Сверхбыстрая спиновая динамика и спинтроника для ферримагнетиков, близких к точке компенсации спина

(Обзор)

Б.А. Иванов

Институт магнетизма НАН и МОН Украины, пр. Вернадского, 36-б, г. Киев, 03142, Украина Национальный университет имени Тараса Шевченко, пр. Глушкова, 2, г. Киев, 03127, Украина E-mail: bor.a.ivanov@gmail.com

Статья поступила в редакцию 10 апреля 2019 г., опубликована онлайн 26 июля 2019 г.

Обсуждаются возможности применения магнетиков с частичной или полной компенсацией магнитных моментов различных групп спинов для повышения быстродействия приборов магнитной электроники, использующей спиновый ток (спинтроники). Для антиферромагнетиков хорошо известны эффекты обменного повышения скорости динамики спинов. Спинтроника антиферромагнетиков за несколько последних лет превратилась в самостоятельную, бурно развивающуюся область прикладной физики магнетизма. В работе подробно анализируется возможность использования другого класса магнитных материалов — ферримагнетиков, близких к точке компенсации спинов, в которых также проявляются указанные эффекты ускорения. Проведен сравнительный анализ этих двух классов магнетиков. Исследование нелинейной спиновой динамики ферримагнетиков проведено с использованием нелинейной сигмамодели для разности спиновых плотностей различных групп спинов. Приведен простой вывод этой модели и обсуждены ее реальные параметры для популярных ферримагнетиков, аморфных сплавов элементов группы железа и редкоземельных элементов. Проведен анализ различных нелинейных эффектов спиновой динамики — от однородных спиновых колебаний в малых частицах до динамики солитонов, доменных стенок, ферримагнетных скирмионов и вихрей. Обсуждается возможность возбуждения таких динамических режимов с помощью накачки спиновым током и применение в сверхбыстрой спинтронике.

Ключевые слова: спинтроника, ферримагнетики, спиновая динамика.

Содержание

1. Введение	1096
2. Основные понятия феноменологической теории магнетиков	1098
2.1. Типы магнитного порядка: особенности антиферромагнетиков	1098
2.2. Спиновая динамика (уравнение Ландау–Лифшица)	1100
3. Спиновая динамика ферримагнетиков на основе обобщенной сигма-модели	1101
4. Нелинейные однородные спиновые колебания	1105
5. Прецессионные солитоны (магнонные капли) в одноосных ферримагнетиках	1108
6. Динамика доменных стенок в двухосных ферримагнетиках	1110
6.1. Общие соображения и формулировка модели	1110
6.2. Структура и предельная скорость движения доменной стенки	1111
6.3. Вынужденное движение доменной стенки	1112
7. Особенности топологических солитонов, скирмионов и вихрей в ферримагнетиках	1117
7.1. Статическая структура и гироскопическая динамика	1117
7.2. Вихри в малых частицах ферримагнетиков	1119
7.3. Скирмионы — стабильность и динамика	1120
8. Заключение	1122
Приложение 1. Спиновый ток и схемы автоосцилляторов со спиновой накачкой	1122
Приложение 2. Параметры реальных ферримагнетиков	1124
Литература	1125

1. Введение

Современный прогресс в фундаментальной и прикладной физике магнетизма в значительной степени связан с развитием нанотехнологий, созданием и применением субмикронных магнитных частиц (наночастиц). С этим прогрессом связываются перспективы создания новых магнитных систем записи и обработки информации с повышенной плотностью записи и скоростью работы [1,2].

Развитие наномагнетизма породило ряд новых эффектов. Отметим прежде всего открытие эффекта гигантского магнитосопротивления [3,4], который проявляется при протекании тока, в котором спины электронов поляризованы, через ферромагнитный металл. В этом случае основным является понятие спинового тока. Спиновый ток можно получить, например, пропуская обычный электрический ток через слой магнитотвердого материала (поляризатор) или с применением спинового эффекта Холла, см. Приложение 1. Вскоре после открытия гигантского магнитосопротивления был предсказан еще один замечательный эффект действия спинового тока, который состоит в том, что спиновый ток, протекая через магнетик, может создавать специфическое «антизатухание» и компенсировать естественное затухание спиновой динамики [5,6], см. также обзоры [7–10]. В результате действия такого антизатухания устойчивое состояние магнитной наночастицы с некоторым заданным направлением магнитного момента может стать неустойчивым под воздействием спинового тока. Эта неустойчивость может развиваться двумя способами: под воздействием спинового тока магнитный момент наночастицы либо переворачивается (меняет направление на противоположное, которое оказывается стабильным), либо наночастица может переходить в состояние с устойчивыми немалыми колебаниями магнитного момента. Указанные эффекты позволяют создавать различные приборы магнитной электроники с субмикронными размерами. В первом случае возникает возможность записи информации импульсами тока; при этом считывание можно производить с применением эффекта гигантского магнитосопротивления. Реализация второго режима дает возможность создать твердотельный наногенератор, так называемый осциллятор со спиновой накачкой (spin-torque oscillator), см. Приложение 1. Были также предложены варианты создания спиновых аналогов типичных электронных устройств, диодов [11-15]; обсуждались даже спиновые транзисторы [16]. Эти открытия породили идею новой области прикладной физики магнетизма — спинтроники (spintronics - SPINelecTRONICS), в которой главная роль отводится не заряду, а спину электрона и не электрическому, а спиновому току [8–10].

Общая закономерность развития различных твердотельных электронных устройств определяется как увеличением плотности активных элементов, так и повышением скорости работы прибора. В частности, для систем памяти важно и уменьшение размера одного бита, и повышение скорости записи и считывания информации. Для генераторов существенно повышение рабочей частоты; также важна возможность ее перестройки. В настоящее время считается, что обе эти проблемы можно решить, применяя антиферромагнетики вместо стандартных ферромагнитных материалов [17–19].

Возможности реализации спинтроники, базирующийся на использовании антиферромагнетиков, стала понятной после работы [20], в которой было показано, что спиновый ток весьма эффективно воздействует даже на материалы со скомпенсированным магнитным моментом. Для повышения плотности магнитных элементов в магнитной микросхеме важно уменьшение магнитного момента отдельной частицы и создаваемых ей магнитных полей, но, естественно, при сохранении «жесткости» магнитного порядка, т.е. его устойчивости по отношению к тепловым флуктуациям и флуктуациям внешних полей. Дальнодействующее дипольное взаимодействие для достаточно плотных массивов магнитных частиц препятствует использованию бистабильности магнитных состояний отдельной частицы для записи. Здесь могли бы быть перспективны магнитные частицы в вихревом состоянии, однако критический размер таких частиц превышает сотни нм [21,22] и его уменьшение представляет серьезную проблему, см. [21-23]. Понятно, что частицы антиферромагнетиков, обладающие высокой температурой Нееля, малым (или нулевым) магнитным моментом и низкой чувствительностью к действию внешнего магнитного поля, могли бы обеспечить решение этой проблемы.

Принципиально важен тот факт, что собственные частоты спиновых колебаний для антиферромагнетиков значительно выше, чем для стандартных ферромагнитных материалов. Эти частоты, в силу так называемого эффекта обменного усиления, находятся в диапазоне от сотен гигагерц до нескольких терагерц, см. классическую монографию Е.А. Турова с соавторами [24] и недавние обзоры [25,26]. Характерные времена нелинейной динамики антиферромагнетиков, например время переключения между различными спиновыми состояниями, на несколько порядков короче, чем аналогичные значения для ферромагнетиков (для ортоферритов реализована скорость переключения порядка пикосекунд [27,28]). Для антиферромагнетиков экспериментально обнаружен эффект переключения магнитного состояния спиновым током [29,30]. Антиферромагнетики могут эффективно проводить спиновый ток на расстояниях, не меньших, чем ферромагнетики [31,32], обсуждались также эффекты усиления спинового тока [32] и даже неких аналогов сверхтекучести для спинового тока [33–37]. Наличие двух ветвей магнонов в принципе позволяет создавать более гибкие устройства логики и обработки информации [38].

Особенно привлекательна идея создания автоосциллятора со спиновой накачкой с антиферромагнитным активным элементом, который будет работать в диапазоне терагерцовых частот. К терагерцовому излучению относят (несколько условно) электромагнитные колебания с частотами от 300 ГГц до 3 ТГЦ, что отвечает длинам волн от 1 мм до 100 микрон, см. рис. 1. В последние годы потребность в освоении диапазона терагерцовых волн резко возрастает, однако имеется явный дефицит компактных источников терагерцового излучения. Это формулируется как «проблема заполнения терагерцовой щели», см. [39-42]. Возможные приложения терагерцовых волн включают применение в 4 G и 5 G телекоммуникационных системах и космическую связь, обеспечение безопасности и поиск запрещенных материалов, биологию и медицину, информационные технологии, сверхбыструю обработку данных, см. недавнее обсуждение в [42]. В настоящее время предложено несколько конкретных схем таких автоосцилляторов, работающих в диапазоне терагерц, в которых применялись стандартные диэлектрические антиферромагнетики [43-48]. Проведенные расчеты с учетом реальных параметров материалов показали их высокую эффективность, однако к настоящему моменту эффекты генерации не наблюдались и ни одна из этих схем не реализована экспериментально.

