

Аномальная дисперсия косых терагерцевых волн, локализованных в пластине слоистого сверхпроводника

С.С. Апостолов^{1,2}, З.А. Майзелис^{1,2}, Д.В. Шимкив³, А.А. Шматько², В.А. Ямпольский^{1,2}

¹Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины
ул. Академика Проскуры, 12, г. Харьков, 61085, Украина
E-mail: yam@ire.kharkov.ua

²Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина

³Department of Physics, University of North Texas, Denton, Texas, 76203, USA

Статья поступила в редакцию 21 февраля 2019 г., опубликована онлайн 26 июня 2019 г.

Теоретически изучены локализованные волны, распространяющиеся вдоль пластины конечной толщины, изготовленной из слоистого сверхпроводника со слоями, перпендикулярными поверхности пластины. Благодаря сильной анизотропии слоистого сверхпроводника электромагнитное поле моды представляет собой суперпозицию обыкновенной и необыкновенной волн, которые в общем случае не могут быть отделены друг от друга. Получен закон дисперсии для произвольного направления распространения таких локализованных мод относительно слоев. Показано, что дисперсионные кривые могут быть как монотонно, так и немонотонно возрастающими, т.е. содержать участки с аномальной дисперсией. Определены значения частоты в зависимости от угла распространения, при которых может наблюдаться аномальная дисперсия. Проанализирована зависимость частоты как от модуля продольного волнового вектора, так и от его проекций, что может иметь важное значение для практических приложений в электронике терагерцевого диапазона.

Ключевые слова: слоистый сверхпроводник, продольный волновой вектор, аномальная дисперсия.

1. Введение

Слоистые высокотемпературные сверхпроводники представляют собой сильно анизотропные структуры, в которых диэлектрические слои чередуются со сверхпроводящими (см., например, [1–3]). Такие системы могут быть естественного происхождения, например, кристаллы $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$, $\text{La}_{2-\delta}\text{Sr}_\delta\text{CuO}_4$ или $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, а также могут быть получены искусственно последовательным напылением слоев. Интерес к таким структурам вызван в первую очередь анизотропией их токонесущей способности, причем не только количественной, но и по физической природе токов. Если ток вдоль сверхпроводящих слоев протекает обычным для сверхпроводников образом и может быть описан, например, лондоновской моделью, то ток поперек слоев связан с туннелированием куперовских пар через диэлектрические слои, т.е. обусловлен внутренним эффектом Джозефсона (см., например, [4]). В слоистом сверхпровод-

нике могут распространяться электромагнитные возмущения, джозефсоновские плазменные волны, а анизотропия тока в системе приводит к зависимости дисперсионных свойств этих волн от направления распространения. Джозефсоновские плазменные волны возникают на частотах терагерцевого диапазона, перспективного с точки зрения различных приложений в физике, химии, астрономии, системах безопасности, медицинской диагностике, контроле окружающей среды (см., например, [1,5] и ссылки внутри).

Продольная ϵ_{ab} и поперечная ϵ_c компоненты тензора эффективной диэлектрической проницаемости слоистого сверхпроводника могут не просто существенно отличаться по величине, но иметь разные знаки в широком диапазоне частот, приводя к отрицательному преломлению [3] и аномальной дисперсии электромагнитных волн [6,7]. Материалы с аномальной дисперсией привлекают повышенное внимание исследователей после недавних наблюдений в них отрицательного пре-

ломления микроволн [8] и теоретического предсказания возможности так называемой идеальной фокусировки света [9], подробнее см. обзор [10].

Как и волны в обычной плазме, объемные джозефсоновские плазменные волны распространяются при частотах, превышающих пороговую частоту [1] — джозефсоновскую плазменную частоту ω_J . При этом в слоистых сверхпроводниках, как в материалах с одноосной анизотропией, вдоль каждого направления могут распространяться волны двух типов [11], обыкновенные и необыкновенные, поляризации и дисперсионные свойства которых определяются направлением их распространения относительно оси анизотропии (кристаллографической оси c).

Кроме объемных волн, на границе слоистого сверхпроводника и обычного диэлектрика могут распространяться электромагнитные волны, локализованные вблизи границы. В работах [12,13] было показано, что вдоль границы раздела слоистый сверхпроводник–вакуум, как и вдоль границы обычной плазмы, могут распространяться поверхностные колебания — поверхностные джозефсоновские плазменные волны. Однако, в отличие от обычной плазмы, такие поверхностные волны могут распространяться с частотами не только ниже, но и выше плазменной частоты [3]. Кроме того, если сверхпроводящие слои перпендикулярны границе раздела, то дисперсионные свойства поверхностных волн зависят от направления их распространения [14].

Если вместо полубесконечного образца слоистого сверхпроводника рассматривается пластина конечной толщины, то кроме поверхностных волн, которые затухают в обе стороны от границы раздела, в образце могут распространяться волноводные моды — волны, поле которых осциллирует поперек пластины и затухает вне ее при удалении от поверхности. В работе [15] теоретически изучены такие волны для случая, когда сверхпроводящие слои параллельны граням пластины. Распространение таких волн, очевидно, не зависит от направления волнового вектора в плоскости пластины.

В работе [6] рассмотрены локализованные волны в пластине, сверхпроводящие слои которой перпендикулярны ее границам, а направление распространения перпендикулярно слоям. Показано, что для таких волн в определенном частотном диапазоне дисперсионные кривые немонотонны, т.е. содержат участки аномальной дисперсии. Как уже отмечалось, дисперсия локализованных волн в такой геометрии будет зависеть от направления их распространения. Поэтому представляет интерес изучение дисперсионных кривых при произвольном направлении распространения волн. Кроме того, с экспериментальной точки зрения может оказаться удобным рассмотрение не пластины, а длинного образца, помещенного в планарный волновод, иначе говоря между двумя металлическими пластинами. В этом случае существенно важным является анализ именно волн

с волновым вектором, направленным под углом к сверхпроводящим слоям. Именно такие моды, распространяющиеся под произвольным углом в пластине слоистого сверхпроводника, являются предметом изучения в данной работе.

Работа построена следующим образом. Во втором разделе приведены общие уравнения, описывающие электромагнитное поле как в пластине слоистого сверхпроводника, так и в диэлектрическом окружении. Затем в третьем разделе, получены дисперсионные уравнения для локализованных волн симметричных и антисимметричных по магнитному полю относительно середины пластины. Наконец, эти законы дисперсии проанализированы в четвертом разделе и представлены в виде зависимостей частоты от компонент волнового вектора.

2. Электромагнитное поле в системе

2.1. Геометрия системы

Рассмотрим бесконечную пластину слоистого сверхпроводника толщиной L , окруженную диэлектриком с проницаемостью ϵ_d (см. рис. 1). Система координат выбрана таким образом, что ось z направлена вдоль кристаллографической оси c , а ось x — вдоль нормали к поверхности пластины, так что плоскость yz находится в середине пластины. Мы рассматриваем локализованные волны, которые распространяются вдоль поверхности пластины с волновым вектором \mathbf{k}_{\parallel} , направленным под углом θ к оси z . Система обладает симметрией относительно плоскости yz , что позволяет в линейном приближении искать все возможные собственные моды в виде симметричных и антисимметричных по магнитному полю волн.

