–31]. В принципе, по известной из эксперимента завихренности $\Omega_z(x,y)$ вихревой решетки можно оценить амплитуды взаимодействующих волн. При $\beta > \beta_c$ с дальнейшим повышением уровня накачки можно наблюдать слияние и укрупнение вихрей вследствие нелинейности.

Теоретические исследования вихревой турбулентности на поверхности двумерной жидкости, в частности изучение энергетических каскадов в двумерной вихревой системе, продолжаются и в настоящее время [32–34]. Как было показано в расчетах [32], в двумерных системах обратный энергетический каскад можно описать степенной функцией близкой к $E(k) \sim k^{-5/3}$, а прямому каскаду соответствует $E(k) \sim k^{-3}$. Переход от двумерной к трехмерной системе может существенно изменить энергетический спектр, т.е. ожидаемую зависимость E(k) [32–34].

Результаты экспериментальных исследований вихревого движения, генерируемого фарадеевскими волнами на поверхности воды, показали, что в вихревой системе энергия из области накачки может распространяться в сторону больших и малых масштабов, что соответствует возникновению обратного и прямого турбулентных каскадов в сосуде достаточно больших размеров. В то же время в опубликованной недавно работе [30], где изучали формирование каскада энергии в системе вихрей, генерируемых перпендикулярными стоячими волнами частотой 6 Гц на поверхности воды, было обнаружено, что после включения накачки на распределении кинетической энергии вихревой системы по волновому вектору E(k) возникают пики. При возбуждении волны частотой 6 Гц на поверхности воды в результате нелинейного взаимодействия возникают волны с частотами близкими к 18, 15, 12, 9 и 3 Гц, и каскад энергии вихревого движения при $k \ge 0.3$ см⁻¹ формируется нелинейным взаимодействием вихрей, генерируемых всеми волнами, распространяющимися по поверхности жидкости. Со временем график, описывающий распределение E(k), трансформируется в результате перераспределения энергии по масштабам. Стационарное распределение E(k) по малым волновым векторам, установившееся через 300 с после включения накачки, можно описать степенной функцией волново-го вектора $E(k) \sim k^{-1,75}$. В интервале волновых векторов 0,3-5 см⁻¹ доминирующими являются прямые потоки энергии в сторону больших волновых векторов (прямой каскад). Наблюдения и выводы, приводимые в работе [30], помогают нам глубже понять, как будет видно из дальнейшего, результаты изучения эволюции структуры вихревой системы на поверхности He II в вибрирующей прямоугольной ячейке при переменном ускорении выше порогового, которым посвящена настоящая работа.

Первые сообщения о наблюдении вихревого течения и квазидвумерных макроскопических вихрей, генерируемых фарадеевскими волнами на поверхности слоя сверхтекучего Не II глубиной d = 1-0,4 см в вибрирующих прямоугольных и цилиндрических рабочих ячейках, были опубликованы ранее в наших работах [35,36]. При относительном ускорении $\beta \ge \beta_c$ удалось наблюдать формирование волновой и вихревой решеток на поверхности Не II в прямоугольной ячейке, а также макроскопических вихрей, обусловленных взаимодействием радиальных и азимутальных мод на поверхности Не II в цилиндрической ячейке.

Основная цель данной работы — изучение эволюции структуры вихревых систем, которые порождаются взаимодействующими между собой стоячими волнами на поверхности Не II в вибрирующей квадратной ячейке, при длительной волновой накачке на частотах 10–50 Гц. Для уменьшения времени выхода амплитуды фарадеевских волн на стационар и сокращения времени проведения цикла измерения при накачке на фиксированной частоте все измерении проводили при переменном ускорении $\beta > \beta_c$. Температура ванны с жидким гелием поддерживалась постоянной на уровне T = 1,5 К.

2. Методы возбуждения волн на поверхности Не II и волновая турбулентность. Фарадеевские волны. Влияние глубины слоя Не II на закон дисперсии поверхностных волн

2.1. Для удобства дальнейшего обсуждения напомним, что в последние годы довольно много работ было посвящено исследованиям капиллярных и гравитационных волн и волновых турбулентных спектров Колмогорова-Захарова [18], которые возникают на свободной поверхности Не II при нелинейном взаимодействии между волнами большой амплитуды [19-22], а также изучению фарадеевских волн, возникающих на поверхности при переменных волновых ускорениях в выше пороговых [23]. В работах [20-22], где изучали волновую турбулентность на заряженной поверхности Не II, сосуд с жидким гелием неподвижен, на заряженную поверхность жидкости действуют поле силы тяжести и постоянная и переменная составляющие внешнего электрического поля, приложенного между обкладками плоского конденсатора. В экспериментах [22,23] стоячие волны на свободной поверхности жидкости возбуждаются при вертикальных колебаниях рабочей ячейки с Не II (плоского резонатора) на частоте одной из собственных мод резонатора.

В обоих случаях здесь возможны два механизма рождения волн. Один из них связан с наличием мениска у поверхности жидкости, соприкасающейся с вертикальной стенкой сосуда. В переменном поле тяжести форма мениска периодически изменяется, так что от стенки сосуда вдоль поверхности распространяется волна, частота которой совпадает с частотой переменного поля ω_{p} . Этот механизм возбуждения волн реализуется в экспериментах [19-21]. Нелинейное взаимодействие между собой поверхностных волн, которые возникают при интенсивной волновой накачке, может приводить к формированию на поверхности Не II, как и на поверхности классической жидкости, прямого турбулентного волнового каскада Колмогорова-Захарова. Более того, как показали результаты измерений и численных расчетов [20], при интенсивной монохроматической накачке на поверхности слоя сверхтекучего Не II, как и на поверхности слоя жидкого водорода (нормальная вязкая жидкость), в рабочей ячейке характерными размерами порядка 5 см и более можно наблюдать формирование прямых и обратных каскадов как капиллярных, так и гравитационных волн. Точнее вводимая при интенсивной накачке волновая энергия может переноситься как в сторону высоких, так и низких частот [21].

Квантовые эффекты в волновой турбулентности на поверхности Не II проявляются только при примерно двукратном возрастании частоты высокочастотного края прямого турбулентного каскада капиллярных волн при переходе от нормального Не I к сверхтекучему Не II. Переход от волнового переноса энергии по прямому каскаду к вязкому затуханию наблюдается на частотах, где время нелинейного взаимодействия волн между собой становится сравнимым со временем вязкого затухания волн в сосуде. Затухание поверхностных волн определяется вкладами вязкого затухания в объеме жидкости и размерного затухания вследствие трения жидкости о дно и стенки сосуда. Время вязкого затухания волн $\tau_k = (2vk^2)^{-1}$, характерное время размерного затухания $\tau_d \sim (\omega l_D/2L)^{-1}$, где $l_D \sim (2\nu/\omega)^{1/2}$ [11]. Здесь v коэффициент вязкости, l_D и L — глубина вязкого слоя и характерный размер сосуда (в нашем случае глубина слоя жидкости d в рабочей ячейке). Вязкость сверхтекучего гелия He II в интервале температур 2-1,3 К $v \approx 0.9 \cdot 10^{-4}$ см²/с почти вдвое ниже, вязкости нормального гелия Не I и на два порядка ниже вязкости воды при 20 °С. Поэтому при переходе, например, от Не I к Не II высокочастотный край прямого турбулентного каскада капиллярных волн сдвигается почти вдвое, а по сравнению с водой разница возрастает почти на порядок.

Другой механизм возбуждения волн на поверхности связан, как отмечено выше, с параметрической неустойчивостью плоской поверхности вязкой жидкости в резонаторе при переменном ускорении выше порогового $\beta \ge \beta_c$. Возникновение параметрической неустойчивости на поверхности жидкости в вибрирующем сосуде сопровождается появлением со временем фарадеевских волн, частота которых ω_v вдвое ниже частоты накачки $\omega_v = \omega_p/2$ [11]. Амплитуды фарадеевских волн максимальны, когда волновые векторы фарадеевских волн k_v совпадают с волновыми векторами одной из собственных мод $k_{m,n}$ резонатора, время нарастания амплитуды волны и выхода на стационарное значение максимально при $\beta \approx \beta_c$ и быстро уменьшается с дальнейшим ростом переменного ускорения.