У автора данного обзора нет ни малейших сомнений, что антиферромагнетики найдут свое применение в будущих устройствах спинтроники, особенно спин-



Рис. 1. Схематическое представление различных диапазонов электромагнитных волн и наиболее типичных когерентных источников этих волн. Краткие обозначения: IR (infrared) — инфракрасное излучение; VL (visual light) — видимый свет; UV (ultraviolet) — ультрафиолетовое излучение, X-ray — рентгеновское излучение. Сокращение SR (Synchrotron radiation) использовано для обозначения источников рентгеновского излучения, основанных на применении синхротронного излучения заряженных частиц в ускорителях.

троники терагерцового диапазона. Однако антиферромагнитное упорядочение спинов имеет ряд характерных особенностей, отсутствующих для стандартных ферромагнетиков (или аморфных ферримагнетиков, которые будут обсуждаться в этом обзоре). Эти особенности обусловлены высокой чувствительностью антиферромагнитного порядка к наличию дефектов, нарушающих подрешеточную структуру кристаллического образца; они будут обсуждаться в следующем разделе.

В настоящее время трудно оценить, насколько эти эффекты будут важны. Поэтому представляет интерес поиск альтернативных материалов, которые также могли бы быть использованы в спинтронике терацерцового диапазона, но не создавали бы проблем, присущих антиферромагнетикам. Решение, в некотором смысле, лежит на поверхности: достаточно давно известен тот факт, что эффекты обменного усиления динамических параметров имеют место и для ферримагнетиков, находящихся в непосредственной близости точки компенсации спинов подрешеток [49]. В частности, в этой точке возрастает (и становится чисто обменной) предельная скорость движения доменных стенок и других солитонов [49]. Удивительным является тот факт, что эта особенность спиновой динамики не была обнаружена в эксперименте в течение многих десятилетий, несмотря на прямые теоретические предсказания «антиферромагнитного» поведения частот и сверхбыстрой динамики солитонов, а также наблюдение таких эффектов для антиферромагнетиков [50-52]. Лишь недавно появилась работа, где экспериментально наблюдалось резкое увеличение скорости доменной стенки в аморфном сплаве GdFeCo при подходе к точке компенсации спинов [53], и это увеличение было интерпретировано в терминах обменного ускорения. Эта работа демонстрирует реальность создания ферримагнитных высокоскоростных устройств спинтроники, в частности, возможность изготовления необходимых наноструктур высокого качества. Недавно было продемонстрировано сверхбыстрое переключение магнитного момента ферримагнитных гранатов, близких к точке компенсации [54]. Теоретически показано, что собственные частоты колебаний магнитных вихрей в частицах ферримагнетиков могут достигать значений в десятки ГГц, что значительно выше, чем для стандартных ферромагнитных вихрей (менее гигагерца) [55].

Отметим, что ферримагнетики значительно удобнее, чем антиферромагнетики, с точки зрения применения в нанофизике, в частности, спинтронике. Например, аморфные сплавы редкоземельных элементов с элементами группы железа (типа знаменитого GdFeCo, для которого наблюдалось сверхбыстрое, за время порядка пикосекунды, изменение знака магнитного момента при нагреве фемтосекундным лазерным импульсом [56–58]) являются типичными ферримагнетиками, но для них можно использовать стандартные нанотехнологии, такие же, как для классических материалов наномагнетизма, железа, никеля или пермаллоя. Эффекты переключения наблюдались не только для пленок, но и для микрочастиц [57] и наночастиц [58] этого материала. Кроме того, эти сплавы, как и многие другие ферримагнетики, имеют металлическую проводимость, что позволяет использовать стандартные эффекты магнитосопротивления для считывания сигналов в информационных системах или для преобразования энергии спиновых колебаний в переменный электрический ток. Не менее важно, что для них можно варьировать магнитную анизотропию, что принципиально для высокочастотных приложений. Однако специфика эффектов спинтроники для ферримагнетиков практически не изучена.

Настоящая работа посвящена описанию спиновой динамики для ферримагнетиков в «антиферромагнитной» области параметров, когда для них присутствуют эффекты обменного усиления и их динамические свойства близки к свойствам антиферромагнетиков. Особое внимание уделяется аморфным ферримагнитным сплавам. Проведен сравнительный анализ спинового порядка для ферромагнетиков или ферримагнетиков, с одной стороны, и антиферромагнетиков. Приведен вывод обобщенного уравнения сигма-модели, известного для «чистых» антиферромагнетиков, на случай реальных почти скомпенсированных ферримагнетиков, с учетом диссипативных процессов и влияния спинового тока. На основе полученных уравнений исследованы различные режимы нелинейной спиновой динамики, которые могут использоваться в устройствах терагерцевой спинтроники. Хотя основное внимание посвящается теории (обзор написан теоретиком), обсуждаются (немногие) известные к настоящему моменту экспериментальные данные, свидетельствующие об обменном ускорении спиновой динамики, в том числе нелинейной, вблизи точки компенсации спинов ферримагнетиков.

2. Основные понятия феноменологической теории магнетиков

2.1. Типы магнитного порядка: особенности антиферромагнетиков

Магнитное упорядочение обычно ассоциируется с появлением ненулевого среднего значения намагниченности **M** или спиновой плотности **s**. Намагниченность **M** и вектор спиновой плотности **s** связаны соотношением $\mathbf{M} = -g\mu_B \mathbf{s}$, где g — фактор Ланде (gфактор); здесь и далее под μ_B понимается модуль магнетона Бора (магнитный момент электрона антипараллелен его спину). Для ферромагнетиков средние значения всех спинов параллельны, и описание их спиновой системы ограничивается одной векторной характеристикой — намагниченностью М. Это свойство характеризует не только простейшие одноэлементные ферромагнетики, но и ферромагнитные сплавы типа пермаллоя Ni_xFe_{1-x}. Намагниченность отлична от нуля и для ферримагнетиков, в которых можно выделить несколько различных групп магнитных ионов с антипараллельными спинами. В простейшем случае таких групп две, им соответствуют намагниченности M_1 , M_2 и спиновые плотности s₁, s₂. Для ферримагнетиков спонтанная намагниченность $\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$ или спиновая плотность $s = s_1 + s_2$, как правило, отличны от нуля, хотя они могут обращаться в ноль при некоторых выбранных значениях внешних параметров (в так называемых точках компенсации, см. подробнее ниже). Важно, что даже для одноэлементных ферромагнетиков, содержащих ионы переходных элементов в s-состоянии, значение g-фактора может заметно отличаться от величины g = 2,0023... для свободного электрона. Например, для «классических» ферромагнетиков, железа и никеля с гранецентрированной кубической решеткой приняты значения g = 2,2 и 2,09, для кобальта с гексагональной плотноупакованной решеткой g = 2,14. Значения gфакторов для различных групп магнитных ионов в ферримагнетике могут быть различными, что приводит к различию условий компенсации намагниченности и спиновой плотности.

На языке теории симметрии появление намагниченности означает, что имеет место спонтанное нарушение симметрии относительно отражения времени \hat{T} . При этом преобразовании вектор намагниченности меняет знак, $\mathbf{M} \rightarrow -\mathbf{M}$ при $t \rightarrow -t$. Это свойство присуще не только простейшему одноэлементному ферромагнетику, но и многим другим магнетикам, в частности, ферромагнитным сплавам типа пермаллоя Fe_{1-x}Ni_x. Оно характерно и для ферримагнетиков. Важно отметить, что для всех этих материалов операцию отражения времени необходимо рассматривать независимо от операций симметрии, связанных с кристаллическим строением магнетика. Это проявляется в возможности существования ферромагнетизма для аморфных ферромагнетиков (например, пермаллоя) или аморфных ферримагнетиков. В последних, например, популярных сейчас сплавах переходных и редкоземельных металлов типа $Gd_x(FeCo)_{1-x}$, намагниченности этих двух подсистем антипараллельны.