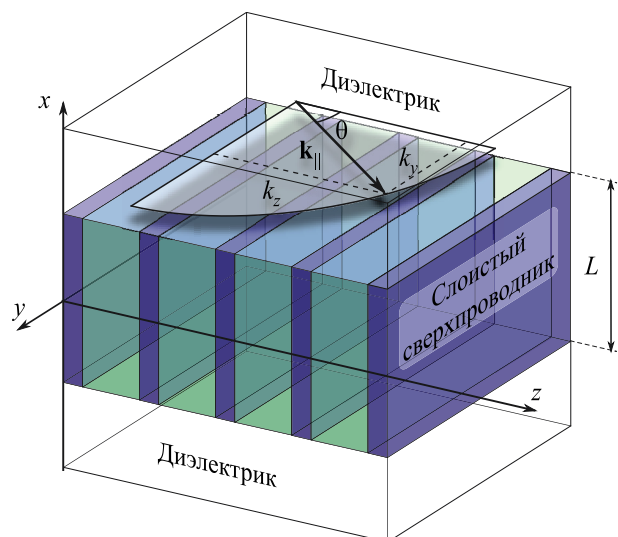


Рис. 1. (Онлайн в цвете) Геометрия задачи: в пластине слоистого сверхпроводника толщиной L , окруженной диэлектриком, распространяется под углом θ к оси z (кристаллографической оси c) собственная локализованная мода с волновым вектором $\mathbf{k}_{\parallel} = (k_y, k_z)$ вдоль поверхности пластины.

Мы ищем собственные локализованные волны, поля которых имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x, y, z, t) &= \mathcal{E}(x) \exp [i(k_y y + k_z z - \omega t)], \\ \mathbf{H}(x, y, z, t) &= \mathcal{H}(x) \exp [i(k_y y + k_z z - \omega t)], \end{aligned} \quad (1)$$

где k_y и k_z — проекции продольного волнового вектора \mathbf{k}_{\parallel} на оси y и z соответственно, а ω — частота локализованной волны.

2.2. Электромагнитное поле в слоистом сверхпроводнике

В дальнейшем предположим, что характерные масштабы изменения электромагнитного поля в пластине существенно превышают период слоистой структуры сверхпроводника. В этом случае можно перейти от конечно-разностных уравнений к дифференциальным. При этом наиболее общим подходом, описывающим электромагнитное поле в системе, является метод, основанный на решении уравнения для векторного потенциала \mathbf{A} поля (см., например, [11]),

$$\Delta \mathbf{A} - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) = \frac{\epsilon_s}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \frac{4\pi}{c} \mathbf{J}, \quad (2)$$

где \mathbf{J} — плотность тока в системе, ϵ_s — проницаемость диэлектрических слоев пластины, c — скорость света в вакууме. Векторный потенциал связан с электрическим \mathbf{E} и магнитным \mathbf{H} полями стандартными соотношениями:

$$\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad (3)$$

здесь калибровка выбрана таким образом, что скалярный потенциал предполагается равным нулю. Плотность тока вдоль слоев имеет ту же природу, что и в массивных сверхпроводниках, и может быть описана в терминах лондоновской модели:

$$J_x = -\frac{c}{4\pi\lambda_{ab}^2} A_x, \quad J_y = -\frac{c}{4\pi\lambda_{ab}^2} A_y, \quad (4)$$

где λ_{ab} — лондоновская глубина проникновения постоянного магнитного поля поперек слоев. Ток поперек слоев определяется внутренним эффектом Джозефсона и связан с калибровочно-инвариантной разностью фаз параметра порядка φ между соседними сверхпроводящими слоями известным соотношением:

$$J_z = J_c \sin \varphi. \quad (5)$$

Здесь J_c — максимальная плотность джозефсоновского тока. Для линейных волн, рассматриваемых в этой работе, разность фаз предполагается малой, $|\varphi| \ll 1$, и слагаемое $\sin \varphi$ в уравнении (5) может быть заменено на φ .

Отметим, что компонента E_z электрического поля, перпендикулярная слоям сверхпроводника, может вызывать нарушение электронейтральности слоев, что приводит к дополнительной, так называемой емкостной, связи между ними. Этой связью можно пренебречь в тех случаях, когда оказывается малым параметр емкостной связи $\alpha = R_D^2 \epsilon_s / sd$, где R_D — дебаевский радиус экранировки (см. работу [16], в которой получено дисперсионное уравнение для джозефсоновских плазменных волн с учетом емкостной связи). Согласно теоретическим оценкам для кристаллов $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$, величина $\alpha \sim 0,05 - 0,1$. Кроме того, экспериментальные исследования [17,18] показали, что емкостная связь может оказывать влияние на распространение только продольных объемных волн с волновым вектором, направленным поперек слоев. В рассматриваемой же здесь задаче о распространении волн вдоль пластины можно пренебречь нарушением электронейтральности сверхпроводящих слоев, даже при распространении волноводных мод вдоль поверхности пластины перпендикулярно слоям, из-за неоднородности поля в направлении оси x . В этом случае соотношение между векторным потенциалом и разностью фаз может быть записано в следующем виде:

$$A_z = -\frac{\Phi_0}{2\pi d} \varphi, \quad (6)$$

где $\Phi_0 = \pi\hbar/e$ — квант магнитного потока, d — толщина диэлектрических слоев, e — элементарный заряд.

В линейном случае правая часть волнового уравнения (2) может быть переписана в виде $c^{-2} \hat{\epsilon} (\partial^2 \mathbf{A} / \partial t^2)$, где $\hat{\epsilon}$ — диагональный тензор эффективной диэлектрической проницаемости слоистого сверхпроводника. Продольная ϵ_{ab} и поперечная ϵ_c компоненты этого тензора, $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{ab}$ и $\epsilon_{zz} = \epsilon_c$, определяются следующим образом,

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx}(\omega) = \epsilon_{yy}(\omega) = \epsilon_{ab} &\equiv \epsilon_s \left(1 - \gamma^2 \frac{\omega_J^2}{\omega^2} \right), \\ \epsilon_{zz}(\omega) = \epsilon_c &\equiv \epsilon_s \left(1 - \frac{\omega_J^2}{\omega^2} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\omega_J = (8\pi e d J_c / \hbar \epsilon_s)^{1/2}$ — джозефсоновская плазменная частота, $\gamma = \lambda_c / \lambda_{ab}$ — параметр анизотропии слоистого сверхпроводника, а $\lambda_c = c / (\omega_J \epsilon_s^{1/2})$ — глубина проникновения магнитного поля вдоль слоев. Отметим, что параметр γ обычно достаточно велик, например: $\gamma \gtrsim 100$ для $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$, $\gamma \gtrsim 15$ для $\text{La}_{2-\delta}\text{Sr}_\delta\text{CuO}_4$ и $\gamma \gtrsim 5$ для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$.

Решая уравнение (2) для векторного потенциала, можно показать, что электромагнитное поле в слоистом сверхпроводнике можно представить в виде суперпозиции так называемых обыкновенной и необык-

новенной компонент, аналогично одноосным анизотропным кристаллам:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}^{\text{ord}} + \mathcal{E}^{\text{ext}}, \quad \mathcal{H} = \mathcal{H}^{\text{ord}} + \mathcal{H}^{\text{ext}}. \quad (8)$$

Поляризация обыкновенной волны такова, что электрическое поле направлено вдоль сверхпроводящих слоев и не вызывает джозефсоновского тока, $\mathcal{E}_z^{\text{ord}} = 0$, а в необыкновенной волне магнитное поле перпендикулярно слоям, $\mathcal{H}_z^{\text{ext}} = 0$.