Спектры капиллярных фарадеевских волн на поверхности гелия в вибрирующем сосуде исследовали в экспериментах [23]. Было установлено, что в сверхтекучем Не II при температуре T = 0.7 К величина порога $\beta_c \approx 0,055$ и возрастает примерно на ~ 20% до $\beta_c \approx 0,067$ при переходе к нормальному Не I при T = 3,7 К. Для сравнения, на поверхности воды пороговое ускорение $\beta_c \approx 0.45$ на порядок выше, чем в жидком гелии. Возникновение порога β_c при расчете зависимости амплитуды фарадеевских волн от интенсивности накачки связано с учетом вязкого затухания волн в объеме и затухания вследствие трения о стенки и дно сосуда. Качественно причины сильных различий в значениях β_с в гелии и воде, которые определяли по результатам прямых измерений, понятны. Однако, как отмечают авторы [23], при сравнении результатов количественных расчетов по известным значениям τ_k и τ_d с экспериментом даже в случае жидкого гелия, экспериментальные и расчетные значения переменных ускорений β_c различаются на порядки. Причины этих различий не удалось установить.

В обсуждаемых ниже экспериментах пороговое значение ускорения на поверхности слоя Не II в вибрирующей прямоугольной ячейке шириной ~ 5 см оказалось почти в 1,5 раза ниже $\beta_c \ge 0,04$, чем в [23]. Измерения проводили при температуре T = 1,5 К при накачке в диапазоне частот 10-50 Гц. Одной из причин различий может быть разница в глубине слоя жидкости: в экспериментах [24] измерения проводили при постоянной глубине d = 0.3 см, в наших экспериментах глубину слоя варьировали в диапазоне d = 0.8-0.4 см, соответственно характерное время размерного затухания была заметно больше. В работе [23] время выхода амплитуды фарадеевской волны на стационарное значение при достижении порогового ускорения составляло 50 с. Поскольку в наших экспериментах при изучении эволюции структуры вихревых систем, порождаемых нелинейными поверхностными волнами, время проведения одного цикла измерений на фиксированной частоте накачки было ограничено 15 минутами, все измерения в данной работе проводились при переменных ускорениях $\beta > \beta_{c.}$

2.2. О влиянии глубины слоя сверхтекучего He II на закон дисперсии поверхностных волн в прямоугольной плоской ячейке размерами 4,8×4,8 см, которую использовали при проведении данных измерений, можно судить по графикам, приводимым на рис. 1. Закон дисперсии волн на поверхности He II в сосуде конечных размеров, как и на поверхности обычной вязкой жидкости, например воды, может быть записан как

$$\omega^{2} = (gk_{m,n} + \sigma \rho k_{m,n}^{3}) \operatorname{th}(k_{m,n}d) .$$
 (3)

Здесь ω — угловая частота, $k_{m,n}$ — волновое число, соответствующее собственным модам колебаний на



Рис. 1. (Онлайн в цвете) Влияние глубины слоя Не II в квадратной ячейке размерами 4,8×4,8 см на дисперсионную кривую f(k). Глубина слоя d уменьшается от 0,8 до 0,2 см. Стрелки указывают значения волнового вектора $k_{m,n}$ и частоты соответствующей моды собственных колебаний плоского резонатора при накачке на частоте $f_p = 40$ и 12,5 Гц ($f_v = 20$ и 6,25 Гц). Открытые кружки описывают вклад капиллярной составляющей в закон дисперсии (1).

поверхности жидкости в плоском резонаторе, σ и ρ поверхностное натяжение и плотность жидкости, d глубина слоя жидкого гелия в рабочей ячейке (влиянием давления насыщенных паров над поверхностью Не II на закон дисперсии (3) мы пренебрегаем). При проведении расчетов глубину слоя d уменьшали ступенями от 0,8 до 0,2 см. Точки на расчетных кривых на рис. 1 соответствуют волновым векторам $k_{m,n}$ собственных колебаний поверхности Не II в квадратном резонаторе.

Когда в (1) преобладает вклад второго слагаемого $k^2 >> (\rho g/\sigma)$, волны на поверхности называют капиллярными. Длина капиллярной волны $\lambda = 2\pi/k$ много меньше капиллярной постоянной $\alpha = (2\sigma/\rho g)^{1/2}$. В Не II в интервале температур T = 2-1,3 К капиллярная постоянная $\alpha \approx 0,3$ см, так что длина капиллярной волны $\lambda << 0,3$ см, $k \ge 30$ см⁻¹, частота $f \ge 50$ Гц. При kd > 1, т.е. $d >> \lambda/2\pi$ («глубокая вода»), закон дисперсии капиллярных волн близок к $\omega \sim k^{3/2}$, и при нелинейном взаимодействии между капиллярными волнами преобладают трехволновые процессы.

В противоположном случае, при $k^2 <<(\rho g/\sigma)$, волны на поверхности жидкости называют гравитационными. Длина гравитационной волны в Не II $\lambda >> 0,3$ см, $k \le 2$ см⁻¹, соответственно, частота колебаний $f \le 6$ Гц. В пределе «глубокой воды» $kd \ge 1$ закон дисперсии гравитационных волн нераспадный $\omega \sim k^{1/2}$, и при нелинейном взаимодействии между собой гравитационных волн преобладают четырехволновые процессы. При kd < 1 и фиксированной глубине слоя жидкости dс ростом k показатель степени в зависимости $\omega(k)$ стремится к единице.

В промежуточном случае $k \sim (\rho g/\sigma)^{1/2}$, в диапазоне частот 10 Гц < f < 50 Гц, где длина волны на поверхности Не II по порядку величины сравнима с капиллярной длиной $\lambda \sim \alpha \sim 0.3$ см, волны называют гравитационно-капиллярными. Большинство из приводимых ниже результатов исследований относится именно к этой области. Стрелками на рис. 1 указаны значения частоты накачки в наших измерениях, а также частоты соответствующих им фарадеевских волн, возникающих при интенсивной монохроматической накачке. Видно, что в области частот $f \le 12$ Гц собственные значения волновых векторов в рабочей ячейке дискретны, т.е. при ускорениях $\beta \leq \beta_c$ и интенсивной волновой накачке на поверхности слоя Не II в ячейке развивается дискретная волновая турбулентность. Из графиков, приводимых на рис. 1, следует, что хотя плотность разрешенных мод достаточно высока, при малых $k \le 6 \text{ см}^{-1}$ точность оценок значения волнового вектора $k_{m,n}$ по измеряемой в эксперименте частоте стоячей фарадеевской волны не очень высока. Например, при $f_v = 6,25$ Гц с уменьшением глубины слоя Не II от 0,6 до 0,3 см соответствующие значения $k_{m,n}$ возрастают от 1,7 до 2,5 см⁻¹, так что уменьшение глубины слоя жидкости может заметно сказаться, например, на амплитуде фарадеевских волн при фиксированных *k* и форме решетки, образуемой стоячими гравитационными волнами.

Очевидно, что при возбуждении резонансных колебаний на поверхности жидкости в вибрирующем квадратном сосуде с плоским дном от каждой из вертикальных стенок по поверхности жидкости распространяются волны, которые образуют пару взаимно перпендикулярных стоячих волн. Взаимодействие между этими волнами может привести к формированию на поверхности волновой решетки:

$$h(x, y, t) = \cos\left(\omega t\right) [h_x \cos\left(kx\right) + h_y \cos\left(ky\right)], \qquad (4)$$

где η — амплитуда волны, *k* — волновой вектор.

Фотографии волновых решеток различной формы, которые были образованы стоячими фарадеевскими волнами на поверхности Не II в квадратной и в цилиндрической рабочих ячейках при накачке на частотах 50–10 Гц, приведены на рис. 1 в статье [36]. Амплитуды вертикальных вибраций ячейки составляли $A \le 0,01$ см ($\beta \ge 0,04$), температура Не II около 1,5 К. Решетки, образуемые стоячими волнами, четко различимы на видеозаписи при боковой подсветке свободной поверхности Не II.