Антиферромагнетики представляют собой принципиально иной класс магнетиков, в которых спонтанная намагниченность может быть строго равна нулю, но симметрия относительно инверсии времени спонтанно нарушена [24]. Такую ситуацию можно представить, полагая, что кристаллическая решетка антиферромагнетика содержит две магнитные подрешетки, намагниченности которых \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 точно равны по длине и антипараллельны, $\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 = 0$. Предположение о точном равенстве \mathbf{M}_1 и \mathbf{M}_2 подразумевает, что эти подрешетки обязательно эквивалентны кристаллографически, т.е. существует по крайней мере один элемент кристаллической группы симметрии (так называемый нечетный элемент $\hat{g}^{(-)}$, см. [24]), переводящий одну подрешетку в другую. В частности, наличие такой эквивалентности гарантирует равенство g-факторов подрешеток и одновременную компенсацию как суммарной спиновой плотности, так и намагниченности в широком интервале изменения внешних условий. Параметром порядка для антиферромагнетика является вектор антиферромагнетизма $L = M_1 - M_2$. Такую же характеристику вводят и для ферримагнетиков, но для антиферромагнетика вектор $\mathbf{L} = \mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2$ меняет знак не только при отражении времени \hat{T} , но и при некоторых преобразованиях кристаллической группы симметрии $\hat{g}^{(-)}$. Симметрийный аспект предельно важен для физики антиферромагнетизма, именно существование нечетных элементов кристаллической группы $\hat{g}^{(-)}$ является строгим критерием антиферромагнетизма [24]. Этот критерий должен быть выполнен и для так называемых антиферромагнетиков со слабым ферромагнетизмом, или скошенных антиферромагнетиков (canted antiferromagnets), в которых при ориентации вектора L вдоль определенных направлений возникает спонтанный слабый магнитный момент M^{weak}, пропорциональный L, $M_i^{\text{weak}} = d_{ik}L_k$, вид тензора d_{ik} определяется магнитной симметрией кристалла. Важно отметить, что намагниченность феррита около точки компенсации спинов может быть малой и, в принципе, быть сравнимой с величиной слабого момента антиферромагнетиков, т.е. оба эти класса материалов имеют сходное поведение статических свойств. Однако роль слабого магнитного момента М^{weak} в «идеальных» антиферромагнетиках и нескомпенсированного момента ферримагнетиков в спиновой динамике принципиально различная, см. обзор [59]. Надо заметить, что существуют также и аморфные антиферромагнетики, см. [60], но их спиновая структура принципиально иная, чем для стандартного случая магнетика с несколькими подрешетками.

В силу такой чувствительности антиферромагнитного порядка к кристаллической решетке может возникнуть проблема работы с наносистемами, включающими антиферромагнитные активные элементы. Здесь важно не только наличие локальных дефектов, но и неидеальность формы частиц антиферромагнетика, см., например, обзор [61]. Строго говоря, чистый антиферромагнетизм с полностью компенсированными магнитными моментами подрешеток для реальных наночастиц не существует: трудно ожидать, что для реальной системы из $N = N_1 + N_2$ спинов, N_1, N_2 — число узлов в каждой подрешетке, при $N \sim 10^5 - 10^9$ можно добиться точного равенства $N_1 = N_2$. Для атомных кластеров, включающих сотни или тысячи спинов с антиферромагнитным взаимодействием, весьма заметной становится роль поверхности. Даже для атомарногладкой поверхности число частиц в подрешетках может отличаться. Как следствие, возникает раскомпенсация суммарного спина частицы антиферромагнетика. Приведем пример частиц ферритина, играющих важную роль в жизнедеятельности млекопитающих. Эти частицы используются как модельный объект для экспериментального исследования свойств наночастиц антиферромагнетика, особенно эффектов макроскопического квантового туннелирования, см. [62,63]. Частица ферритина содержит примерно 4500 ионов железа Fe^{3+} со спином S = 5/2, связанных антиферромагнитным взаимодействием и упорядоченных в почти идеальной магнитной структуре типичного кристаллического антиферромагнетика — гематита. При этом нескомпенсированный момент частицы ферритина не мал и составляет около 200 µ_B, иными словами, порядка 1% от максимально возможного значения. Как будет аргументировано ниже в основной части обзора, именно при таком значении раскомпенсации проявляются принципиальные отличия ферримагнетиков от антиферромагнетиков; с другой стороны, это значение оптимально для некоторых применений ферримагнетиков в спинтронике, см. ниже разд. 4. Таким образом, с точки зрения спиновой динамики ферритин следует рассматривать как ферримагнетик, близкий к точке компенсации. Наличие раскомпенсации принципиально меняет динамические свойства, как классические [49,64,65], так и квантовые [66-68], магнитных наночастиц с антиферромагнитным взаимодействием.

Для другого важного примера нанообразцов антиферромагнетика, тонких пленок, возникает похожая картина. Свойства поверхности антиферромагнетика, в частности, границ контакта антиферромагнетик-ферромагнетик исследуются в течение длительного времени, поскольку они определяют практически важный эффект так называемого обменного подмагничивания (exchange bias), см. [69,70]. Даже при атомно-гладкой поверхности пленки, представляющей идеальную атомную плоскость, можно представить несколько сценариев, которые приводят к раскомпенсации. Спины на границе могут принадлежать или разным подрешеткам, как показано на рис. 2(а), или одной и той же, см. рис. 2(б). Только в первом случае статическая намагниченность идеальной атомно-гладкой поверхности антиферромагнетика равна нулю. Наоборот, во втором случае граница намагничена, и такая граница является некомпенсированной. Для нанопленок с некомпенсированной границей и толщиной порядка 10 нм, что соответствует 20-30 атомным плоскостям, возникает различие в поведении пленок с четным или нечетным числом атомных плоскостей, в последнем случае имеет место раскомпенсация полного спина образца с масштабом несколько процентов. В реальных системах с шероховатостью границы в атомном масштабе может



Рис. 2. (Онлайн в цвете) Различные варианты границы контакта антиферромагнетика с двумя подрешетками (магнитные атомы, относящиеся к различным подрешеткам обозначены на рис. красными и синими кружками) с неантиферромагнитным материалом, атомы которого обозначены зелеными кружками.

также существовать промежуточный случай частично компенсированной границы. В этом случае не только возникает раскомпенсация, но возможно также появление макроскопических неоднородностей типа спиновых дисклинаций, см. [71,72], что наблюдалось в тонких пленках хрома [73]. Насколько нам известно, влияние эффектов раскомпенсации или появления макроскопических дефектов типа спиновых дисклинаций для работы устройств антиферромагнитной спинтроники не обсуждались.

2.2. Спиновая динамика (уравнение Ландау–Лифшица)

Спиновая динамика ферромагнетиков описывается известным уравнением Ландау–Лифшица [74], см. также монографию [75], которое обычно записывается для намагниченности

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}] + \mathbf{R} + \mathbf{T}, \ \mathbf{H}_{\text{eff}} = -\frac{\delta W[\mathbf{M}]}{\delta \mathbf{M}}, \quad (1)$$

где $\gamma = g\mu_B / \hbar$, $\gamma \approx 2,8 M \Gamma \mu/\Im$ при g = 2. Эффективное магнитное поле \mathbf{H}_{eff} определяется как вариационная производная энергии (точнее, неравновесного термодинамического потенциала) ферромагнетика $W = W[\mathbf{M}]$, записанной в виде функционала плотности намагниченности $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$. Первое слагаемое описывает недиссипативную динамику \mathbf{M} , остальные слагаемые определяют процессы, не сохраняющие энергию. Здесь выделено два слагаемых, \mathbf{R} описывает диссипативные процессы и \mathbf{T} определяет крутящий момент, вызванный действием спин-поляризованного тока (spin transfer torque).

Важно отметить, что при $\mathbf{R} = 0$ и $\mathbf{T} = 0$ уравнение (1) сохраняет длину намагниченности, $\partial(\mathbf{M}^2)/\partial t =$ $= 2(\mathbf{M} \cdot \partial \mathbf{M} / \partial t) = 0$. Это условие является ключевым компонентом стандартной феноменологической теории магнетизма. Обычно слагаемые \mathbf{R} и \mathbf{T} выбирают так, чтобы условие $\mathbf{M}^2 = M_s^2 = \text{const}$ сохранялось и для неконсервативной динамики. Такому условию соответствуют две альтернативные формы записи \mathbf{R} , в оригинальной форме, предложенной Ландау и Лифшицем \mathbf{R}_{LL} , или в форме Гильберта \mathbf{R}_G ,

$$\mathbf{R}_{LL} = \lambda \left[\mathbf{H}_{\text{eff}} - \frac{1}{{M_s}^2} (\mathbf{H}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{M}) \mathbf{M} \right],$$
(2)
$$\mathbf{R}_G = \alpha_G \frac{1}{M_s} \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right].$$

Можно показать, что эти две формы полностью эквивалентны и сводятся друг к другу при переобозначении констант, см., например, монографию [76].