2.2.1. Обыкновенная волна

Как уже было сказано, благодаря симметрии системы относительно середины пластины, собственные локализованные волны также обладают симметрией. Поэтому удобно сразу представить электрическое и магнитное поля обыкновенной волны отдельно в симметричной или антисимметричной (по касательным к поверхности пластины компонентам \mathcal{H}_y и \mathcal{H}_z магнитного поля) формах:

$$\mathcal{E}_{\text{sym}}^{\text{ord}} = \frac{\Omega}{\sqrt{\varepsilon_s}} h_{\text{sym}}^{\text{ord}} \begin{bmatrix} -\kappa_y \cos(q_o x) \\ i\kappa_o \sin(q_o x) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (9a)$$

$$\mathcal{H}_{\text{sym}}^{\text{ord}} = h_{\text{sym}}^{\text{ord}} \begin{bmatrix} -i\kappa_o \kappa_z \sin(q_o x) \\ -\kappa_y \kappa_z \cos(q_o x) \\ (\kappa_o^2 + \kappa_y^2) \cos(q_o x) \end{bmatrix}, \quad (9b)$$

$$\mathcal{E}_{\text{asym}}^{\text{ord}} = \frac{\Omega}{\sqrt{\varepsilon_s}} h_{\text{asym}}^{\text{ord}} \begin{bmatrix} -\kappa_y \sin(q_o x) \\ -i\kappa_o \cos(q_o x) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (9c)$$

$$\mathcal{H}_{\text{asym}}^{\text{ord}} = h_{\text{asym}}^{\text{ord}} \begin{bmatrix} i\kappa_o \kappa_z \cos(q_o x) \\ -\kappa_y \kappa_z \sin(q_o x) \\ (\kappa_o^2 + \kappa_y^2) \sin(q_o x) \end{bmatrix}, \quad (9d)$$

где вводятся нормированные компоненты волнового вектора и нормированная частота:

$$\begin{aligned} \kappa_o &= q_o \lambda_c = \sqrt{(\varepsilon_{ab} / \varepsilon_s) \Omega^2 - \kappa_y^2 - \kappa_z^2}, \\ \kappa_y &= k_y \lambda_c, \quad \kappa_z = k_z \lambda_c, \quad \Omega = \omega / \omega_J, \end{aligned} \quad (9e)$$

а параметры $h_{\text{sym}}^{\text{ord}}$ и $h_{\text{asym}}^{\text{ord}}$ определяют амплитуды симметричной и антисимметричной волн.

2.2.2. Необыкновенная волна

Электромагнитное поле необыкновенной волны также удобно представить в симметричной или антисимметричной форме:

$$\mathcal{E}_{\text{sym}}^{\text{ext}} = \frac{h_{\text{sym}}^{\text{ext}} \varepsilon_s^{1/2}}{i\Omega \varepsilon_{ab}} \begin{bmatrix} i\kappa_e \kappa_z \cos(q_e x) \\ -\kappa_y \kappa_z \sin(q_e x) \\ (\kappa_o^2 + \kappa_y^2) \sin(q_e x) \end{bmatrix}, \quad (10a)$$

$$\mathcal{H}_{\text{sym}}^{\text{ext}} = h_{\text{sym}}^{\text{ext}} \begin{bmatrix} -i\kappa_y \sin(q_e x) \\ \kappa_e \cos(q_e x) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (10b)$$

$$\mathcal{E}_{\text{asym}}^{\text{ext}} = \frac{i h_{\text{asym}}^{\text{ext}} \varepsilon_s^{1/2}}{\Omega \varepsilon_{ab}} \begin{bmatrix} -i\kappa_e \kappa_z \sin(q_e x) \\ -\kappa_y \kappa_z \cos(q_e x) \\ (\kappa_o^2 + \kappa_y^2) \cos(q_e x) \end{bmatrix}, \quad (10c)$$

$$\mathcal{H}_{\text{asym}}^{\text{ext}} = h_{\text{asym}}^{\text{ext}} \begin{bmatrix} i\kappa_y \cos(q_e x) \\ \kappa_e \sin(q_e x) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (10d)$$

где введены нормированные величины:

$$\kappa_e = q_e \lambda_c = \sqrt{(\varepsilon_c / \varepsilon_s) \Omega^2 - \kappa_y^2 - (\varepsilon_c / \varepsilon_{ab}) \kappa_z^2}, \quad (10e)$$

а параметры $h_{\text{sym}}^{\text{ext}}$ и $h_{\text{asym}}^{\text{ext}}$ определяют амплитуды симметричной и антисимметричной волн соответственно.

Как уже было сказано ранее, электромагнитное поле в сверхпроводнике представляется в виде суперпозиции полей обыкновенной и необыкновенной поляризаций, и в общем случае произвольного направления распространения локализованной волны обе эти составляющие окажутся ненулевыми. Как покажет дальнейший анализ, в особых случаях распространения вдоль ($k_z = 0$) или поперек ($k_y = 0$) слоев оказывается, что можно рассматривать волны каждой из поляризаций независимо.

2.3. Поле в диэлектрическом окружении

Перейдем теперь к рассмотрению электромагнитного поля вне пластины слоистого сверхпроводника. Как было отмечено, для локализованных мод поле в диэлектрике убывает экспоненциально при удалении от поверхности пластины. Как следует из уравнений Максвелла, поле в диэлектрике может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^{\pm} &= \mp \frac{i\sqrt{\varepsilon_s}}{\varepsilon_d \Omega} \left\{ h_y^{\pm} \begin{bmatrix} \pm i\kappa_z \kappa_d \\ \kappa_y \kappa_z \\ \kappa_d^2 - \kappa_y^2 \end{bmatrix} - h_z^{\pm} \begin{bmatrix} \pm i\kappa_y \kappa_d \\ \kappa_d^2 - \kappa_z^2 \\ \kappa_y \kappa_z \end{bmatrix} \right\} \times \\ &\times \exp[\mp q_d (x \mp L/2)], \end{aligned} \quad (11a)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}^{\pm} &= \left\{ h_y^{\pm} \begin{bmatrix} \pm i\kappa_y \\ \kappa_d \\ 0 \end{bmatrix} + h_z^{\pm} \begin{bmatrix} \pm i\kappa_z \\ 0 \\ \kappa_d \end{bmatrix} \right\} \times \\ &\times \exp[\mp q_d (x \mp L/2)], \end{aligned} \quad (11b)$$

где верхний индекс «+» или «-» соответствует верхнему ($x > L/2$) или нижнему ($x < -L/2$) диэлектрическому полупространству. Соответствующие волновые вектора имеют компоненты $\mathbf{k}^\pm = (\pm i q_d, k_y, k_z)$, где действительный положительный q_d удовлетворяет такому соотношению:

$$\kappa_d = q_d \lambda_c = \sqrt{\kappa_y^2 + \kappa_z^2 - (\epsilon_d / \epsilon_s) \Omega^2} > 0, \quad (11c)$$

а параметры $h_{y,z}^\pm$ определяют амплитуды волн.