В большинстве исследований [11,23] при рассмотрении фарадеевских волн ограничиваются линейным приближением: частота фарадеевской волны задана $f_v = f_p/2$, амплитуды гармоник фарадеевских волн в спектре волновых колебаний на поверхности малы по сравнению с длиной волны, наблюдаемой на частоте f_v , и ими можно пренебречь. Нелинейным взаимодействием между фарадеевскими волнами большой амплитуды и возможностью формирования на поверхности турбулентных волновых каскадов, появления в спектре колебаний поверхности жидкости в вибрирующем сосуде волн, частота которых как выше, так и ниже фарадеевской частоты fv, ранее, как правило, пренебрегали. Тем более до появления работ [35,36] в литературе не обсуждали возможность генерации на поверхности Не II в сосуде конечных размеров каскадов квазидвумерных вихрей волнами, формирующимися в результате слияния или распада волн на частоте накачки.

3. Эксперимент

3.1. Схема измерений

Конструкция вставки в гелиевый криостат, предназначенной для изучения нелинейных явлений на поверхности Не II, подробно описана в статьях [35,36]. Идейно методика измерений довольно проста (рис. 2). Плоский сосуд I со сверхтекучим Не II жестко закреплен на виброплатформе 2, которая совершает гармонические колебания по вертикали с амплитудой A и частотой ω_p . В системе координат, связанной с сосудом, жидкость находится в переменном поле тяжести с относительным ускорением $\beta = A \omega_p^2/g$. Видеокамера 10, установленная над сосудом, регистрирует изменение формы свободной поверхности жидкости в сосуде, в частности, возникновение стоячих волн и волновых решеток на поверхности, когда частота колебаний совпадает с одной из частот собственных колебаний плоского резонатора.

В тестовых испытаниях работоспособности вставки на воде нам удалось наблюдать формирование вихрей на поверхности классической жидкости неколлинеарными стоячими фарадеевскими волнами, возникающими при интенсивных вертикальных колебаниях ячейки, и эволюцию вихревой системы со временем, не только в квадратной, но и в цилиндрической ячейке диаметром около 7 см.

Все детали конструкции монтируются на восьми прутках 5 из нержавеющей стали диаметром 4 мм и длиной 960 мм, которые крепятся на съемной верхней крышке гелиевого криостата. На крышке и на боковой поверхности капки криостата размещены оптические окна диаметром 35 мм. Расстояние от верхнего окна до рабочей ячейки 1 около 90 см. Боковые окна и призменный перископ (не показан на рис. 2) позволяют следить за положением уровня жидкого гелия в ячейке 1. Для видео регистрации волн на поверхности использовали фотоаппарат 10 Canon EOS 6D с полноразмерной матрицей 36×24 мм (20,2·10⁶ пикселов) и телескопическим объективом Sigma APO 50-500mm F4,5-6,3. Частота кадров при видеосъемке составляла 25 кадров/с, длительность кадра ~40 мс, разрешение 1920×1080, что обеспечивало геометрическое разрешение около 0,072 мм/пиксел.



Рис. 2. Схема измерений: рабочая ячейка (1), мембранная подвеска (2), магнитный столбик с плоским хвостовиком (3), катушка индуктивности (4), монтажные прутки (5), дополнительная емкость с Не II (6), термомеханические насосы (7, 8), световоды (9), фотоаппарат (10).

Экспериментальная ячейка 1 крепилась на мембранной крестообразной подвеске 2, изготовленной из фосфористой бронзы. Цилиндрический неодим-титановый магнит 3, плоский хвостовик которого располагается между двумя световодами 9 системы регистрации колебаний, может перемещаться в вертикальном направлении внутри катушки индуктивности 4, закрепленной на неподвижном основании, подвешенном неподвижно на монтажных прутках 5. Катушка 4 соединяется с внешним генератором переменного напряжения. Частоту колебаний стержня можно изменять от ~3 до 100 Гц, амплитуду колебаний варьировали от 0,01 до 1 мм. Один из световодов 9 был соединен с излучающим светодиодом марки АЛ307БМ, на верхнем торце другого световода крепился принимающий фотодиод ФД-24К. Амплитуда колебаний напряжения на выходе фотодиода пропорциональна амплитуде колебаний хвостовика 3. В различных измерениях применялись стеклянные цилиндрические рабочие ячейки диаметром до 80 мм и высотой до 18 мм, а также квадратные ячейки из плексигласа со стороной до 50 мм и высотой до 20 мм. Для стабилизации температуры жидкости под рабочей ячейкой 1 располагалась дополнительная стеклянная емкость 6 с Не II. Для заполнения сосудов 1 и 6 сверхтекучим гелием использовали термомеханические насосы, которые соединяли ячейки с наружной гелиевой ванной криостата (насос 8) и с дополнительной емкостью (насос 7). Для подсветки экспериментальной ячейки использовали специальный трехцветный светодиод ARPL-3W-EPA-RGB, расположенный внутри криостата над рабочей ячейкой (не показан на рисунке). Нижний торец светодиода располагался на расстоянии 8 см над поверхностью ячейки, что обеспечивало освещенность, достаточную для регистрации на видеозаписи стоячих капиллярно-гравитационных волн на свободной поверхности Не II. Напомним, что в вибрирующем квадратном сосуде ввиду симметричности всегда возбуждается пара волновых мод, ориентированных под углом 90°, так что взаимодействие между стоячими волнами может приводить к образованию волновой решетки на поверхности Не II.

Измерения проводили при постоянной температуре гелиевой ванны T = 1,5 К. Прозрачная рабочая ячейка внутренними размерами 4,8×4,8 см и глубиной 1,5 см была изготовлена из листового плексигласа. Внутри ячейки, на расстоянии в 4 мм от одной из стенок, была установлена сплошная перегородка высотой 6 мм. В образуемый перегородкой боковой отсек перед началом экспериментов засыпали мелкодисперсный порошок из полых стеклянных микросфер диаметром 60 мкм, которые использовали для визуализации вихревого движения на поверхности жидкости (подробности ниже). Частоту вертикальных колебаний ячейки задавали в диапазоне 5–50 Гц.

Как правило, частота накачки fp была близка к одной из частот собственных колебаний резонатора. По ходу измерений можно было непосредственно наблюдать, как с повышением амплитуды колебаний ячейки (интенсивности накачки) и ускорении выше некоторого порогового $\beta > \beta_c$ на поверхности возникает неустойчивость, и за время порядка нескольких секунд с момента превышения порога на поверхности появляются фарадеевские волны частотой $f_v = f_p/2$. Амплитуда фарадеевской волны η максимальна, когда волновой вектор kv совпадает с одним из собственных волновых векторов резонатора $k_{m,n}$ (рис. 1), и на поверхности образуются стоячие фарадеевские волны. В экспериментах [24] пороговое ускорение на поверхности Не II при T = 0,7 К составляло $\beta_c \approx 0,055$, время установления стационарного значения амплитуды фарадеевской волны при $\beta \approx \beta_c$ было около 50 с. В наших экспериментах при T = 1,5 К пороговое ускорение составляло $\beta_c \approx 0.04.$

Известно, что при $\beta > \beta_c$ с повышением амплитуды переменного ускорения время установления фарадеевских волн на поверхности быстро уменьшается. Этим мы воспользовались в данных экспериментах. Чтобы сократить время наблюдений в одном цикле измерений без подлива Не II в ячейку, все исследования проводили при $\beta > \beta_c$. Ограничения на допустимое время наблюдений связаны с перетеканием Не II из открытой ячейки в наружную ванну криостата по сверхтекучей пленке, покрывающей боковые стенки ячейки. За 15– 20 мин глубина слоя жидкости в ячейке монотонно убывала от ~0,8 до ~0,2 см.