Обсудим важность условия | M |= const и возможность выхода за его рамки. В реальных магнетиках при отклонении величины | М | от равновесного (при данной температуре T) значения намагниченности $M_0(T)$ будет происходить достаточно быстрая релаксация, см. [75]. Использование уравнения (1) подразумевает, что такая продольная релаксация и поперечная динамика спинов слабо связаны. В последние годы продольная эволюция намагниченности была исследована с применением сверхбыстрого нагрева магнетиков фемтосекундными лазерными импульсами, при этом наблюдались неожиданные и достаточно необычные эффекты. Для ферримагнитного сплава редкоземельных и переходных металлов GdFeCo после действия фемтосекундного импульса наблюдалось быстрое (за время порядка пикосекунд) «переключение» направления суммарного магнитного момента частицы [56-58]. Описание этого эффекта потребовало развития последовательной теории продольной эволюции спинов в различных магнетиках. Интересно заметить, что основа этой теории был создана еще в 80-е годы в работах В.Г. Барьяхтара, который на основе формализма Онзагера построил общий вид релаксационных слагаемых R обменной и релятивистской природы [77-81]. Уравнение Ландау-Лифшица с релаксационными слагаемыми, предложенными В.Г. Барьяхтаром, сейчас принято называть уравнением LLBar [82,83]. В этих работах, частности, было показано, что релаксационное слагаемое обменного происхождения обязательно нарушает условие $\mathbf{M}^2 = M_s^2 = \text{const}$, принятое в феноменологической теории магнетизма на протяжении почти столетия. Широко используется также так называемое уравнение Ландау-Лифшица с релаксационным слагаемым в форме Блоха (LLB), см. [84-86], которое также не сохраняет модуль намагниченности. Вскоре после выхода работ [77–81] было показано, что учет несохранения модуля | **M** | важен для описания релаксации нелинейных возбуждений (солитонов различного типа) в магнетиках [87–90]. Применение этого уравнения для ферримагнетиков позволило теоретически описать указанные выше эффекты «переключения» [91,92], а также указать на возможность интересных эффектов неоднородной продольной эволюции спиновой плотности магнетиков [83,93–96]. Детальное описание продольной динамики спинов выходит, однако, за рамки настоящей работы, последние результаты можно найти в монографии [76].

Вернемся к уравнению (1) и обсудим форму слагаемого **T**, определяющего воздействие спинового тока на намагниченность ферромагнетика (накачку спиновым током). Если в образец втекает электрический ток с частичной поляризацией спинов электронов вдоль некоторого направления $\hat{\mathbf{p}}$, $\hat{\mathbf{p}}^2 = 1$, с учетом условия $|\mathbf{M}| = \text{const}$, для **T** естественно принять следующее выражение (см., например, [7–9]):

$$\mathbf{T} = \frac{\sigma j}{M_s} \Big[\mathbf{M} \times \big(\mathbf{M} \times \hat{\mathbf{p}} \big) \Big], \tag{3}$$

где j — плотность электрического тока, формулы для σ в различных схемах накачки спиновым током приведены в Приложении 1. Удобно использовать параметр $\tau = \sigma j$, который имеет размерность частоты [7]. Отметим, что накачка продольной компоненты в принципе также возможна. Ее учет важен при описании продольной спиновой динамики, однако насколько нам известно, этот вопрос не обсуждался.

Полезно отметить, что неконсервативные слагаемые **R** и **T** можно записать стандартным образом через диссипативную функцию ферромагнетика $Q = Q_G + Q_{STT}$,

$$\mathbf{R}_{G} = \gamma M_{s} \left(\mathbf{m} \times \frac{\delta Q_{G}}{\delta(d\mathbf{M} / dt)} \right),$$

$$\mathbf{T} = \gamma M_{s} \left(\mathbf{m} \times \frac{\delta Q_{STT}}{\delta(d\mathbf{M} / dt)} \right),$$
(4)

где обозначено $\mathbf{m} = \mathbf{M} / M_s$ и вклады в Q определяются формулами

$$Q_{G} = \frac{\alpha_{G}}{2\gamma M_{s}} \int d\mathbf{r} \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}\right)^{2},$$

$$Q_{STT} = \frac{\tau}{\gamma M_{s}} \int d\mathbf{r} \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} (\mathbf{M} \times \mathbf{p})\right),$$
(5)

при этом скорость изменения энергии ферромагнетика определяется выражением

$$\frac{dW}{dt} = -2Q_G - Q_{STT}.$$
(6)

Величина $Q_G > 0$ имеет определенный знак, в то время как знак вклада спинового тока Q_{STT} зависит от

взаимной ориентации поляризации спинового тока **р** и намагниченности **М**. Последний вклад может играть роль как положительного, так и отрицательного трения, что и определяет возможность эффектов «антизатухания». Отметим что формула (6) отличается от обычного соотношения dW / dt = -2Q, которое справедливо только для механических систем с диссипативной функцией, квадратичной по обобщенным скоростям [97].

3. Спиновая динамика ферримагнетиков на основе обобщенной сигма-модели

Подход, основанный на уравнении Ландау–Лифшица (1), справедлив не только для «чистых» ферромагнетиков, но и для описания низкочастотной динамики (частота ниже, чем соответствующее «обменное» значение, которое будет конкретизировано ниже) для всех магнетиков с немалой намагниченностью в основном состоянии. В частности, если длины спинов $s_1 = |\mathbf{s}_1|$ и $s_2 = |\mathbf{s}_2|$ заметно отличаются, $s_1 - s_2 \sim s_{1,2}$, это уравнение применяется для ферримагнетиков [98,99]. С другой стороны, применение уравнения типа (1) для вектора L антиферромагнетиков категорически запрещено симметрией: консервативная часть этого уравнения инвариантна относительно инверсии времени, но не инвариантна относительно любого нечетного элемента группы симметрии антиферромагнетика [24].

Хорошо известно, что при условии малости намагниченности динамику антиферромагнетика можно описать при помощи замкнутого уравнения для единичного вектора антиферромагнетизма І. При этом подходе вектор намагниченности антиферромагнетика является подчиненной переменной и определяется вектором I и его производной по времени $\partial \mathbf{I} / \partial t$. Динамические уравнения движения для поля единичного вектора l принято называть уравнениями сигма-модели, их применение существенно упрощает анализ как линейных, так и нелинейных динамических эффектов в антиферромагнетиках, см. монографии и обзоры [50,51,59,100]. Оказывается, что вблизи точки спиновой компенсации динамика ферримагнетика также описывается некоторой версией сигма-модели. Для вывода этого уравнения можно использовать несколько альтернативных подходов, см. [49,53,64,66,67]. Используем наиболее простой и наглядный способ, который базируется на использовании системы двух уравнений Ландау–Лифшица (1) для двух групп спинов (для краткости будем говорить о подрешетках, хотя этот подход применим и к кристаллическим, и к аморфным магнетикам) с намагниченностями M₁, M₂ или спиновыми плотностями s₁, $\mathbf{s}_{2}, \, \mathbf{s}_{1,2} = -\mathbf{M}_{1,2} / g_{1,2} \mu_{B},$ здесь и далее спин измеряется в единицах постоянной Планка.

Для случая неэквивалентных спинов запись через спиновые плотности более последовательная [91], поскольку она допускает прямой переход к квантовой механике. Достаточно сравнить схематическую запись

квантового уравнения движения для оператора спина $i\hbar\partial \hat{\mathbf{s}} / \partial t = [\hat{\mathbf{s}}, \hat{H}]$, где \hat{H} — гамильтониан системы, $[\hat{s}, H]$ — коммутатор операторов, с соответствующей записью уравнения Ландау–Лифшица (1) через классическую величину, спиновую плотность s, $\hbar \partial s / \partial t =$ = $[\mathbf{s} \times \delta W / \delta \mathbf{s}]$. Эта запись также удобна технически, поскольку ее использование позволяет не учитывать различие g-факторов различных спинов при выводе уравнений. Уравнения типа (1) для намагниченностей $M_{1,2}$ легко переписать через спиновые плотности $s_{1,2}$, $\mathbf{M}_{1,2} = -g_{1,2}\mu_B \mathbf{s}_{1,2}$. Далее надо выбрать вид феноменологической энергии $W = W[\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2]$, которая зависит от большого числа параметров, определяющих как свойства отдельных подрешеток, так и взаимодействие между ними. Этих параметров достаточно много, больше, чем для антиферромагнетика, где определенные упрощения возникают за счет эквивалентности подрешеток. Однако вид энергии можно значительно упростить в интересующем нас случае окрестности точки компенсации углового момента (спина) s₁ = s₂, здесь и далее $s_{1,2} = |\mathbf{s}_{1,2}|$. В этом случае вместо спиновых плотностей удобно использовать такие же комбинации, как и для антиферромагнетика,

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2}{s_{\text{tot}}}, \ \mathbf{l} = \frac{\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2}{s_{\text{tot}}}, \ s_{\text{tot}} = s_1 + s_2.$$
(7)

Векторы **m** и l связаны двумя простыми соотношениями:

$$\mathbf{m} \cdot \mathbf{l} = (s_1 - s_2) / s_{\text{tot}}, \ \mathbf{m}^2 + \mathbf{l}^2 = 1 + [(s_1 - s_2) / s_{\text{tot}}]^2.$$
 (8)

В линейном приближении по малому параметру $(s_1 - s_2) / s_{tot} \ll 1$ для ферримагнетика, как и для антиферромагнетика, можно считать, что $\mathbf{m}^2 + \mathbf{l}^2 = 1$.