3. Дисперсионные соотношения для локализованных мод

Для нахождения дисперсионного соотношения для локализованных мод необходимо учесть непрерывность изменения тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на двух границах между слоистым сверхпроводником и диэлектриком:

$$(\mathcal{E}_{y,z}^{\text{ord}} + \mathcal{E}_{y,z}^{\text{ext}} - \mathcal{E}_{y,z}^\pm) |_{x=\pm L/2} = 0, \quad (12a)$$

$$(\mathcal{H}_{y,z}^{\text{ord}} + \mathcal{H}_{y,z}^{\text{ext}} - \mathcal{H}_{y,z}^\pm) |_{x=\pm L/2} = 0. \quad (12b)$$

Однако в рассматриваемом здесь случае симметрия задачи позволяет разделить все собственные моды в пластине на симметричные и антисимметричные (по касательным к поверхности пластины компонентам \mathcal{H}_y и \mathcal{H}_z магнитного поля). Это означает, что поскольку и тангенциальные компоненты полей в пластине, и поле в диэлектрике обладают одинаковой четностью, для симметричных мод $h_{y,z}^+ = +h_{y,z}^-$, а для антисимметричных $h_{y,z}^+ = -h_{y,z}^-$. Тогда для каждой из мод достаточно писать условия только на одной из границ, например, при $x = +L/2$.

3.1. Дисперсионные соотношения для произвольного угла распространения

Условия (12) непрерывности тангенциальных компонент полей могут быть переписаны в виде следующих дисперсионных соотношений:

для симметричных мод

$$[\text{tg}(\kappa_o \Lambda) - D_{\text{ord}}][\text{tg}(\kappa_e \Lambda) - D_{\text{ext}}] = \kappa_y^2 \kappa_z^2 D_0 \quad (13a)$$

и для антисимметричных мод

$$[\text{ctg}(\kappa_o \Lambda) + D_{\text{ord}}][\text{ctg}(\kappa_e \Lambda) + D_{\text{ext}}^{\text{sym}}] = \kappa_y^2 \kappa_z^2 D_0. \quad (13b)$$

Здесь

$$D_{\text{ord}} = \frac{\kappa_d^2 [(\kappa_o^2 + \kappa_y^2)^2 + \kappa_y^2 \kappa_z^2] - \kappa_o^4 \kappa_z^2}{(\epsilon_d / \epsilon_s) \Omega^2 \kappa_d \kappa_o (\kappa_o^2 + \kappa_y^2)}, \quad (13c)$$

$$D_{\text{ext}} = \frac{\epsilon_{ab} \kappa_e (\kappa_d^2 - \kappa_y^2)}{\epsilon_d \kappa_d (\kappa_o^2 + \kappa_y^2)}, \quad (13d)$$

$$D_0 = \frac{\epsilon_s \epsilon_{ab} \kappa_e (\kappa_d^2 + \kappa_o^2)^2}{\epsilon_d^2 \Omega^2 \kappa_d^2 \kappa_o (\kappa_o^2 + \kappa_y^2)^2}, \quad (13e)$$

а также введена безразмерная толщина пластины $\Lambda = L/2\lambda_c$. Эти соотношения связывают нормированную частоту Ω с двумя нормированными проекциями волнового вектора κ_y и κ_z .

Видим, что дисперсионные соотношения содержат как $\text{tg} \kappa_o \Lambda$, относящийся к обыкновенной волне, так и $\text{tg} \kappa_e \Lambda$, соответствующий необыкновенной волне. Это является выражением того, что в общем случае произвольного направления распространения локализованной моды в ней присутствуют обе составляющие. В следующем подразделе этот вопрос обсужден подробнее.

3.2. Распределение полей в системе

В случае симметричных мод условия (12) непрерывности тангенциальных компонент полей позволяют выразить параметры h_y^+ , h_z^+ , $h_{\text{sym}}^{\text{ord}}$ и $h_{\text{sym}}^{\text{ext}}$, определяющие поля в диэлектрике и слоистом сверхпроводнике, через единственный параметр h_{sym} :

$$h_y^+ = \frac{1}{\kappa_d} \left[h_{\text{sym}}^{\text{ext}} \kappa_e \cos(\kappa_e \Lambda) - h_{\text{sym}}^{\text{ord}} \kappa_y \kappa_z \cos(\kappa_o \Lambda) \right], \quad (14a)$$

$$h_z^+ = \frac{1}{\kappa_d} h_{\text{sym}}^{\text{ord}} (\kappa_o^2 + \kappa_y^2) \cos(\kappa_o \Lambda), \quad (14b)$$

$$h_{\text{sym}}^{\text{ord}} = h_{\text{sym}} \sqrt{[\text{tg}(\kappa_e \Lambda) - D_{\text{ext}}] / (\kappa_o^2 + \kappa_y^2) \cos(\kappa_e \Lambda)}, \quad (14c)$$

$$h_{\text{sym}}^{\text{ext}} = h_{\text{sym}} \sqrt{(\kappa_o / \kappa_e) [\text{tg}(\kappa_o \Lambda) - D_{\text{ord}}] \cos(\kappa_o \Lambda)}. \quad (14d)$$

В случае нечетных мод параметры h_y^+ , h_z^+ , $h_{\text{asym}}^{\text{ord}}$ и $h_{\text{asym}}^{\text{ext}}$ могут быть выражены через единственный параметр h_{asym} аналогичным образом, как в уравнениях (14), только с заменой \cos на \sin , а tg на $(-\text{ctg})$.

На рис. 2 показано поперечное распределение продольного магнитного поля $\mathbf{H}_t = (H_y, H_z)$ в симметричной локализованной волне, которая распространяется под углом к плоскости слоев, вблизи одной из границ пластины слоистого сверхпроводника. Значения волнового вектора и частоты выбраны таким образом, чтобы обыкновенная составляющая локализованной моды затухала поперек пластины, а необыкновенная — осциллировала. В необыкновенной волне поле направлено перпендикулярно оси z , $H_z = 0$, см. уравнения (10), а в обыкновенной — почти перпендикулярно оси y , $|H_y| \ll |H_z|$, см. уравнения (9). Таким образом, продольные магнитные поля обыкновенной и необыкновенной волн составляют практически прямой угол друг с другом. В то же время поле суммы этих волн, которое соответствует самой локализованной волне, направлено под некоторым конечным углом к осям, чтобы удовлетворить условиям непрерывности на границе.

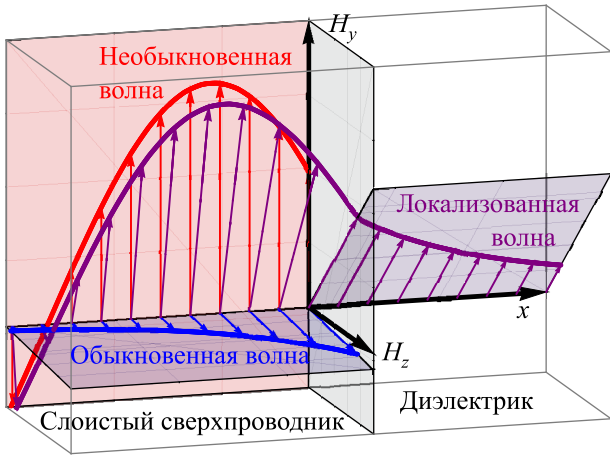


Рис. 2. (Онлайн в цвете) Поперечное распределение продольного магнитного поля $\mathbf{H}_l = (H_y, H_z)$ как в локализованной волне вблизи границы слоистого сверхпроводника и диэлектрика, так и по отдельности в обыкновенной и необыкновенной волнах в слоистом сверхпроводнике. Параметры: $\Omega = \omega / \omega_J = 4$, $\theta = \arctg(k_y / k_z) = \pi / 6$, $\kappa = \lambda_c (k_y^2 + k_z^2)^{1/2} \approx 3,5$, $\varepsilon = \varepsilon_d / \varepsilon_s = 1 / 4$, $\gamma = \lambda_c / \lambda_{ab} = 5$, $\Lambda = L / 2\lambda_c = 3 / 4$.