3.2. Визуализация явлений на поверхности He II. Методы обработки результатов наблюдений

Для визуализации вихревых течений, которые могли бы формироваться в вязком приграничном слое Стокса глубиной $\delta = (2\nu/\omega)^{1/2}$ под поверхностью жидкости мы использовали полые стеклянные микросферы марки A16/500 (soda-lime-borosilicate glass) с поверхностью покрытой MCC (Methacrylato Chromic Chloride) производства фирмы 3M (3MTMGlass Bubbles Floated Series). Средний диаметр микросфер ~ 60 мкм, плотность по паспорту 0,14-0,18 г/см³, цвет — белый. Дополнительное поверхностное покрытие обеспечивало более надежную герметичность полых микросфер, что снижало вероятность проникновения сверхтекучего гелия внутрь микросфер в процессе измерений. Порошок из отсортированных по плотности в предварительных экспериментах с Не II стеклянных микросфер при комнатной температуре насыпали в боковой отсек высотой 6 мм и шириной 4 мм вблизи одной из вертикальных стенок рабочей ячейки (на рис. 1 не показан). При заполнении ячейки сверхтекучим гелием эти микросферы всплывали из отсека и распределялись в тонком слое под поверхностью жидкости в ячейке, практически не искажая плоскую линию поверхности раздела жидкость пар.

Особенности поведения одиночных легких нейтральных микрочастиц под поверхностью Не II обсуждаются в работе [37]. Однако в нашем случае эта модель, как показали наблюдения, нуждается в уточнении: слабое ван-дер-ваальсово притяжение между легкими стеклянными микросферами, которые покрыты в жидком гелии одним-двумя слоями атомов ⁴Не и удерживаются под поверхностью Не II силами поверхностного натяжения, приводит к образованию в жидком гелии стеклянных агрегатов (легких трассеров) средним диаметром 0,2-0,3 мм. Под поверхностью Не II эти трассеры могут собираться в примесные пятна — «плоские снежинки» макроскопических размеров (рис. 3). Судя по движению тени на дне ячейки при боковом освещении поверхности, глубина подобного примесного пятна сравнима с диаметром трассеров. При уменьшении глубины слоя He II ниже 0,2 мм трассеры теряют подвижность и оседают на дне ячейки, но при подливе жидкости вновь всплывают и после затухания вращения жидкости в неподвижной ячейке в течение нескольких минут трассеры вновь собираются в «примесное пятно» размерами порядка 1-2 см на поверхности Не II.

На первом кадре рис. 3 приведена фотография примесного пятна в форме «снежинки», плавающей на неподвижной поверхности Не II. В левом нижнем углу



Рис. 3. Влияние вибрации квадратной ячейки размерами 4,8×4,8 см на форму примесного пятна — «снежинки из стеклянных трассеров» на поверхности Не II: до включения накачки (а), строение центра снежинки, размер кадра 1×1 см (б), «снежинка» через 20 с после включения накачки на частоте $f_p = 12,5$ Гц (в) и через 270 с после включения накачки на частоте $f_p = 40$ Гц (г). Переменное ускорение $\beta > \beta_c$.

виден капилляр подлива, идущий от термомеханического насоса 8, и входное отверстие для подлива Не II в ячейку. При проведении этих наблюдений глубина слоя жидкости со временем плавно понижалась с 6 до ~ 4 мм. Среднее расстояние между отдельными трассерами в «пятне» ~ 0,2 мм сравнимо с их характерным диаметром (рис. 3(б)). Через 20 с после включения накачки на частоте $f_p = 12,5$ Гц при относительном ускорении $\beta \ge \beta_c$ (рис. 3(в)) форма снежинки в поле стоячей гравитационной фарадеевской волны длиной $\lambda_{v} \approx 2,4$ см несколько изменяется — уменьшаются средние расстояния между отдельными трассерами. Фотография той же снежинки через 270 с после включения накачки на частоте 40 Гц приведена на рис. 3(г). Как следует из рис. 1, при частоте стоячей фарадеевской волны $f_v = 20$ Гц длина волны $\lambda_v = 2 \pi/k \approx 0.5$ см. На рис. 3 хорошо видно влияние решетки из стоячих фарадеевских волн на форму снежинки (в зависимости от плотности и смачиваемости трассеры дрейфуют либо к узлам, либо к пучностям стоячих волн).

При ускорениях ниже или порядка порогового $\beta \leq \beta_c$ форма «снежинки» на колеблющейся поверхности слабо изменяется по сравнению с формой на поверхности неподвижной жидкости. При значительном повышении интенсивности вертикальных колебаний ячейки до $\beta \sim 2\beta_c$, как и при подливе Не II в неподвижную ячейку, «снежинка» разрушается. Однако через 2–3 минуты после выключения накачки или прекращения подлива движение на поверхности слоя Не II глубиной порядка 6 мм и менее практически полностью затухает вследствие трения жидкости о дно и стенки ячейки, и отдельные стеклянные трассеры вновь собираются в «примесное пятно» на поверхности жидкости.

При обработке видеозаписей структуру линий тока и поле скоростей движения пробных частиц на поверхности жидкости можно рассчитать по трекам трассеров на поверхности жидкости. Чтобы проследить за треками отдельных трассеров, последовательные кадры видеосъемки накладывались друг на друга и усреднялись. В экспериментах с разными частотами накачки усреднение проводилось по разному количеству кадров. Например, в случае интенсивной накачки на частоте f_p = 12,5 Гц, частота стоячих фарадеевских волн на поверхности 6,25 Гц. Для устранения влияния волновых колебаний для обработки мы выбирали каждый 4-й кадр видеосъемки, и усреднение проводили по 10 кадрам (это соответствовало времени усреднения 1,6 с). В случае интенсивной накачки на частоте $f_p =$ = 40 Гц, усреднение проводили за 2 с, что соответствовало 50 последовательным кадрам. Далее, используя программу PIVLab [38] для каждого усредненного кадра, можно нарисовать структуру течений на поверхности. Это позволяет наглядно представить течения, существующие на поверхности жидкого гелия в каждый момент времени. Обработка полученных кадров с помощью программы PIVLAB позволила рассчитать компоненты скорости движения трассеров $V_x(x,y)$ и $V_y(x,y)$ и найти поле скоростей на поверхности жидкости, которое определяли обработкой парных изображений. Затем по известным значениям $V_x(x,y)$ и $V_y(x,y)$ можно рассчитать завихренность на поверхности по формуле (1) и далее рассчитать распределение завихренности по волновым векторам $\Omega(k_x,k_y)$ (фурье-образ завихренности) и среднюю завихренность по поверхности жидкости $\Omega(k)$, а также распределение кинетической энергии двумерной вихревой системы на единицу массы в *k*-пространстве $E(k_x,k_y)$ и энергетический спектр E(k).

При проведении подобных расчетов приходится учитывать, что даже при полностью заполненном заранее порошком стеклянных микросфер боковом отсеке стеклянные трассеры со средним диаметром 0,2 мм, которые всплывают на поверхность жидкости при заполнении ячейки He II, собираются на свободной поверхности в «примесные пятна» диаметром порядка 1,5-2 см. Поэтому при расчетах завихренности по трекам трассеров мы выбирали область на поверхности, где располагалось это «примесное пятно», и использовали кадры, полученные после усреднения за определенный интервал времени. Линейные размеры пятна стеклянных трассеров почти вдвое меньше размеров ячейки, и это, естественно, снижало точность оценок завихренности и энергии вихревой системы в целом за пределами «примесного пятна». Однако, поскольку в программе PIVLab предусмотрен учет кривизны всех выявленных треков на выбранном участке поверхности (всех линий потока, проходящих через пятно), эти расчеты позволяют, по крайней мере, качественно судить о поведении завихренности и вне пятна, на всей поверхности жидкости в ячейке.

Распределение по волновым векторам кинетической энергии двумерной системы на единицу массы $E(k_x,k_y)$ рассчитывали по известным значениям $V_x(x,y)$ и $V_y(x,y)$. Энергетический спектр вихревой системы, т.е. распределение кинетической энергии по модулю волнового числа E(k) можно было вычислить усреднением фурьекомпонент $E(k_x,k_y)$ по кольцу в пространстве волновых векторов (k_x,k_y) :

$$E(k) = 1/2S\Delta k \int d^2 q / (2\pi)^2 \left[|Vq|^2 \right],$$
 (5)

где интегрирование проводится в кольце $k < q < k + \Delta k$. Полученное значение интеграла нормируется на площадь поверхности жидкости *S*. Здесь V_q — фурьекомпонента скорости на поверхности жидкости. Скобки [] означают усреднение по кадрам.