Вблизи точки компенсации можно ожидать, что величина вектора т мала. В силу этого при записи энергии можно ограничиться лишь главным приближением по компонентам вектора т. Это существенно упрощает структуру энергии, которую надо использовать для адекватного описания динамики феррита. Действительно, энергия однородного обмена ферримагнетика в принципе может содержать три инварианта: \mathbf{l}^2 , \mathbf{m}^2 и $\mathbf{m} \cdot \mathbf{l}$. Однако в силу условия (8) $\mathbf{m} \cdot \mathbf{l}$ сводится к константе, а l^2 выражается через m^2 . Поэтому в энергии можно оставить только один инвариант, в качестве которого удобно выбрать m². При записи энергии неоднородного обмена и релятивистских взаимодействий можно ограничиться только инвариантами, содержащими вектор I, и считать вектор I единичным, $I^2 = 1$. Учет слагаемых, билинейных по компонентам **m** и **l**, типа $m_z l_z$ для одноосного ферримагнетика, может приводить к некоторым особенностям в динамике солитонов [101], но не меняет характер эффектов, которые обсуждаются в настоящем обзоре, и далее не рассматривается. В результате плотность энергии может быть записана в простом и универсальном виде:

$$w = \frac{E_{\text{ex}}}{2} \mathbf{m}^2 + \frac{A}{2} \left(\nabla \mathbf{l} \right)^2 + w_a(\mathbf{l}) - \mathbf{M} \mathbf{H}_0 - \frac{1}{2} \mathbf{M} \mathbf{H}_m.$$
(9)

Здесь два первых слагаемых определяют обменную энергию, E_{ex} и A — константы однородного и неоднородного обмена, соответственно, $w_a(\mathbf{l})$ — энергия анизотропии, последние два слагаемых описывают вклад внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 и магнитостатическую энергию. Эти, и только эти, слагаемые зависят от намагниченности \mathbf{M} , а не спиновых плотностей. Ниже будет показано, как вектор \mathbf{M} может быть легко выписан через вектор \mathbf{l} , см. уравнение (13), поэтому можно также считать, что и эта часть энергии зависит от только вектора \mathbf{l} .

Уравнения феноменологической теории для спиновых плотностей подрешеток ферримагнетика s_1 и s_2 легко переписать через вектора l и m; их структура точно такая же, как для антиферромагнетика

$$-\hbar s_{\text{tot}} \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = \left[\mathbf{m} \times \frac{\delta W}{\delta \mathbf{m}} \right] + \left[\mathbf{l} \times \frac{\delta W}{\delta \mathbf{l}} \right],$$
$$-\hbar s_{\text{tot}} \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} = \left[\mathbf{l} \times \frac{\delta W}{\delta \mathbf{m}} \right] + \left[\mathbf{m} \times \frac{\delta W}{\delta \mathbf{l}} \right]. \tag{10}$$

Здесь $W = W[\mathbf{l}, \mathbf{m}]$ — функционал энергии (неравновесный термодинамический потенциал), величины $\mathbf{h}_{m,l} = -\delta W / \delta(\mathbf{m}, \mathbf{l})$, имеющие размерность плотности энергии, играют роль эффективных полей для ферримагнетика. Заметим, что в этих уравнениях знаки при $\partial \mathbf{l} / \partial t$ и $\partial \mathbf{m} / \partial t$ отличаются от тех, что выбраны в уравнении Ландау–Лифшица (1) для намагниченности **M**; как объяснялось выше, намагниченности подрешеток **M**₁ и **M**₂ антипараллельны спинам подрешеток электронного происхождения **s**₁ и **s**₂. При записи уравнений (10) для простоты опущены неконсервативные вклады различного происхождения, они будут восстановлены в конечном уравнении для вектора **l**.

Если длины спиновых плотностей $s_1 = |\mathbf{s}_1|$ и $s_2 = |\mathbf{s}_2|$ заметно отличаются, $s_1 - s_2 \sim s_{1,2}$ (для более точного критерия см. формулу (12) ниже), решение уравнений (10) в линейном приближении определяет две ветви магнонов, одна из которых низкочастотная и практически совпадает с тем, что получается из простого уравнения Ландау-Лифшица для ферромагнетика (1). Магноны второй ветви имеют активацию порядка обменного интеграла между подрешетками E_{ex}; их частоты лежат в инфракрасном диапазоне. Этот предельный случай подробно описан в монографиях [98,99]. Здесь, однако, интересен другой предельный случай «антиферромагнитного» поведения, при котором обе частоты сравнимы, малы по сравнению с обменной частотой, но значительно превосходят «ферромагнитную» частоту релятивистского происхождения.

Для анализа этого случая заметим, что с учетом формы энергии (9) все слагаемые в уравнении для $\partial I / \partial t$ являются билинейными по компонентам векто-

ров I и m. Понятно, что при наличии обменного слагаемого учет малых релятивистских слагаемых с той же структурой является превышением точности. Если же оставить только обменное слагаемое, это уравнение упрощается до вида $\hbar s_{tot} \partial l / \partial t = -E_{ex} (l \times m)$, что позволяет записать $E_{ex}[ml^2 - l(l \cdot m)] = -\hbar s_{tot} (l \times \partial l / \partial t)$. Таким образом, как и для антиферромагнетика, вектор m, пропорциональный полному спину $\mathbf{s} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2$, является подчиненной переменной (slave variable) и записывается только через вектор I и его производную по времени. Учитывая условия (8), представим полную плотность спинов $\mathbf{s} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2$ в виде

$$\mathbf{s} = (s_1 - s_2)\mathbf{l} + \frac{1}{\omega_{\text{ex}}}(s_1 + s_2) \left(\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} \times \mathbf{l}\right).$$
(11)

Здесь введена характерная обменная частота $\omega_{ex} = E_{ex}/(s_1 + s_1)\hbar$. Заметим, что можно также ввести и обменное поле ферримагнетика, скажем, по формуле $2\mu_B H_{ex} = \hbar\omega_{ex}$. Эта величина удобна для оценок, но не имеет такого универсального смысла, как для антиферромагнетиков. В частности, для подрешеток ферримагнетика величины *g*-факторов могут различаться, и неясно, какую величину следует использовать в этом определении.

Выражение (11) для полного спина содержит два слагаемых. Первое типично для «ферромагнитного» поведения ферримагнетика; оно дает, что полный спин параллелен вектору І. При учете только этого слагаемого получается, что спины подрешеток остаются коллинеарными (антипараллельными) даже в динамике. Второе слагаемое типично для антиферромагнетиков и описывает неколлинеарность s и l.

Уравнение (11) позволяет указать пределы применимости стандартного «ферромагнитного» подхода. Действительно, представляет интерес тот случай, когда характерная частота $\overline{\omega} \sim |(\mathbf{l} \times \partial \mathbf{l} / \partial t)|$ мала по сравнению с обменной частотой ω_{ex} . Отсюда следует, что спиновая динамика ферримагнетика не сводится к чисто ферромагнитной при выполнении неравенства $(s_1 - s_2)/(s_1 + s_2) \leq \overline{\omega} / \omega_{ex} \ll 1$. Обычно $\overline{\omega} \sim \sqrt{\omega_r \omega_{ex}}$, где $\omega_r \ll \omega_{ex}$ имеет релятивистское происхождение. В итоге получаем, что специфическое «антиферромагнитное» поведение имеет место только при выполнении достаточно жесткого условия [49]:

$$\nu = \frac{s_1 - s_2}{s_1 + s_2} \le \frac{\overline{\omega}}{\omega_{\text{ex}}} \sim \sqrt{\frac{\omega_r}{\omega_{\text{ex}}}} << 1.$$
(12)

В зависимости от типа магнетика и характера движения спинов величина $\sqrt{\omega_r / \omega_{ex}} \sim 3 \cdot 10^{-2} - 10^{-3}$, это характерное значение v весьма мало, но может варьироваться в достаточно широких пределах. Ниже это соотношение будет уточнено для конкретных задач.

Намагниченность ферримагнетика $\mathbf{M} = -\mu_B(g_1\mathbf{s}_1 + g_2\mathbf{s}_2)$ можно переписать в виде

$$\mathbf{M} = -\frac{1}{2}\mu_B(s_1 + s_2)[(g_1 - g_2)\mathbf{l} + (g_1 + g_2)\mathbf{m}].$$
 (13)

В «антиферромагнитном» пределе, около точки компенсации спинов, величина $|\mathbf{m}| \sim \max(v, \overline{\omega} / \omega_{ex}) << 1$. Для магнетиков типа GdFeCo значение $g_1 - g_2 \sim 0, 2$, оно превосходит ожидаемые значение величин v и $\overline{\omega} / \omega_{ex}$. Поэтому в формуле (13) первый вклад является доминирующим, и энергию во внешнем магнитном поле **H** и энергию магнитного дипольного взаимодействия можно описать выражением

$$w_H = -\mu_{\text{eff}} \mathbf{I} \left(\mathbf{H} + \frac{1}{2} \mathbf{H}_m \right),$$
(14)
$$\mu_{\text{eff}} = -\frac{1}{2} \mu_B (s_1 + s_2) (g_1 - g_2),$$

где магнитостатическое поле ищется с помощью стандартных уравнений магнитостатики, см. [75], в которых $\mathbf{M} = \mu_{eff} \mathbf{I}$ (напомним, что $\mu_{eff} < 0$). Видно, что достаточно слабое магнитное поле «релятивистского» масштаба (порядка $\mu_B H_r \sim \hbar \omega_r$) оказывает заметное влияние на поведение ферримагнетика с не очень малым значением $g_1 - g_2$. Для антиферромагнетиков характерные поля значительно больше, например, поле спин-флоп перехода имеет обменно-релятивистский порядок величины. Поэтому далее ограничимся случаем достаточно слабых полей, | **H** |≤ *H*_r. Для таких полей специфические динамические эффекты, обусловленные магнитным полем и известные для антиферромагнетиков, не проявляются. Поэтому вывод динамических слагаемых для сигма-модели может быть проведен при условии **H** = 0, при том, что вклад магнитного поля учитывается в статической энергии *w_H*.