Обратим внимание на то обстоятельство, что правая часть дисперсионного соотношения содержит множитель $\kappa_y^2 \kappa_z^2$ и, следовательно, она может обращаться в нуль при выделенных направлениях распространения: $\theta = 0$ и $\theta = \pi / 2$. В этих случаях оказывается возможным отделить обыкновенную и необыкновенную волны друг от друга. Другими словами, при распространении в указанных направлениях, в пластине могут распространяться локализованные моды, в которой равна нулю либо амплитуда обыкновенной волны, либо амплитуда необыкновенной волны.

3.3. Дисперсионные соотношения в случае распространения перпендикулярно слоям

В случае распространения локализованных мод перпендикулярно слоям ($\theta = 0$) дисперсионные соотношения (13a) и (13b) расщепляются на пары:

для симметричных мод:

$$\text{tg}(\kappa_o \Lambda) + \frac{\kappa_o}{\kappa_d} = 0 \quad \text{и} \quad \text{tg}(\kappa_e \Lambda) - \frac{\varepsilon_c \kappa_d}{\varepsilon_d \kappa_e} = 0, \quad (15a)$$

и для антисимметричных (по касательным к поверхности пластины компонентам \mathcal{H}_y и \mathcal{H}_z магнитного поля) локализованных мод:

$$\text{ctg}(\kappa_o \Lambda) - \frac{\kappa_o}{\kappa_d} = 0 \quad \text{и} \quad \text{ctg}(\kappa_e \Lambda) + \frac{\varepsilon_c \kappa_d}{\varepsilon_d \kappa_e} = 0. \quad (15b)$$

Здесь κ_o , κ_e и κ_d несколько упрощаются, поскольку $\kappa_y = 0$:

$$\kappa_o = \sqrt{(\varepsilon_{ab} / \varepsilon_s) \Omega^2 - \kappa_z^2}, \quad \kappa_e = \sqrt{\varepsilon_c (\Omega^2 / \varepsilon_s - \kappa_z^2 / \varepsilon_{ab})},$$

$$\kappa_d = \sqrt{\kappa_z^2 - (\varepsilon_d / \varepsilon_s) \Omega^2}. \quad (15c)$$

3.4. Дисперсионные соотношения в случае распространения вдоль слоев

В случае распространения локализованных мод вдоль слоев ($\theta = \pi / 2$) также происходит расщепление закона дисперсии:

для симметричных мод:

$$\text{tg}(\kappa_o \Lambda) - \frac{\varepsilon_{ab} \kappa_d}{\varepsilon_d \kappa_o} = 0 \quad \text{и} \quad \text{tg}(\kappa_e \Lambda) + \frac{\kappa_e}{\kappa_d} = 0, \quad (16a)$$

для антисимметричных локализованных мод:

$$\text{ctg}(\kappa_o \Lambda) + \frac{\varepsilon_{ab} \kappa_d}{\varepsilon_d \kappa_o} = 0 \quad \text{и} \quad \text{ctg}(\kappa_e \Lambda) - \frac{\kappa_e}{\kappa_d} = 0. \quad (16b)$$

Здесь κ_o , κ_e и κ_d упрощаются, поскольку $\kappa_z = 0$:

$$\kappa_o = \sqrt{(\varepsilon_{ab} / \varepsilon_s) \Omega^2 - \kappa_y^2}, \quad \kappa_e = \sqrt{(\varepsilon_c / \varepsilon_s) \Omega^2 - \kappa_y^2},$$

$$\kappa_d = \sqrt{\kappa_y^2 - (\varepsilon_d / \varepsilon_s) \Omega^2}. \quad (16c)$$

Итак, видно, что кроме двух выделенных направлений распространения, в общем случае локализованная мода содержит как обыкновенную, так и необыкновенную составляющие. Перейдем теперь к анализу дисперсионных кривых при различных направлениях распространения мод.

4. Анализ дисперсионных кривых

В рассматриваемой геометрии дисперсионные соотношения (13a) и (13b) определяют нормированную частоту локализованной моды Ω как функцию двух проекций, κ_y и κ_z , нормированного волнового вектора в плоскости пластины. Для большей наглядности будем изучать дисперсионные кривые как зависимость частоты от одной переменной при фиксированном значении другой. Сначала, в следующем подразделе, проанализированы дисперсионные кривые, представляющие зависимость частоты от модуля волнового вектора при фиксированном значении угла распространения. Такие кривые интересны с фундаментальной точки зрения, но для реального эксперимента может оказаться более подходящим исследование закона дисперсии, описывающего зависимость частоты от одной из проекций, κ_y или κ_z , волнового вектора при фиксированной другой проекции. Например, такая ситуация возникает, если образец слоистого сверхпроводника, ограниченный по двум направлениям, помещен в планарный волновод, т.е. между двумя металлическими стенками. В этом случае электромагнитное поле в поперечном к стенкам направлении представляет собой стоячую волну с фиксированным значением соответствующей про-

екции волнового вектора. Такие дисперсионные кривые изучаются далее в этом разделе.

4.1. Распространение волн определенного направления

Начнем с зависимости Ω от модуля $\kappa = (\kappa_y^2 + \kappa_z^2)^{1/2}$ волнового вектора в плоскости пластины при фиксированном направлении распространения локализованной моды, определяемом углом $\theta = \arctg(\kappa_y / \kappa_z)$. На рис. 3 представлены такие дисперсионные кривые для угла $\theta = \pi/6$. Сплошные толстые кривые на нем соответствуют симметричным (по касательным к поверхности пластины компонентам \mathcal{H}_y и \mathcal{H}_z магнитного поля) локализованным модам, а штриховые толстые кривые — антисимметричным. Все кривые расположены при $\kappa_d^2 > 0$, т.е. ниже световой линии, определяемой соотношением $\Omega = \kappa / \varepsilon^{1/2}$ и обозначенной на рис. 3 наклонной тонкой прямой, где $\varepsilon = \varepsilon_d / \varepsilon_s$.

Тонкие сплошные кривые на рис. 3 заданы условием $\kappa_e = 0$ и отделяют области, где величина κ_e^2 меняет знак. Снизу вверх эти кривые соответствуют равенствам: $\Omega = \Omega_1(\kappa)$, $\Omega = \gamma$ и $\Omega = \Omega_2(\kappa)$, где

$$\Omega_1(\kappa) \approx \sqrt{1 + \kappa^2 \sin^2 \theta (1 - \kappa^2 \cos^2 \theta / \gamma^2)}, \quad (17a)$$

$$\Omega_2(\kappa) \approx \sqrt{\gamma^2 + \kappa^2 \cos^2 \theta (1 + \kappa^2 \sin^2 \theta / \gamma^2)}. \quad (17b)$$

В последних равенствах знак « \approx » обозначает приближенное значение при $\kappa \ll \gamma$. Тонкая штриховая кривая задана условием $\kappa_o = 0$ и отделяет области, где величина κ_o^2 меняет знак. Эта кривая описывается равенством $\Omega = \Omega_3(\kappa)$, где

$$\Omega_3(\kappa) = \sqrt{\gamma^2 + \kappa^2}. \quad (17c)$$

Частотная область, расположенная при $\Omega < \Omega_1(\kappa)$, соответствует затухающим вглубь пластины как обыкновенным, так и необыкновенным составляющим локализованной моды, поскольку там $\kappa_o^2 < 0$ и $\kappa_e^2 < 0$. Участки дисперсионных кривых, расположенные в этой области, обозначены зеленым цветом на рис. 3. Обратим внимание на то, что в этой области могут быть расположены только одна симметричная и одна антисимметричная моды, поскольку электромагнитное поле в пластине не осциллирует поперек пластины. Кроме того, кривые, начинающиеся в этой области, могут пересекать границу $\Omega = \Omega_1(\kappa)$ и продолжаться выше этой границы.