Подробное описание методики расчетов в программе PIVLab приведено в работах [27–31,38]. Ранее [39] аналогичную программу PIVLab применяли с успехом при изучении движения в объеме Не II клубков квантовых вихрей, декорированных микронными трассерами. Методика обработки результатов наблюдений в программе PIVLab была использована недавно [40] при изучения условий формирования крупномасштабного когерентного вихря и двумерной турбулентности на поверхности жидкого электролита.

3.3. Эволюция структуры системы двумерных вихрей, генерируемых гравитационно-капиллярными волнами на поверхности Не II в вибрирующей ячейке.

3.3.1 Частота накачки f_p = 12,5 Гц, частота гравитационных фарадеевских волн f_v = 6,25 Гц.

За 20 с до начала видимого движения трассеров ускорение подняли до $\beta \ge \beta_c = 0,04$. Средняя глубина слоя жидкости во время измерений $d \approx 0.3$ см, так что при интенсивной накачке на частоте $f_p = 12,5$ Гц (волновой вектор $k_p = 6,7$ см⁻¹в соответствии с рис. 1) к моменту начала видеозаписи на поверхности Не II сформировались стоячие фарадеевские волны частотой $f_v = 6,25$ Гц. Волновой вектор соответствующей моды колебаний $k_v \approx 2,6 \text{ см}^{-1}$, длина волны $\lambda_v = 2\pi / k_v \approx 2,4 \text{ см}$ определяет характерное расстояние между узлами волновой решетки, которую образуют в первое время после включения накачки стоячие фарадеевские волны на поверхности жидкости в рабочей ячейке. Характерный вид «снежинки» на поверхности Не II через ~20 с после включения накачки приведен на рис. 3(в). Взаимодействие между взаимно перпендикулярными волнами приводит к формированию двумерных вихрей макроскопических размеров на поверхности Не II [35,36], при этом завихренность на поверхности сверхтекучей жидкости должна описываться теми же выражениями (2), что и на поверхности воды [27-30]. Фотографии треков волн и фурье-представления завихренности $\Omega_z(x,y)$ и кинетической энергии двумерной вихревой системы на единицу массы в k-пространстве $E(k_x, k_y)$ приведены на рис. 1 в статье [36].



Рис. 4. Зависимость от времени интегральной завихренности Ω_z на поверхности Не II в вибрирующей ячейке при накачке на частоте $f_p = 12,5$ Гц.



Рис. 5. (Онлайн в цвете) Эволюция со временем структуры вихревой системы на поверхности Не II в вибрирующей ячейке при интенсивной накачке на частоте $f_p = 12,5$ Гц. Левые кадры — линии тока (желтые линии) и поле скоростей (зеленые стрелки на цветном слайде); размеры кадра 2,1×2,1 см. Справа показано распределение интенсивности фурье-образов завихренности $\Omega(k_x,k_y)$ и кинетической энергии вихревой системы $E(k_x,k_y)$ в *k*-пространстве в те же моменты времени. Цветные прямоугольные столбики позволяют судить о распределении значений завихренности или энергии в плоскости (k_x,k_y) в логарифмическом масштабе.

Выше приведены результаты наблюдений за эволюцией структуры вихревой системы на колеблющейся поверхности Не II в течение ~60 с после включения видеозаписи. Время наблюдений в этом цикле измерений было ограничено одной минутой, поскольку глубина слоя жидкости в ячейке уменьшалась со скоростью порядка 0,4 мм/мин, и из-за понижения уровня при фиксированном $k_v = 2,6$ см⁻¹ (заданной моде колебаний) за несколько минут амплитуда стоячей фарадеевской волны на поверхности жидкости могла бы заметно измениться.

Для обработки результатов наблюдений программой PIVLab из кадров видеозаписи мы вырезали квадраты размерами 2,1×2,1 см, которые включали в себя всю снежинку, показанную на рис. 3(в). Зависимость рассчитанной таким образом интегральной завихренности на поверхности Ω_z от времени наблюдений приведена на рис. 4. Ломаная кривая на рисунке проведена для удобства восприятия. Стрелками отмечены моменты времени, для которых на рис. 5 показаны линии тока и поле скоростей, а рядом фурье-образы, т.е. распределение по векторам в *k*-пространстве величин завихренности $\Omega(k_x,k_y)$ и кинетической энергии вихревой системы $E(k_x,k_y)$. На рис. 6 показаны графики распределения кинетической энергии вихрей по волновому вектору, нормированной на единицу поверхности — энергетический спектр вихревой системы E(k), в различные моменты времени.

В соответствии с результатами изучения фарадеевских волн и вихревых структур на поверхности воды [27-30] и результатами наших предварительных экспериментов [35,36] естественно предполагать, что к моменту включения видеозаписи на поверхности слоя Не II глубиной порядка ~0,3 см успела сформироваться прямоугольная волновая решетка фарадеевских волн частотой $f_v = 6,25$ Гц и соответствующая ей решетка из крупномасштабных вихрей с периодом, равным длине поверхностных волн $\lambda_v \sim 2,4$ см. Число Рейнольдса вихревого движения при характерных масштабах вихрей *L* около 2,4 см по порядку величины равно Re ~ $\sim \Omega_z L^2/v \sim 0.02 \cdot 2.4^2/10^{-4} \sim 10^3$, поэтому можно полагать, что взаимодействие между вихрями сильно нелинейно и может приводить к формированию каскадов энергии, направленных в сторону как больших, так и малых волновых векторов. Судя по геометрии линий тока на рис. 5 и положению точки максимума энергии $k \sim 3,5 \text{ см}^{-1}$ на графике E(k) на рис. 6 к 10-й секунде после включения видеозаписи нелинейное взаимодействие между этими вихрями привело к формированию вихрей, характерные размеры которых $L = 2\pi/k \sim 1.8$ см



Рис. 6. Эволюция во времени энергетического спектра вихревой системы E(k) при накачке на частоте $f_p = 12.5$ Гц.

сравнимы с размерами «примесной снежинки», а также вихрей меньших размеров, пиковые значения энергии которых на кривой E(k) расположены на волновых числах $k \sim 6 \text{ см}^{-1}$, и ~15 см⁻¹. Генерацию вихрей меньших размеров и появление пиков на кривой E(k), в соответствии с наблюдениями [30], можно связать не только с нелинейным взаимодействием вихрей, но и с возбуждением на поверхности жидкости гармоник нелинейных фарадеевских волн на частотах, близких к $2f_v$ (12,5 Гц) и $4f_v$ (25 Гц).

Как следует из графика $\Omega_z(t)$ на рис. 4, в течение первых 15 с после включения интенсивной накачки интегральная завихренность на поверхности со временем возрастает, далее проходит через максимум и начинает быстро падать. На поверхности возникают вихри малых размеров, вращение которых направлено в разные стороны, и к 30-й секунде завихренность Ω_z становится близкой к нулю.

Мы отмечали выше, что через 40 с после включения накачки на кривой E(k) видны пики, возникновение которых можно связать с тем, что при интенсивной волновой накачке в спектре волн на поверхности Не II присутствуют не только нелинейные фарадеевские волны, но и их гармоники, амплитуды которых возрастают со временем. Для наглядности на рис. 7 показаны графики, описывающие изменения во времени амплитуд пиков на кривых E(k) при $k \approx 3, 5, 6$ и 19 см⁻¹. Быстрое нарастание энергии крупномасштабного вихря с $k \approx 3,5 \text{ см}^{-1}$ в течение первых 15 с после включения записи сменяется через 30 с выходом на плато. Зато к этому времени разгорается и становится доминирующим вихрь с волновым вектором $k \approx 6 \text{ см}^{-1}$, близким к волновому вектору волны на частоте накачки. На 30-й секунде, когда полная завихренность Ω_z стремится к нулю (рис. 4), на графиках E(k), как и на распределениях завихренности $\Omega(k_x,k_y)$ и энергии $E(k_x,k_y)$ в k-пространстве, четко выделяется также пик на $k \approx 19$ см⁻¹, появление которого можно приписать формированию прямого турбулентного каскада фарадеевских волн на поверхности Не II



Рис. 7. (Онлайн в цвете) Изменение энергии пиков на кривых E(k) на рис. 6 (k) со временем при накачке на $f_p = 12,5$ Гц.