Используя явный вид энергии (9), малость внешнего магнитного поля и уравнение (11), можно записать искомое уравнение обобщенной сигма-модели, содержащее только вектор **l**

$$-\mathbf{v}\frac{\partial\mathbf{l}}{\partial t} = \frac{1}{\omega_{\text{ex}}} \left[\mathbf{l} \times \left(\frac{\partial^2 \mathbf{l}}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \mathbf{l} \right) \right] + \left(\mathbf{l} \times \frac{\partial \Omega_r}{\partial \mathbf{l}} \right) + \alpha_G \left(\mathbf{l} \times \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} \right) + \tau (\mathbf{l} \times (\mathbf{l} \times \mathbf{p})).$$
(15)

Здесь параметр раскомпенсации $v \ll 1$ определяется формулой (12), *с* — характерная скорость, которая совпадает со скоростью спиновой волны при $s_1 = s_2$,

$$c = \sqrt{\frac{A\omega_{\text{ex}}}{\hbar(s_1 + s_2)}}.$$
 (16)

Как и в чистом антиферромагнетике, скорость *с* определяется только обменными взаимодействиями и значительно превышает характерные скорости для ферромагнетиков (один из примеров обменного усиления динамических параметров). Для удобства введена функция $\Omega_r(\mathbf{l})$,

$$\Omega_r(\mathbf{I}) = \frac{1}{\hbar(s_1 + s_2)} w_r(\mathbf{I}), \qquad (17)$$

имеющая размерность частоты. Эта функция определяет плотность энергии релятивистских взаимодействий $w_r = w_r(\mathbf{l})$, которая включает энергию анизотропии, а также вклады внешнего магнитного поля и энергии магнитного дипольного взаимодействия вида (14), наличие которых связано с неполной компенсацией магнитных моментов подрешеток.

Два последних слагаемых в (15) определяют неконсервативную динамику, а именно, затухание в форме Гильберта и вращающий момент спинового тока с поляризацией **p**. Безразмерная константа Гильберта α_G и константа $\tau = \sigma j$, которая имеет размерность частоты, см. (3), имеют смысл эффективных постоянных, описывающих суммарный вклад обеих подрешеток. Релаксационные слагаемые более общего типа, в частности, введенные В.Г. Барьяхтаром обменные релаксационные слагаемые, важны для описания продольной эволюции спинов при «переключения» спинов ферримагнетиков типа GdFeCo при сверхбыстром нагреве [91,92], но их рассмотрение выходит за рамки этого обзора.

При точной компенсации спинов ($s_1 = s_2$, или v = 0) уравнение (15) совпадает с уравнением лоренц-инвариантной сигма-модели с выбранной скоростью с (16). Внешнее магнитное поле разрушает лоренц-инвариантность за счет «антиферромагнитного» вклада поля, который является билинейным по компонентам векторов **H** и $\partial \mathbf{l} / \partial t$. При достаточно слабом поле, при $H << \sqrt{H_{\rm ex}H_a}$, его можно не учитывать, см., например, обзор [59]. Наличие формальной лоренц-инвариантности значительно упрощает анализ динамики солитонов, см. некоторые примеры в работах [102,103] и недавний обзор [59]. Важно, что при немалом $g_1 - g_2 \sim g_{1,2}$ такая лоренц-инвариантная обменно-ускоренная динамика вектора I при $s_1 \rightarrow s_2$ сохраняется и для ферримагнетика, но она сопровождается немалыми изменениями намагниченности ферримагнетика М.

Уравнение сигма-модели (15) в бездиссипативном пределе можно получить варьированием лагранжиана $L[\mathbf{l}], \mathbf{l} \times \delta L / \delta \mathbf{l} = 0$. Лагранжиан ферримагнетика $L[\mathbf{l}] = T + G - W$ включает кинетическую энергию T (слагаемое, квадратичное по временной производной $(\partial \mathbf{l} / \partial t)^2$) и потенциальную энергию W, а также гироскопическое слагаемое G. Здесь выражения для T и W такие же, как для антиферромагнетика,

$$T = \frac{\hbar(s_1 + s_2)}{2\omega_{\text{ex}}} \int d\mathbf{r} \left(\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t}\right)^2, \ W = \int d\mathbf{r} \left\{\frac{A}{2} (\nabla \mathbf{l})^2 + w_r(\mathbf{l})\right\}.$$
(18)

Что касается гироскопического слагаемого, оно имеет ту же структуру, что и для ферромагнетика и записывается через сингулярную векторную функцию, векторпотенциал поля монополя Дирака $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{I})$ с единичным магнитным зарядом, rot_I $\mathbf{A} = \mathbf{I}$, см. [104,105]

$$G = -\hbar(s_1 - s_2) \int d\mathbf{r} \left(\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} \right) = -\hbar \nu (s_1 + s_2) \int d\mathbf{r} \left(\mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} \right).$$
(19)

Напомним, что вектор-потенциал **A** определен только с точностью до некоторой калибровки, в то время как фиктивное магнитное поле $\operatorname{rot}_{l}\mathbf{A}$, входящее в уравнения движения, является калибровочно-инвариантным. Для поля монополя можно выбрать выражение $\mathbf{A} = = (\mathbf{n} \times \mathbf{l}) / (\mathbf{l} + \mathbf{n} \cdot \mathbf{l})$, где \mathbf{n} — постоянный единичный вектор, $\mathbf{n}^{2} = 1$. Вектор-потенциал поля монополя Дирака имеет сингулярность, для этого выражения сингулярность (струна Дирака) расположена на полупрямой $\mathbf{l} = -\mathbf{n} [104, 105]$.

Знание лагранжиана полезно при применении подхода коллективных переменных. Использование лагранжиана позволяет построить тензор энергии-импульса поля вектора l и выписать основные интегралы движения ферримагнетика. Энергия ферримагнетика равна сумме «кинетической энергии» и «потенциальной энергии» вектора l, E = T + W, T и W определяются формулами (18). Однако такие интегралы движения, как полевой импульс поля вектора l или момент импульса не инвариантны относительно указанных выше калибровочных преобразований. В частности, формулу для импульса поля намагниченности **P** можно записать в виде

$$P_{i} = -\frac{\hbar(s_{1} + s_{2})}{\omega_{\text{ex}}} \int \left(\frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t} \cdot \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial x_{i}}\right) d\mathbf{r} + P_{i}^{(0)}, \qquad (20)$$
$$P_{i}^{(0)} = \hbar(s_{1} - s_{2}) \int \left(\mathbf{A} \cdot \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial x_{i}}\right) d\mathbf{r},$$

где слагаемое $P_i^{(0)}$ явно не обладает калибровочной инвариантностью. Таким образом, определение полевого импульса поля вектора l и, следовательно, импульса возбужденных состояний в ферримагнетике связано с определенными проблемами. Однако в случае ферримагнетика вид векторного потенциала A такой же, как для ферромагнетика, и проблема импульса для этих магнетиков эквивалентна. Для разрешения этой проблемы в практически важных случаях (анализ доменных стенок, вихрей и скирмионов) в ферромагнетиках разработаны конструктивные методы, см., например, [106–114]; эти методы практически автоматически переносятся для описания ферримагнетиков.

Для анализа нелинейной спиновой динамики удобно использовать угловые переменные для единичного вектора l,

$$l_1 = \sin\theta\cos\varphi, \ l_2 = \sin\theta\sin\varphi, \ l_3 = \cos\theta,$$
 (21)

где $l_{1,2,3}$ суть проекции вектора I на некоторые ортогональные оси 1, 2 и 3. Удобно выбрать полярную ось 3 так, чтобы она совпадала с направлением легкой оси ферримагнетика, так что основному состоянию отвечает $\theta = 0, \pi$. В угловых переменных выражения для кинетической и потенциальной энергии, см. (18), приобретают вид

$$T = \frac{\hbar(s_1 + s_2)}{2\omega_{\text{ex}}} \int d\mathbf{r} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 \right], \quad (22)$$
$$W = \int d\mathbf{r} \left\{ \frac{A}{2} \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)^2 \right] + w_r(\theta, \varphi) \right\}, \quad (23)$$

а гироскопическое слагаемое в лагранжиане L = T + G - W явно зависит от калибровки. Часто выбирают $\mathbf{n} = -\mathbf{e}_3$, тогда гироскопическое слагаемое имеет ту же форму, что принята во многих работах по спиновой динамике ферромагнетиков,

$$G = -\hbar(s_1 - s_2) \int d\mathbf{r} (1 - \cos \theta) \frac{\partial \phi}{\partial t}.$$
 (24)

Естественно, гироскопическое слагаемое пропорционально нескомпенсированному спину и обращается в ноль при $s_1 = s_2$.