Во второй снизу области, расположенной при $\Omega_1(\kappa) < \Omega < \gamma$, обыкновенная составляющая локализованной моды затухает поперек пластины, $\kappa_o^2 < 0$, а необыкновенная — осциллирует, $\kappa_e^2 > 0$. Благодаря последнему обстоятельству в данной области имеется бесконечное семейство кривых, каждая из которых соответствует определенному числу осцилляций необыкновенной волны, укладывающихся поперек пластины. С увеличением количества осцилляций дисперсионные кривые приближаются к верхней границе области $\Omega = \gamma$. Участки дисперсионных кривых в этой области обозначены на рис. 3 красным цветом.

Интересной особенностью, которую демонстрируют кривые в этой области, является их аномальная дисперсия, на таких участках $d\Omega/d\kappa < 0$. Как и в случае распространения строго перпендикулярно слоям, который был рассмотрен в работе [6], здесь некоторые кривые оказываются немонотонными. Заметим, что все дисперсионные кривые при $\Omega < \gamma$ делятся на два типа. Первые монотонно возрастают, стремясь к предельному значению Ω_{anom} при больших значениях модуля κ волнового вектора. Другие кривые, расположенные выше этого значения, сначала возрастают, достигают максимума, а затем убывают, устремляясь к этому же предельному значению. Таким образом, положение Ω_{anom} отделяет область, в которой дисперсионные кривые содержат участки с аномальной дисперсией. Для Ω_{anom} справедливо следующее соотношение:

$$\Omega_{\text{anom}} = \sqrt{\gamma^2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta}. \quad (18)$$

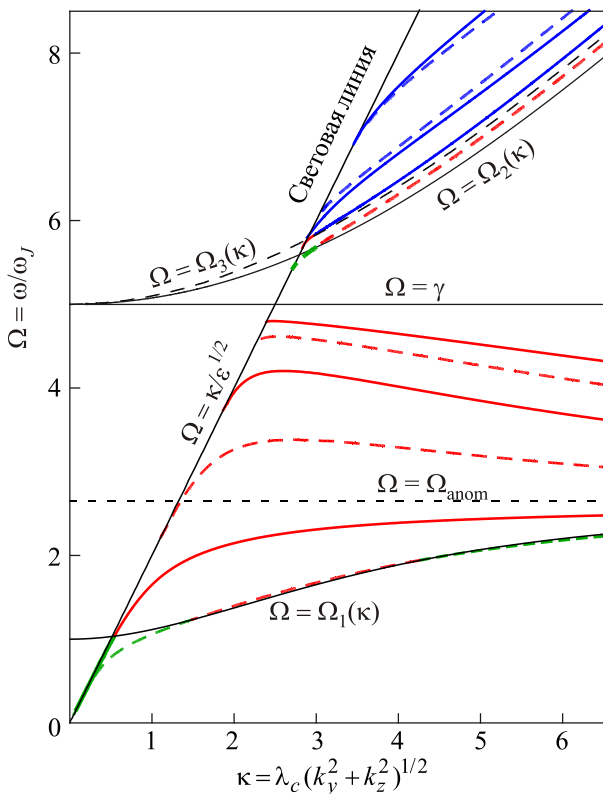


Рис. 3. (Онлайн в цвете) Дисперсионные кривые $\Omega(\kappa)$ для симметричных (сплошные линии) и антисимметричных (штриховые линии) мод в пластине слоистого сверхпроводника при фиксированном угле распространения $\theta = \pi/6$. Все кривые расположены ниже световой линии (тонкая наклонная прямая). Тонкие линии отделяют области, где меняет знак κ_o^2 (тонкая штриховая линия) и κ_e^2 (тонкие сплошные линии). Дисперсионные кривые, расположенные при $\Omega_{\text{anom}} < \Omega < \gamma$, немонотонны. Параметры такие же, как на рис. 2.

Видно, что с увеличением угла распространения θ значение $\Omega_{\text{аном}}$ растет, вплоть до γ , при котором все кривые становятся монотонными.

Обратим внимание на то, что рассмотренные дисперсионные кривые, расположенные ниже границы $\Omega = \gamma$, не пересекают эту границу. Дисперсионные кривые, расположенные выше, при $\Omega > \gamma$, также не пересекают эту границу, и такие кривые всегда монотонно возрастают, располагаясь в одной или нескольких из следующих трех частотных областей:

$$\gamma < \Omega < \Omega_2(\kappa), \quad \Omega_2(\kappa) < \Omega < \Omega_3(\kappa), \quad \Omega_3(\kappa) < \Omega. \quad (19)$$

В нижней области, при $\gamma < \Omega < \Omega_2(\kappa)$, обыкновенная и необыкновенная составляющие локализованной моды затухают поперек пластины, поскольку $\kappa_o^2 < 0$ и $\kappa_e^2 < 0$. В этой области может быть расположено не более одной симметричной и одной антисимметричной дисперсионных кривых, как и показано на рис. 3 зеленым цветом. В относительно узкой промежуточной области, при $\Omega_2(\kappa) < \Omega < \Omega_3(\kappa)$, обыкновенная составляющая затухает поперек пластины, $\kappa_o^2 < 0$, а необыкновенная — осциллирует, $\kappa_e^2 > 0$. В этой области может быть расположено несколько дисперсионных кривых, но их количество ограничено размером области, как показано на рис. 3 красным цветом. И наконец, в самой верхней области, при $\Omega > \Omega_3(\kappa)$, обе составляющие, обыкновенная и необыкновенная, осциллируют, поскольку $\kappa_o^2 > 0$ и $\kappa_e^2 > 0$. В последней области располагается бесконечное количество кривых, каждая из которых соответствует определенному числу осцилляций, укладываемых поперек пластины. Участки кривых, расположенные в этой области, изображены на рис. 3 синим цветом.

Обратим внимание на то, что в общем случае дисперсионные кривые, соответствующие симметричным и антисимметричным локализованным модам, чередуются. Это ясно видно для кривых, расположенных при $\Omega < \gamma$. Однако можно видеть, что для кривых, расположенных при $\Omega > \gamma$, строгое чередование симметричных и антисимметричных мод нарушается. Связано это с важной особенностью изучаемой задачи, а именно, наличием обыкновенной и необыкновенной составляющих в локализованной волне. Например, если мы рассматриваем распространение строго вдоль слоев, $\theta = 0$, то как говорилось выше, локализованные моды расщепляются на два типа: обыкновенные и необыкновенные моды (см. разд. 3). При некотором малом угле распространения, $\theta \ll 1$, моды не расщепляются и во всех модах присутствуют обе составляющие. Однако по-прежнему присутствуют два различных типа дисперсионных кривых, которые примерно соответствуют отдельным обыкновенным и необыкновенным модам для $\theta = 0$. Для обоих типов кривых по отдельности сохраняется чередование симметричных и антисимметричных мод. Однако для всех дисперсионных кривых,

расположенных при $\Omega > \gamma$, возникает эффект нарушения чередования.