(появление волн частотой 6,2; 9,3; 12,5; 19 и 28 Гц можно связать с процессами слияния и распада волн при 3-волновом и 4-волновом взаимодействии). Иными словами, нелинейное взаимодействие между фарадеевскими волнами приводит к переносу волновой энергии, которая поступает в волновую систему при интенсивной накачке в сторону высоких частот. В свою очередь, взаимодействие неколлинеарных высокочастотных волн, распространяющихся от противоположных стенок прямоугольной рабочей ячейки, приводит к генерации вихрей малых размеров и появлению пиков на графиках E(k) (рис. 6).

Из графиков, приводимых на рис. 5–7 следует, что в течение первых 10 с после включения интенсивной накачки частотой $f_p = 12,5$ Гц на поверхности слоя Не II глубиной 0,4 см формируется крупномасштабный вихрь, характерные размеры которого $L \approx 2\pi/k = 2\pi/3,5 \approx 1,8$ см близки к размерам пятна трассеров. Формированию вихрей вдвое больших размеров и формированию обратного волнового и вихревого каскадов, если многократно увеличить линейные размеры сосуда, могли бы воспрепятствовать потери энергии на трение частиц о дно и стенки рабочей ячейки: согласно оценкам, приводимым в [11], характерное время затухания гравитационной волны частотой $f \le 6,25$ Гц на поверхности слоя жидкости в канале глубиной d = 0,5 см и шириной a = 4,8 см

$$\tau_d \approx \{2^{3/2} ad\} / (a+2d)\} / (v 2\pi f)^{1/2} \sim 10^2 d / f^{1/2} \ge 20 \text{ c}$$
 (6)

сравнимо со временем наблюдений эволюции вихревой системы в данном цикле измерений, но много меньше времени вязкого затухания волн в объеме жидкости

$$\tau_{v} = (2vk^{2})^{-1} = g^{2}/2v(2\pi f)^{4} = 10^{6}/2 \cdot 10^{-4} (2\pi f)^{4} \ge 2 \cdot 10^{3} \text{ c.}$$
(7)

Поскольку вихрь, наблюдаемый на 10-й секунде, достаточно симметричный (первый кадр на рис. 5), можно определить положение центра вихря и оценить распределение компоненты скорости движения трассеров V_x на поверхности в плоскости z(x,y) = 0 вдоль вертикальной прямой через центр, параллельно оси *у*. Результаты расчетов приведены на рис. 8(*a*). Рядом для наглядности показано распределение компоненты скорости V_x вдоль вертикальной прямой, проведенной через центр большого вихря на предпоследнем кадре на рис. 5, который демонстрирует распределение линий тока и скоростей на поверхности Не II на 40-й секунде, когда на поверхности сформировалась целая серия вихрей.

Центр вихря на рис. 8(а) расположен в точке x = =1,2 см, y = 0. На малых расстояниях от центра $r \le 0,6$ см компонента V_x — проекция скорости на ось x, линейно возрастает с расстоянием. В интервале 6 см < r < 1,0 см скорость вращения выходит на плато. На больших расстояниях от центра при r > 0,9 см скорость вращения с ростом радиуса уменьшается. Вне «снежинки», где плот-



Рис. 8. Распределение компоненты скорости движения трассеров V_x вдоль диаметра, проведенного вертикально через *центр* вихря, показанного на рис. 5 в момент t = 10 с; положение центра вихря отмечено крестом (а). Распределение компонент скорости V_x вдоль вертикальной прямой, проведенной через центр крупномасштабного вихря в момент t = 40 с (b).

ность трассеров на поверхности жидкости мала, точность оценок скорости V по видеозаписи недостаточно высока для каких-либо определенных выводов. Аналогичную зависимость V(r) наблюдали в работе [40] при изучении вихревого течения, возбуждаемого электромагнитным методом в тонком слое проводящей жидкости.

На рис. 8(b) показано распределение скорости V_x вдоль вертикальной прямой, проведенной через *центр крупномасштабного вихря* на рис. 5 в момент t = 40 с, когда спектр волновых колебаний на поверхности включал волны различных частот, а нелинейное взаимодействие между вихрями привело к возникновению вихрей разных масштабов.

3.3.2. Накачка на частоте $f_p = 25 \ \Gamma u$

Глубина слоя жидкости в ячейке в начале измерений была d = 6 мм. Переменное ускорение на частоте $f_p = 25 \ \Gamma$ ц ($k_p \approx 14 \ \mathrm{cm}^{-1}$) было поднято до уровня $\beta \ge 0,04$ за 40 с до включения записи. Частота стоячей фарадеевской волны $f_v = 12,5$ Гц, $k_v \approx 6$ см⁻¹, длина волны $\lambda_v \approx 1.05$ см. Результаты измерений, показанные на рис. 9, 10, качественно близки к описанным выше. Разница в том, что через 6,4 с после начала наблюдений (т.е. через 46 с после включения интенсивной накачки) на поверхности Не II преобладают крупномасштабные вихри с $k \approx 1,7-3,2$ см⁻¹, характерные размеры которых сравнимы с размерами ячейки, а на распределениях завихренности $\Omega(k_x, k_y)$ и энергии $E(k_x, k_y)$, и на графике E(k) четко прорисовывается пик на $k \sim 10$ см⁻¹, существование которого можно было бы приписать генерации вихрей волнами на частоте ~ 18 Гц. Различия в симметрии расположения максимумов фурье-представлений завихренности и энергии в пространстве волновых векторов на рис. 6 и положения максимумов на графиках E(k) на рис. 10 вполне объяснимы различной глубиной слоя жидкости и разницей в значениях переменного ускорения.

Как и при накачке на частоте 12,5 Гц со временем на поверхности жидкости в вибрирующей ячейке возникает набор вихрей разных диаметров, которые вращаются в различные стороны, так что полная завихренность Ω_z стремится к нулю. После 40-й секунды в распределении E(k) начинают преобладать вихри с волновыми векторами $k \approx 3,2,7,4$ и 10 см⁻¹, т.е. нелинейное взаимодействие между неколлинеарными поверхностными волнами, а также между порождаемыми этими волнами вихрями приводит к заметной эволюции строения вихревой системы. Аналогичные распределения $\Omega(k_x,k_y)$, $E(k_x,k_y)$ и E(k) наблюдались вплоть до завершения цикла измерений на 54-й секунде.

Более подробно за эволюцией структуры вихревой системы при длительной волновой накачке удалось проследить с повышением частоты накачки до $f_p = 40$ Гц, поскольку уменьшение глубины слоя Не II с 0,6 до 0,3 см практически не сказывается на положениях волновых векторов собственных колебаний поверхности жидкости в рабочей ячейке на частотах свыше 15 Гц (рис. 1).

3.3.3. Формирование каскада энергии в системе вихрей на поверхности Не II при длительной волновой накачке на частоте fp = 40 Гц

В этом цикле измерений частота накачки составляла $f_p = 40 \ \Gamma \mu \ (k_p \approx 26 \ \mathrm{cm}^{-1})$, амплитуда переменного ускорения была поднята до $\beta \ge 0,04$ за 1–2 с до включения записи. Частота фарадеевских волн $f_v = 20 \ \Gamma \mu$, $k_v \approx 12 \ \mathrm{cm}^{-1}$, так что длина стоячей фарадеевской волны $\lambda_v \approx 0,5 \ \mathrm{cm}$ много меньше линейных размеров ячейки. Глубина слоя жидкости в вибрирующей ячейке при измерениях в течение ~ 300 с плавно уменьшается от 0,6 до 0,4 см, но на частотах свыше 15 $\Gamma \mu$ это практически не сказывается на дисперсионной кривой в отличие от



Рис. 9. (Онлайн в цвете) Эволюция вихревой системы со временем при накачке на частоте $f_p = 25$ Гц. Показаны геометрия линий тока (размер левых кадров 2,3×2,2 см) и фурье-образы завихренности $\Omega(k_x,k_y)$ и энергии вихревой системы $E(k_x,k_y)$.