Уравнения для переменных θ и ϕ можно записать в виде

$$-v\sin\theta\frac{\partial\phi}{\partial t} = \\ = \frac{1}{\omega_{\text{ex}}} \left(\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} - c^2\nabla^2\theta\right) - \frac{1}{\omega_{\text{ex}}}\sin\theta\cos\theta \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^2 - c^2\left(\nabla\phi\right)^2\right] + \\ + \frac{\partial\Omega_r}{\partial\theta} + \alpha_G\frac{\partial\theta}{\partial t} - \tau\sin^2\theta(p_2\cos\phi - p_1\sin\phi),$$
(25)

$$v \frac{\partial \theta}{\partial t} \sin \theta = \frac{1}{\omega_{\text{ex}}} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\sin^2 \theta \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) - c^2 \nabla \left(\sin^2 \theta \nabla \varphi \right) \right] + \frac{\partial \Omega_r}{\partial \varphi} + + \alpha_G \frac{\partial \varphi}{\partial t} \sin^2 \theta - \tau p_3 \sin^2 \theta + + \tau \sin \theta \cos \theta (p_1 \cos \varphi + p_2 \sin \varphi) = 0.$$
(26)

Здесь для диссипативного члена выбрана форма Гильберта и вклад спинового крутящего момента выписан для произвольной поляризации тока $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)$.

4. Нелинейные однородные спиновые колебания

Начнем с анализа наиболее простого примера спиновой динамики, однородных колебаний спинов для чисто одноосного ферримагнетика. Для такого магнетика энергия анизотропии зависит только от проекции вектора \mathbf{I} на избранную ось магнетика (ось z), $w_a = w_a (l_z^2)$, или в угловых переменных $w_a = w_a(\theta)$, а угловая переменная φ входит в уравнения только через свои производные. Внешнее магнитное поле не учитывается. Достаточно ограничиться простейшей формой энергии анизотропии с одной константой анизотропии K, для магнетика с анизотропией типа «легкая ось» ее удобно записать в виде

$$w_a(\theta) = \frac{K}{2} \left(l_x^2 + l_y^2 \right) = \frac{K}{2} \sin^2 \theta.$$
 (27)

Иными словами, введенная выше функция $\Omega_a(\theta) = = (\omega_a/2) \sin^2 \theta$, характерная частота ω_a , $\hbar \omega_a = K/(s_1 + s_2)$, соответствует энергии анизотропии, см. (17). Для начала рассмотрим собственные спиновые колебания системы без учета процессов диссипации. Легко убедиться, что при $w_a = w_a(\theta)$ уравнения (21), (22) допускают простое решение вида $\varphi = \omega t$, $\theta = \theta_0 = \text{const}$, описывающее прецессию вектора I вокруг оси *z* с частотой ω . Для этого нелинейного динамического режима $\theta_0 \neq 0$, π , а частота ω и амплитуда прецессии θ_0 (угол между I и избранной осью) связаны соотношением

$$\mathbf{v}\boldsymbol{\omega} = \cos\theta_0 \left(\frac{\omega^2}{\omega_{\rm ex}} - \omega_a\right). \tag{28}$$

Обсудим физический смысл этого выражения в различных предельных случаях. Прежде всего, заметим, что при точной компенсации, когда v = 0, значение частоты не зависит от амплитуды прецессии, что типично для антиферромагнетика с энергией анизотропии вида (27), см., например, [59]. Таким образом, для антиферромагнитного случая v = 0 это означает, что динамика возможна или при точном равенстве $\omega^2 = \omega_a \omega_{ex}$ или при $\cos \theta_0 = 0$. Получается, что в этом «антиферромагнитном» случае динамика вектора І при любом $\omega^2 \neq \omega_a \omega_{ex}$ является плоским вращением, $\theta_0 = \pi/2$. Это свойство спиновой динамики антиферромагнетика хорошо известно [59], оно создает существенные проблемы для создания антиферромагнитных спинтронных автоосцилляторов, см. [18,43-45] и Приложение 1. Однако существенная зависимость частоты от амплитуды, т.е. конусная прецессия со значением угла $\theta_0 \neq \pi/2$, зависящим от частоты, восстанавливается при сколь угодно малом, но конечном V.

Заметим, что при немалом значении v формула (28) отражает хорошо известный факт, что в ферримагнетике существуют две моды со значительно отличающимися частотами. Их уместно назвать ферромагнитной модой с низкой (чисто релятивистской) частотой, $\omega_{FM} = -(\omega_a / v) \cos \theta_0$, и обменной модой, частота которой равна $v\omega_{ex} / \cos \theta_0$ и определяется обменным взаимодействием. Различные знаки частот означают то, что прецессия вектора I для этих двух мод происходит в противоположных направлениях, энергии маг-

нонов для обеих мод положительны. Направление прецессии вектора l и намагниченности происходит в противоположных направлениях. Частота ω_{FM} определяется только релятивистскими взаимодействиями, но увеличивается при приближении к точке компенсации (формально, при $\nu \rightarrow 0$ она расходится как $1/\nu$). Значение частоты второй моды порядка ω_{ex} , но оно уменьшается при приближении к точке компенсации. Важно отметить различное поведение зависимости от амплитуды, частота ω_{FM} убывает с ростом амплитуды, а частота обменной моды растет. Понятно, что при $v \sim \sqrt{\omega_a / \omega_{ex}}$ частоты этих мод становятся сравнимыми, при этом обе частоты становятся обменнорелятивистскими, порядка $\sqrt{\omega_a \omega_{ex}}$. Частоты мод удобно записать через безразмерные переменные в следующем виде:

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\overline{v}}{2\cos\theta_0} \pm \sqrt{\left(\frac{\overline{v}}{2\cos\theta_0}\right) + 1}, \ \overline{v} = v\sqrt{\frac{\omega_{\text{ex}}}{\omega_a}}, \quad (29)$$

здесь частота $\omega_0 = \sqrt{\omega_a \omega_{ex}}$ представляет собой частоту антиферромагнитного резонанса, и естественно возникает величина $\overline{\nu}$, такая, что $\overline{\nu} \sim 1$ в характерной области «ферромагнитного» поведения $\nu \sim \sqrt{\omega_a / \omega_{ex}} \ll 1$, см. (12).

Подобное поведение частот магнитного резонанса наблюдалось для многих ферримагнетиков, см. монографии [98,99]. В недавней работе [115] такое поведение было исследовано чисто оптическим методом, при возбуждении тонких (толщина 20 нм) пленок аморфного ферримагнетика Gd₂₂Fe_{74,6}Co_{3,4} фемтосекундным лазерным импульсом и оптической регистрации сигнала (all optical pump-probe).

Можно также построить более общее решение, описывающее нелинейную бегущую спиновую волну. Ему отвечает прецессия вектора l с постоянной амплитудой и с фазой, зависящей от координаты \mathbf{r} , $\theta = \theta_0 = \text{const}$, $\varphi = \mathbf{kr} - \omega t$, здесь k имеет смысл волнового вектора. Зависимость частоты нелинейной волны $\omega_0(k)$, $k = |\mathbf{k}|$ от k и амплитуды θ_0 определяется формулой

$$v\omega_{\rm ex}\omega = \cos\theta_0[\omega^2 - \omega_0^2(k)], \ \omega_0(k) = \sqrt{\omega_0^2 + c^2k^2}, \ (30)$$

где $\omega_0(k)$ совпадает с частотой в «антиферромагнитном» пределе при $\nu = 0$.

Резюмируя, можно сказать, что для спиновой динамики ферримагнетиков характерно наличие быстрой (с обменно-релятивистской частотой) конической прецессии спинов. Эти свойства ферримагнетиков позволяют создать эффективный генератор терагерцового диапазона с возбуждением спиновым током [116]. Для обсуждения деталей, важных для работы таких приборов, рассмотрим подробнее свойства системы уравнений (25), (26) при учете неконсервативных слагаемых.



Рис. 3. Температурная зависимость частот магнитного резонанса для ферримагнетика $Gd_{22}Fe_{74,6}Co_{3,4}$; ω_{FMR} и ω_{ex} (сплошные и пустые символы) отвечают верхней и нижней моде спиновых колебаний. Приведены также значения T_M и T_A — точек компенсации намагниченности и углового момента (спина), соответственно, и значение температуры Кюри T_c . Рисунок взят из работы [115].