4.2. Распространение волн при определенном значении κ_y

Дисперсионные кривые, представляющие зависимость $\Omega(\kappa_z)$ при фиксированном значении κ_y , изображены на рис. 4. Как и на рис. 3, сплошные толстые кривые соответствуют симметричным (по касательным к поверхности пластины компонентам \mathcal{H}_y и \mathcal{H}_z магнитного поля) локализованным модам, а штриховые толстые кривые — антисимметричным. Все кривые расположены при $\kappa_d^2 > 0$, соответственно, ниже световой линии. При этом в отличие от рис. 3 световая линия теперь не проходит через начало координат $\kappa_z = 0$, $\Omega = 0$ и представляет собой не прямую, а кривую, поскольку κ в соотношении $\Omega = \kappa / \varepsilon^{1/2}$ имеет вид $\kappa = (\kappa_y^2 + \kappa_z^2)^{1/2}$, где κ_z — переменная величина, а κ_y имеет фиксированное значение.

Подобно рис. (3), тонкие сплошные и штриховая кривые на рис. 4 заданы условиями $\kappa_e = 0$ и $\kappa_o = 0$ и отделяют области, где величины κ_e^2 и κ_o^2 меняют знак. Снизу вверх эти кривые соответствуют равенствам: $\Omega = \Omega_1(\kappa_z)$, $\Omega = \gamma$, $\Omega = \Omega_2(\kappa_z)$ и $\Omega = \Omega_3(\kappa_z)$, где оп-

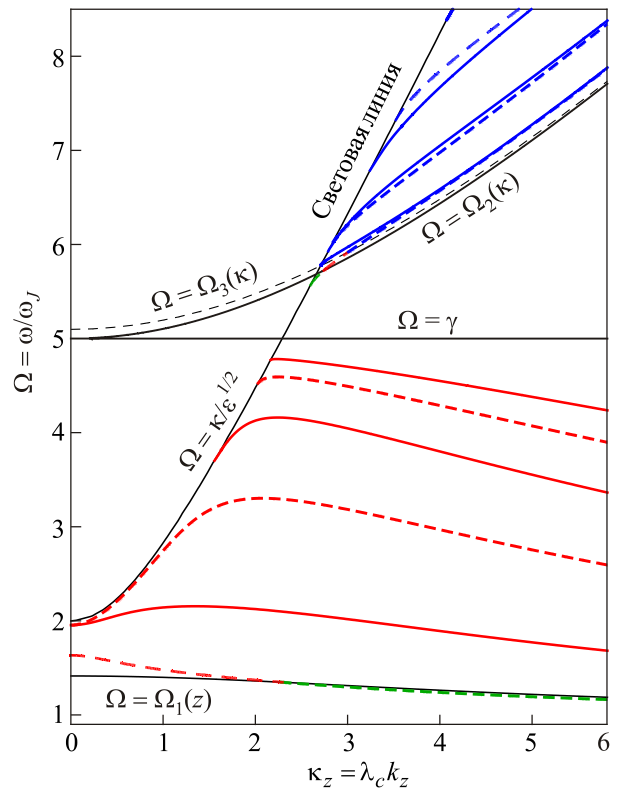


Рис. 4. (Онлайн в цвете) Дисперсионные кривые для симметричных (сплошные линии) и антисимметричных (штриховые линии) мод в пластине слоистого сверхпроводника при фиксированной проекции волнового вектора на направление вдоль слоев, $\kappa_y = 1$. Параметры и обозначения такие же, как на рис. 3.

ределения Ω_1 , Ω_2 и Ω_3 соответствуют равенствам (17), переписанным в терминах κ_y и κ_z :

$$\Omega_1(\kappa_z) \approx \sqrt{1 + \kappa_y^2(1 - \kappa_z^2/\gamma^2)}, \quad (20a)$$

$$\Omega_2(\kappa_z) \approx \sqrt{\gamma^2 + \kappa_z^2(1 + \kappa_y^2/\gamma^2)}, \quad (20b)$$

$$\Omega_3(\kappa_z) = \sqrt{\gamma^2 + \kappa_y^2 + \kappa_z^2}. \quad (20c)$$

В последних равенствах знак « \approx » обозначает приближенное значение при $\kappa_{y,z} \ll \gamma$.

Почти все рассуждения, касающиеся частотных областей, приведенные в предыдущем подразделе, остаются справедливыми и в случае фиксированного κ_y . Обратим внимание только на то отличие, что все дисперсионные кривые при $\Omega < \gamma$ содержат участки аномальной дисперсии. Это связано с тем, что при достаточно большом значении $\kappa_z \gg \kappa_y$ локализованные моды распространяются почти перпендикулярно слоям, а при таком распространении на дисперсионных кривых всегда содержатся участки с аномальной дисперсией.

4.3. Распространение волн при определенном значении κ_z

Дисперсионные кривые, представляющие зависимость $\Omega(\kappa_y)$ при фиксированном значении κ_z , изображены на рис. 5. Как и на рис. 3 и 4, сплошные толстые кривые соответствуют симметричным (по касательным к поверхности пластины компонентам \mathcal{H}_y и \mathcal{H}_z магнитного поля) локализованным модам, а штриховые толстые кривые — антисимметричным. Все кривые так же расположены ниже световой линии, $\Omega = (\kappa_y^2 + \kappa_z^2)^{1/2} / \epsilon^{1/2}$, где κ_y — переменная величина, а κ_z имеет фиксированное значение.

Так же, как и на рис. 3 и 4 тонкие сплошные и штриховые кривые на рис. 5 заданы условиями $\kappa_e = 0$ и $\kappa_o = 0$, и отделяют области, где соответствующие величины κ_e^2 и κ_o^2 меняют знак. Снизу вверх эти кривые соответствуют равенствам: $\Omega = \Omega_1(\kappa_y)$, $\Omega = \gamma$, $\Omega = \Omega_2(\kappa_y)$ и $\Omega = \Omega_3(\kappa_y)$, где определения Ω_1 , Ω_2 и Ω_3 представлены равенствами (4), которые теперь надо рассматривать как функции κ_y при фиксированном κ_z .

Почти все рассуждения, касающиеся частотных областей, приведенные в подразд. 4.2 сохраняются и в случае фиксированного κ_z . Обратим внимание только на то отличие, что все дисперсионные кривые оказываются монотонными. Это связано с тем, что при увеличении κ_y направление распространения приближается к $\theta = \pi/2$, при котором отсутствует аномальная дисперсия.