экспериментов с гравитационными волнами. На показанной на рис. 3 фотографии «снежинки», которая была сделана через 270 с после включения интенсивной накачки, хорошо видна модуляция плотности трассеров в «примесном пятне» на поверхности Не II в поле стоячей фарадеевской волны.

Размер окна, которое вырезали из видеокадров для обработки программой PIVLab [38], составлял 1,1×0,7 см.



Puc. 10. Распределение кинетической энергии вихревой системы по волновому вектору E(k) в разные моменты времени при накачке на частоте $f_p = 25$ Гц.

Low Temperature Physics/Фізика низьких температур, 2018, т. 44, № 10



Рис. 11. Зависимость интегральной завихренности Ω_z на поверхности Не II от времени наблюдений при накачке на частоте $f_p = 40$ Гц.

Как и ранее, поле скоростей на участке поверхности, декорированном стеклянными трассерами, определяли обработкой парных изображений с помощью программы PIVLab. Зависимость интегральной завихренности Ω_z на поверхности от времени наблюдений показана на рис. 11. Максимальные значения Ω_z на рис. 11 почти в 4 раза выше, чем при накачке на 12,5 Гц (рис. 4).

На рис. 12, 13 приведены кадры, которые позволяют судить об эволюции структуры вихревой системы со временем: линии тока на поверхности жидкости и энергетический спектр, т.е. распределение кинетической энергии вихревой системы E(k) по волновому вектору.

Как следует из рис. 11–13 к 14-й секунде после включения накачки, когда интегральная завихренность Ω достигает максимума, энергия вихревой системы E(k) сосредоточена в области $k \approx 2,5-4,3$ см⁻¹. Частоты стоячих волн, которые могли бы генерировать подобные вихри, лежат в интервале 7–10 Гц, так что появление пиков на графике E(k) можно связать как с процессами распада и слияния нелинейных волн, так и с нелинейным взаимодействием между вихрями, генерируемыми этими стоячими волнами. Характерные масштабы вихрей $L = 2\pi/k \approx 2,4-1,4$ см близки к размерам «пятна трассеров». Числа Рейнольдса Re ~ $\Omega L^2/\nu$ ~ подобных вихрей составляют Re ~ $(5-15)\cdot10^3$, поэтому можно предполагать, что нелинейное взаимодействие этих крупномасштабных вихрей между собой способно формировать каскады энергии, направленные как в сторону больших, так и малых волновых векторов.

При интенсивной накачке на $f_p = 40\Gamma$ ц, как и при накачке на 12,5 Гц, формированию развитого обратного турбулентного каскада, как и обратного каскада гравитационных волн, препятствуют, во-первых, малые размеры рабочей ячейки и, во-вторых, потери энергии на трение о дно и стенки рабочей ячейки. Воспользовавшись выражениями (6), (7), можно оценить, что при глубине слоя жидкости $d \approx 0.5$ см время затухания гравитационных волн частотой $f \le 10$ Гц, $\tau_d \sim 10^2 d/f^{1/2}$ ≥ 17 с много меньше времени вязкого затухания гравитационной волны в объеме жидкости $\tau_v \sim (2\nu k^2)^{-1} \ge$ $\geq 2.10^3$ с. Поэтому вполне естественно полагать, что при достаточно больших временах наблюдения доминирующими будут прямые энергетические каскады, направленные в сторону больших к. Действительно, со временем на поверхности Не II начинают появляться



Рис. 12. (Онлайн в цвете) Эволюция вихревого течения на поверхности Не II со временем. Накачка на частоте *f*_p = 40 Гц при β ≥ 0,04. Линии тока показаны желтыми кривыми, поле скоростей — зелеными стрелками.



Рис. 13. Энергетический спектр E(k) вихревой системы на поверхности Не II в вибрирующей ячейке при накачке на частоте $f_p = 40$ Гц. Прямая линия соответствует степенному закону $E(k) \sim k^{-3}$.

вихри меньших размеров, интегральная завихренность быстро уменьшается и на 46-й секунде близка к нулю, а на кривой E(k) можно выделить еще два пика на $k \sim 12$ и 20 см⁻¹, которые соответствуют появлению взаимодействующих между собой неколлинеарных поверхностных волн на частотах ~ 20 и 30 Гц. При длительной волновой накачке структура вихревой системы со временем еще более усложняется. Через 260-290 с после включения накачки зависимость кинетической энергии вихревой системы от волнового вектора E(k)при k > 4,5 см⁻¹ постепенно сглаживается и может быть описана степенным законом вида $E(k) \sim k^{-3}$, что может быть связано с формированием прямого турбулентного каскада в системе взаимодействующих между собой вихрей, генерируемых гравитационно-капиллярными волнами на поверхности двумерного слоя Не II в вибрирующей ячейке [32-34].

4. Обсуждение результатов измерений и заключение

Закон дисперсии волн на поверхности сверхтекучего гелия в сосуде конечных размеров описывается теми же соотношениями (3), что и на поверхности обычной вязкой жидкости, например, воды. Поэтому при обсуждении результатов изучения эволюции вихревых структур на поверхности Не II в вибрирующей прямоугольной ячейке естественно воспользоваться результатами аналогичных исследований эволюции вихревых структур, образуемых волнами на поверхности воды [27–31], которые проводятся в нашей лаборатории в параллель с изучением нелинейных явлений на поверхности квантовых жидкостей.

Основные результаты данных исследований таковы.

1. Установлено, что взаимодействие неколлинеарных фарадеевских волн, которые образуются на поверхности Не II в вибрирующей квадратной ячейке при относительном переменном ускорении β выше порогового, приводит к возникновению на свободной поверхности вихревого течения. Движение стеклянных трассеров, которые используют для визуализации этого течения, является сильно хаотическим, поэтому вихревая решетка, которая возникает на поверхности после включения монохроматической накачки вслед за установлением волновой решетки, со временем может сильно размываться. К тому же из-за процессов слияния и распада самих нелинейных волн в спектре колебаний поверхности жидкости со временем могут появляться волны частотой как выше, так и ниже фарадеевской. Взаимодействие между парами этих волн, распространяющихся от противоположных стенок квадратной ячейки, может приводить, в свою очередь, к генерации на поверхности вихрей различных масштабов и возникновению дополнительных пиков на графиках E(k), описывающих распределение кинетической энергии вихревой системы по волновому вектору.

2. Экспериментально исследована эволюция со временем формы энергетического каскада E(k) вихрей, генерируемых стоячими фарадеевскими волнами частотой $f_v = 6,25$, 12,5 и 20 Гц и их гармониками на поверхности Не II в вибрирующей ячейке. Обнаружено, что через 10–20 с после включения интенсивной монохроматической накачки положение пиков на графике E(k) со временем может заметно изменяться.

3. Наблюдено, что при длительной волновой накачке на частоте $f_p = 40$ Гц близкое к стационарному распределение E(k), которое устанавливается через ~ 270 с после включения накачки, можно описать степенной функцией волнового вектора: при $k \ge 4,5$ см⁻¹ энергетический спектр $E(k) \sim k^{-3}$. Это позволяет заключить, что в широком интервале волновых векторов k = 4,5-45 см⁻¹ квазистационарный каскад энергии вихревого движения формируется нелинейным взаимодействием вихрей, генерируемых всеми волнами, которые присутствуют в спектре волновых колебаний на поверхности слоя He II глубиной ~ 0,4 см, причем доминирующим оказывается поток энергии в сторону больших волновых векторов (прямой каскад в соответствии с [32–34]).

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 14–22–00259. Авторы благодарны С.В. Филатову, И.А. Ремизову, И.В. Колоколову, В.В. Лебедеву, А.М. Дюгаеву, Е.В. Лебедевой и В.Б. Ефимову за полезные обсуждения и А.В. Лохову за техническую помощь при изготовлении экспериментальной вставки и проведении низкотемпературных измерений.

- И.Н. Адаменко, Э.К. Немченко, ΦΗΤ 43, 1295 (2017) [Low Temp. Phys. 43, 1038 (2017)].
- В.А. Жучков, А.А. Лисунов, В.А. Майданов, А.С. Неонета, В.Ю. Рубанский, С.П. Рубец, Э.Я. Рудавский, С.Н. Смирнов, ФНТ 41, 223 (2015) [Low Temp. Phys. 41, 169 (2015)].
- А.А. Лисунов, В.А. Майданов, В.Ю. Рубанский, С.П. Рубец, Э.Я. Рудавский, С.Н. Смирнов, ФНТ 42, 1372 (2016) [Low Temp. Phys. 42, 1075 (2016)].
- Carlo F. Barenghi, Ladislav Skrbek, and Katepalli R. Sreenivasan, *PNAS* 111, 4647 (2014).
- J. Gao, W. Guo, V.S. L'vov, A. Pomyalov, L. Skrbek, E. Varga, and W.F. Vinen, *JETP Lett.* **103**, 648 (2016).
- P.M. Walmsley and A.I. Golov, *Phys. Rev. Lett.* 118, 134501 (2017).
- 7. Sergey K. Nemirovskii, Phys. Rev. B 97, 134511 (2018).
- E.I. Yarmchuk and R.E. Packard, J. Low Temp. Phys. 46, 479 (1982).
- A. Marakov, J. Gao, W. Guo, S.W. Van Sciver, G.G. Ihas, D.N. McKinsey, and W.F. Vinen, *Phys. Rev. B* **91**, 094503 (2014).
- Enrico Fonda, Katepalli R. Sreenivasan, and Daniel P. Lathrop, *Rev. Sci. Instr.* 87, 025106 (2016).
- L.D. Landau and E.M. Lifshitz, *Fluid Mechanics*, Pergamon Books Ltd. (1987); Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Теорети*ческая физика, *Гидродинамика*, Физматлит, Москва (2003), т. 6.
- 12. G.W. Stagg, N.G. Parker, and C.F. Barenghi, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 135301 (2017).
- Masako Shindo, Alex Samarian, and Osamu Ishihara, JPS Conf. Proc. 1, 015049 (2014)
- P. Moroshkin, R. Batulin, P. Leiderer, and K. Kono, *Phys. Chem. Chem. Phys.* 18, 26444 (2016).
- S.E. Korshunov, Письма в ЖЭТФ 75, 496 (2002) [JETP Lett. 75, 423 (2002)].
- N. Andersson, G.L. Comer, and R. Prix, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 354, 101 (2004).

- I.A. Remizov, A.A. Levchenko, and L.P. Mezhov-Deglin, *J. Low Temp. Phys.* 185, 324 (2016).
- V. Zakharov, V. Lvov, and G. Falkovich, Springer-Verlag, Berlin (1992), Vol. 1.
- Л.В. Абдурахимов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, И.А. Ремизов, С.В. Филатов, *УФН* 182, 879 (2012).
- L.V. Abdurakhimov, M. Arefin, G.V. Kolmakov, A.A. Levchenko, Yu.V. Lvov, and I.A. Remizov, *Phys. Rev. E* 91, 023021 (2015).
- И.А. Ремизов, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, ФНТ 44, 168 (2018) [Low Temp. Phys. 44, 126 (2018)].
- P.J. King and A.F.G. Wyatt, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences 322, No. 1550, 355 (1971).
- Haruka Abe, Tetsuto Ueda, Michihiro Morikawa, Yu Saitoh, Ryuji Nomura, and Yuichi Okuda, *Phys. Rev. E* 76, 046305 (2007).
- A. von Kameke, F. Huhn, G. Fernández-Garcia, A.P. Muñuzuri, and V. Pérez-Muñuzuri, *Phys. Rev. Lett.* 107, 074502 (2011).
- N. Francois, H. Xia, H. Punzmann, and M. Shats, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 194501 (2013).
- N. Francois, H. Xia, H. Punzmann, S. Ramsden, and M. Shats, *Phys. Rev. X* 4, 021021 (2014).
- В. Филатов, М. Ю. Бражников, А.А. Левченко, *Письма в* ЖЭТФ 102, 486 (2015) [*JETP Lett.* 102, 432 (2015)].
- S.V. Filatov, V.M. Parfenyev, S.S. Vergeles, M.Yu. Brazhnikov, A.A. Levchenko, and V.V. Lebedev, *Phys. Rev. Lett.* 116, 054501 (2016).
- С.В. Филатов, С.А. Алиев, А.А. Левченко, Д.А. Храмов, Письма в ЖЭТФ 104, 714 (2016) [JETP Lett. 104, 702 (2016)].
- С.В. Филатов, Д.А. Храмов, А.А. Левченко, Письма в ЖЭТФ 106, 305 (2017).
- С.В. Филатов, А.А. Левченко, М.Ю. Бражников, Л.П. Межов-Деглин, ПТЭ (2018), в печати
- 32. Robert H. Kraichnan, Phys. Fluids 10, 1417 (1967).
- Antonio Celani, Stefano Musacchio, and Dario Vincenzi, *Phys. Rev. Lett.* 104, 184506 (2010).
- 34. B.H. Burgess and R.K. Scott, J. Fluid Mech. 811, 742 (2017).
- А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, А.А. Пельменёв, Приборы и техника эксперимента 6, 133 (2016).
- А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин, А.А. Пельменёв, Письма в ЖЭТФ 106, 233 (2017) [JETP Lett. 106, 252 (2017)].
- А.М. Дюгаев, Е.В. Лебедева, Письма в ЖЭТФ 106, 755 (2017) [JETP Lett. 106, 788 (2017)].
- William Thielicke and Eize J. Stamhuis, J. Open Res. Software, Art. e30, 2 (2014).
- D.R. Poole, C.F. Barenghi, Y.A. Sergeev, and W.F. Vinen, *Phys. Rev. B* 71, 064514 (2005).
- А.В. Орлов, М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, *Письма в* ЖЭТФ 107, 166 (2018) [*JETP Lett.* 107, 324 (2017)].

Макроскопічні вихори на поверхні надплинного Не II

А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглін, А.А. Пельменьов

Візуалізація явищ на поверхні надплинного Не II легкими скляними трасерами, які локалізовані у тонкому шарі під поверхнею рідини, дозволила вперше спостерігати виникнення на поверхні надплинності у вібруючій комірці вихрової течії та двовимірних макроскопічних вихорів, які утворюються у результаті нелінійної взаємодії між неколінеарними фарадеївськими хвилями. Стоячі фарадеївські хвилі збуджуються на поверхні Не II при вертикальних коливаннях комірки з відносним змінним прискоренням вище порога параметричної нестійкості $\beta > \beta_c \approx 0.04$. Виявлено, що при інтенсивному хвильовому накачуванні на частоті 40 Гц та тривалій витримці протягом ~ 270 с залежність кінетичної енергії вихрової системи від хвильового вектора E(k) при $k \ge 4,5$ см⁻¹ можна описати степеневим законом вигляду $E(k) \sim k^{-3}$, тобто в системі макроскопічних вихорів, що породжуються хвилями на поверхні шару Не II глибиною ~ 0,4 см у вібруючій комірці, з часом може сформуватися не тільки зворотний, але й прямий турбулентний каскад.

Ключові слова: фарадеївські хвилі, надплинний Не II, макроскопічні вихори.

Macroscopic vortices on the surface of superfluid He II

A.A. Levchenko, L.P. Mezhov-Deglin, and A.A. Pelmenev

The visualization of phenomena on the surface of superfluid He II by light glass tracers localized in a thin layer below the surface of a liquid made it possible to observe for the first time the appearance of a vortex flow and two-dimensional macroscopic vortices on the surface of a superfluid liquid in a vibrating cell that are formed as a result of a nonlinear interaction between noncollinear Faraday waves. Standing Faraday waves are excited on the He II surface with vertical vibrations of the cell with a relative variable acceleration above the threshold of the parametric instability $\beta > \beta_c \approx 0.04$. It was found that, with intense wave pumping at a frequency of 40 Hz and a prolonged exposure for ~ 270 s, the dependence of the kinetic energy of the vortex system on the wave vector E(k) at $k \ge 4.5$ cm⁻¹ can be described by a power law of the form $E(k) \sim k^{-3}$, i.e., in a system of macroscopic vortices generated by waves on the surface of a He II layer with a depth of ~ 0.4 cm in a vibrating cell, in time, not only the inverse but also the direct turbulent cascade can form.

Keywords: Faraday waves, superfluid He II, macroscopic vortices.