5. Заключение

Теоретически изучено распространение собственных локализованных терагерцевых волн вдоль пластины

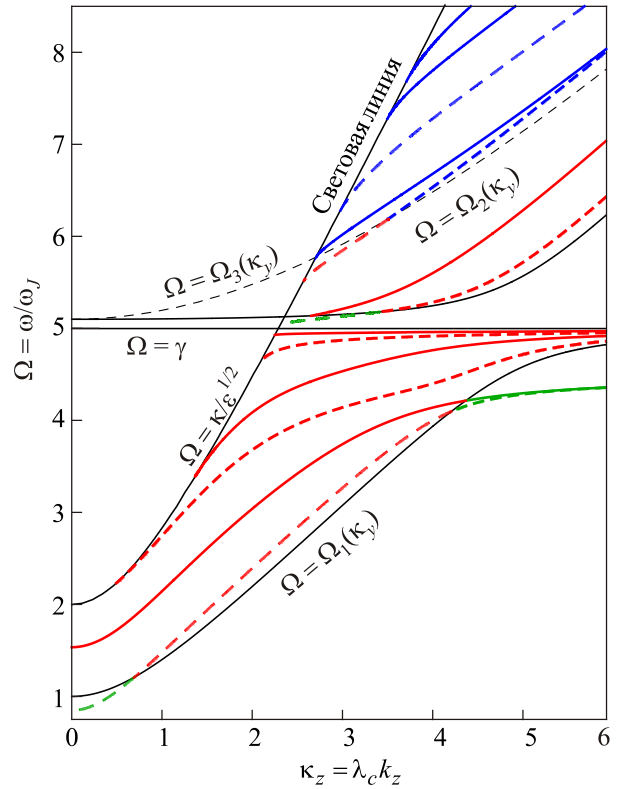


Рис. 5. (Онлайн в цвете) Дисперсионные кривые для симметричных (сплошные линии) и антисимметричных (штриховые линии) мод в пластине слоистого сверхпроводника при фиксированной проекции волнового вектора на направление вдоль слоев, $\kappa_z = 1$. Параметры и обозначения такие же, как на рис. 3.

слоистого сверхпроводника, слои которого перпендикулярны поверхности пластины. Рассматривается общий случай произвольного направления распространения, при котором электромагнитное поле локализованной моды в пластине представляет собой суперпозицию двух типов волн, обыкновенной и необыкновенной, причем эти две составляющие не могут быть отделены друг от друга. В частных случаях распространения строго вдоль или перпендикулярно слоям показано, что семейство локализованных мод расщепляется на два подсемейства, электромагнитное поле в каждой из которых описывается только одним типом волн, обыкновенной или необыкновенной волной. Показано, что при произвольном направлении распространения, кроме случая распространения строго вдоль слоев, дисперсионные кривые содержат участки с аномальной дисперсией. В зависимости от угла распространения определен частотный диапазон, в котором может наблюдаться аномальная дисперсия. Кроме этого, проанализированы дисперсионные кривые, представляющие зависимость частоты от одной из проекций волнового вектора при фиксированном значении другой проекции. Показано, что при фиксированной проекции волнового вектора поперек слоев аномальная дисперсия не наблюдается, а при

определенном значении проекции вдоль слоев аномальная дисперсия наблюдается в широком частотном диапазоне.

1. S. Savel'ev, V.A. Yampol'skii, A.L. Rakhmanov, and F. Nori, *Rep. Prog. Phys.* **73**, 026501 (2010).
2. A.L. Rakhmanov, V.A. Yampol'skii, J.A. Fan, F. Capasso, and F. Nori, *Phys. Rev. B* **81**, 075101 (2010).
3. V.A. Golick, D.V. Kadygrob, V.A. Yampol'skii, A.L. Rakhmanov, B.A. Ivanov, and F. Nori, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 187003 (2010).
4. R. Kleiner and P. Müller, *Phys. Rev. B* **49**, 1327 (1994).
5. X. Hu and S.-Z. Lin, *Supercond. Sci. Technol.* **23**, 053001 (2010).
6. C.C. Apostolov, B.I. Gavrilenko, Z.A. Maizelis, B.A. Ямпольский, *ФНТ* **43**, 360 (2017) [*Low Temp. Phys.* **43**, 296 (2017)].
7. S.S. Apostolov, N.M. Makarov, and V.A. Yampol'skii, *Phys. Rev. B* **97**, 024510 (2018).
8. R.A. Shelby, D.R. Smith, and S. Schultz, *Science* **292**, 77 (2001).
9. J.B. Pendry, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 3966 (2000).
10. B.M. Агранович, Ю.Н. Гартштейн, *УФН* **176**, 1051 (2006).
11. С.И. Ханкина, В.М. Яковенко, В.А. Ямпольский, *ФНТ* **38**, 245 (2012) [*Low Temp. Phys.* **38**, 193 (2012)].
12. S. Savel'ev, V. Yampol'skii, and F. Nori, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 187002 (2005).
13. V.A. Yampol'skii, D.R. Gulevich, S. Savel'ev, and F. Nori, *Phys. Rev. B* **78**, 054502 (2008).
14. Yu.O. Averkov, V.M. Yakovenko, V.A. Yampol'skii, and F. Nori, *Phys. Rev. B* **87**, 054505 (2013).
15. T.M. Slipchenko, D.V. Kadygrob, D. Bogdanis, V.A. Yampol'skii, and A.A. Krokhin, *Phys. Rev. B* **84**, 224512 (2011).
16. Ch. Helm and L.N. Bulaevskii, *Phys. Rev. B* **66**, 094514 (2002).
17. R. Kleiner, F. Steinmeyer, G. Kunkel, and P. Müller, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2394 (1992).
18. S. Rother, Y. Koval, P. Müller, R. Kleiner, D.A. Ryndyk, J. Keller, and C. Helm, *Phys. Rev. B* **67**, 024510 (2003).

Аномальна дисперсія косих терагерцових хвиль, локалізованих в пластині шаруватого надпровідника

C.C. Apostolov, Z.O. Maizelis, D.V. Shimkiv, O.O. Shmat'ko, V.O. Yampol'skii

Теоретично досліджено локалізовані хвилі, що поширюються уздовж пластини скінченної товщини, яка виготовлена з шаруватого надпровідника з шарами, перпендикулярними поверхні пластини. Завдяки сильній анізотропії шаруватого надпровідника електромагнітне поле моди являє собою суперпозицію звичайної та незвичайної хвиль, які в загальному випадку не можуть бути відокремлені одна від одної. Отримано закон дисперсії для довільного напрямку поширення таких локалізованих мод відносно шарів. Показано, що дисперсійні криві можуть як монотонно, так і немонотонно зростати, тобто містити ділянки з аномальною дисперсією. Визначено значення частоти в залежності від кута поширення, при яких може спостерігатися аномальна дисперсія. Проаналізована залежність частоти як від модуля поздовжнього хвильового вектора, так і від його проєкцій, що може мати важливе значення для практичного застосування в електроніці терагерцового діапазону.

Ключові слова: шаруватий надпровідник, поздовжній хвильовий вектор, аномальна дисперсія.

Anomalous dispersion of oblique terahertz waves localized in a plate of a layered superconductor

S.S. Apostolov, Z.A. Maizelis, D.V. Shimkiv, A.A. Shmat'ko, and V.A. Yampol'skii

Localized waves propagating along a plate of finite thickness, made of a layered superconductor with layers perpendicular to the surface of the plate, are studied theoretically. Due to the strong anisotropy of a layered superconductor, the electromagnetic field of a mode is a superposition of ordinary and extraordinary waves, which, in general, cannot be separated from each other. The dispersion law is obtained for an arbitrary direction of propagation of such localized modes with respect to the layers. It is shown that the dispersion curves can be monotonically increasing or non-monotonic, i.e. contain regions with anomalous dispersion. The frequency values, at which anomalous dispersion can be observed, are determined depending on the propagation angle. The frequency dependence on both the modulus and projections of the longitudinal wave vector is analyzed, that may be important for practical applications in the terahertz electronics.

Keywords: layered superconductor, longitudinal wave vector, anomalous dispersion.