Прежде всего, заметим, что уравнение (25) допускает точное прецессионное решение $\theta = \theta_0 = \text{const}, \quad \phi = \omega t$ даже при учете диссипации, если поляризация спинового тока направлена вдоль оси симметрии магнетика, $\mathbf{p} = \pm \mathbf{e}_z$. В этом случае $p_x = 0, \quad p_y = 0$ и неконсервативные слагаемые в этом уравнении обращаются в ноль. В результате (25) определяет связь параметров решения в том же виде, как и для консервативной системы

$$\sin\theta_0 [v\omega\omega_{\rm ex} + \cos\theta_0 (\omega_a \omega_{\rm ex} - \omega^2)] = 0.$$
 (31)

Здесь учтена конкретная форма энергии анизотропии $\Omega_a = (\omega_a / 2) \sin^2 \theta$, но не конкретизирован знак константы анизотропии, т.е. данный анализ в равной степени применим для случаев анизотропии типа легкая ось или легкая плоскость.

В уравнении (26) неконсервативные слагаемые собираются в компактное выражение и дают $[\alpha_G (\partial \phi / \partial t) - \tau] \sin^2 \theta_0 = 0$. Из этой формулы следует, что существуют две возможности: или $\theta_0 = 0, \pi$ и магнетик находится в одном из двух статических состояний, с $\mathbf{l} = \mathbf{e}_z$ или $\mathbf{l} = -\mathbf{e}_z$, или же имеет место стационарное динамическое состояние с $\theta_0 \neq 0, \pi$, в котором частота прецессии определяется интенсивностью спиновой накачки,

$$\omega = \tau / \alpha_G = (\sigma / \alpha_G) j, \qquad (32)$$

т.е. частота пропорциональна плотности спинового тока. Совместный анализ этих условий определяет различные состояния ферримагнетика, как статические, так и динамические, в присутствии спинового тока.

Начнем с анализа статических состояний $\theta_0 = 0, \pi$, которым отвечает $\mathbf{l} = \mathbf{e}_z$ и $\mathbf{l} = -\mathbf{e}_z$. Для анизотропии

типа легкая ось ($\omega_a > 0$) данные состояния просто определяют одно из эквивалентных основных состояний магнетика. Однако прецессионное решение применимо и для легкоплоскостного ферримагнетика, для которого $\omega_a < 0$. В этом случае основному состоянию отвечает произвольная ориентация вектора $\mathbf{l} \perp \mathbf{e}_z$ в легкой плоскости (*xy*), т.е. значения $\theta_0 = \pi/2$ и $\phi = \phi_0 = \text{const.}$ Заметим, что в случае легкоплоскостного магнетика прецессионное движения представляет специфический существенно-нелинейный режим спиновой динамики, не допускающий простого перехода к линейному пределу. В частности, спектр спиновых волн линейной теории нельзя получить предельным переходом из формулы (30), для него одна ветвь магнонов бесщелевая, а вторая имеет конечную щель, с частотой $\omega_{\text{gap}} = \sqrt{|\omega_a| \omega_{\text{ex}} + v^2 \omega_{\text{ex}}^2}$.

Рассмотрим вынужденную динамику для этого случая легкоплоскостного ферримагнетика. Можно показать, что при любом, сколь угодно малом τ/α_G основное состояние с $\theta_0 = \pi/2$ неустойчиво, и возникает прецессия с частотой ш, определяющейся формулой (32). Этот результат похож на тот, что был получен для чисто одноосных антиферромагнетиков ранее, см. [20,17]. При наличии слабой анизотропии в базисной плоскости возникает пороговое значение тока [44]. Однако для антиферромагнетика возможно только чисто планарное движение с $\theta_0 = \pi/2$, $\varphi = \omega t = (\sigma j / \alpha_G)t$, в то время как для ферримагнетика с необходимостью возникает выход вектора l из базисной плоскости. Угол выхода определяется формулой (31), которую для легкоплоскостного ферримагнетика удобно записать через безразмерные переменные

$$\cos \theta_0 = \frac{\overline{\nu} \,\overline{\omega}}{1 + \overline{\omega}^2}, \ \overline{\nu} = \nu \sqrt{\frac{\omega_{\text{ex}}}{|\omega_a|}}, \ \overline{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}, \ \omega_0 = \sqrt{|\omega_a| \omega_{\text{ex}}}.$$
(33)

Легко видеть, что при $0 < |\overline{v}| < 2$ (величина \overline{v} может иметь любой знак, но далее для определенности рассматриваем положительные значения \overline{v}), это уравнение имеет решение $-1 < \cos \theta_0 < 1$, т.е. прецессия существует при всех значениях тока *j*. Численное решение уравнений движения показало, что при любом начальном состоянии с вектором I в легкой плоскости после включения тока система переходит в динамическое состояние со стационарной прецессией, соответствующей величине тока [116]. Таким образом, оба эти динамические состояния являются устойчивыми, см. рис. 4.

Надо заметить, что статические решения с $\mathbf{l} = \pm \mathbf{e}_z$ или соз $\theta_0 = \pm 1$ формально существуют при всех значениях $\overline{\mathbf{v}}$ и частоты (тока); но они реализуют максимум энергии анизотропии. Эти состояния отмечены на рис. 4 тонкими штриховыми линиями. Анализ показал, что эти состояния при $\overline{\mathbf{v}} < 2$ неустойчивы.



Рис. 4. (Онлайн в цвете). Азимутальный угол θ для установившегося движения в зависимости от частоты прецессии ω (фактически, от интенсивности спиновой накачки, $\sigma j = \alpha_G \omega$) для различных значений эффективного параметра спиновой раскомпенсации $\overline{\nu}$ (приведены на рис.) для ферримагнетика с анизотропией типа легкая плоскость [116].

Если же значение $\overline{v} > 2$, то поведение магнетика более сложное. В этом случае прецессионная динамика также существует и устойчива при частотах $\omega < \omega_1^{crit}$ и $\omega > \omega_2^{crit}$, фактически, при $j < j_1^{crit}$ и $j > j_2^{crit}$, где критические значения тока определяются формулами

$$2(\sigma/\alpha)j_2^{\text{crit}} = \sqrt{\overline{v}^2 - 4} + \overline{v}, \ 2(\sigma/\alpha)j_1^{\text{crit}} = \sqrt{\overline{v}^2 - 4} - \overline{v}.$$
(34)

Если же $j_1^{\text{crit}} < j < j_2^{\text{crit}}$, то формальному решению уравнения (33) отвечают значения $|\cos \theta_0| > 1$. Оказывается, что в этой области частот одно из этих состояний, а именно то, что является непрерывным продолжением зависимостей $\cos \theta_0(\omega)$ при $|\cos \theta_0| < 1$, приобретает устойчивость [116]. Эти состояния отмечены на рис. 4 сплошными линиями. Таким образом, спиновый ток при $j_1^{\text{crit}} < j < j_2^{\text{crit}}$ «выталкивает» магнетик в одно из этих статических состояний с $\mathbf{l} = \pm \mathbf{e}_z$, $\cos \theta_0 = \pm 1$, которое отвечает максимально возможному значению энергии анизотропии.

Оптимальным с точки зрения величины полезного сигнала является значение амплитуды $\theta_0 = \pi/4$, при котором величина переменной ЭДС принимает максимально возможное значение, см. Приложение 1. Легко показать, что такое значение может реализоваться при $\overline{v} > \sqrt{2}$, и ему отвечают два значения частоты, $\sqrt{2}\overline{\omega}_{1,2}^{\text{opt}} = (-\overline{v} \pm \sqrt{\overline{v}^2} - 2)$. Таким образом, поведение системы, в частности значения характерных частот, весьма чувствительно к значению параметра раскомпенсации. Напомним, нормированный параметр \overline{v} связан с реальной (весьма малой) величиной раскомпенсации спинов $v = (s_1 - s_2)/(s_1 + s_2)$ соотношением $v = \overline{v}\sqrt{\omega_a/\omega_{ex}} << \overline{v}$. Поскольку все характерные значения параметра \overline{v} порядка единицы, соответствующие

значения разности спинов подрешеток достаточно малы и не превосходят 10^{-2} . Значения частот в этой части текста и на рис. 4 приведены в единицах характерной частоты $\omega_0 = \sqrt{|\omega_a|\omega_{ex}|}$. Эта частота обменнорелятивистская, но ее значение для материалов типа GdFeCo с относительно слабым обменным взаимодействием между ионами переходных и редкоземельных элементов может быть не очень велико, порядка 100–200 ГГц, см. Приложение 2. Однако характерные частоты, например частота $\overline{\omega}_2^{opt}$, при которой полезный переменный сигнал оптимален, могут иметь значения (3–5) ω_0 и достигать величин порядка ТГц.

Ферримагнетик с анизотропией типа легкая ось проявляет более сложное поведение, главным образом потому, что спиновый ток с различным знаком поляризации ($\mathbf{p} = \pm \mathbf{e}_z$) действует по-разному на его два возможных основных состояния, $\mathbf{l} = \pm \mathbf{e}_z$. Здесь, помимо эффектов возбуждения спиновой прецессии с немалой амплитудой θ_0 , $\theta_0 \neq \pi/2$, при определенных направлениях поляризации возможно также переключение между состояниям $\mathbf{l} = \mathbf{e}_z$ и $\mathbf{l} = -\mathbf{e}_z$ [116].

5. Прецессионные солитоны (магнонные капли) в одноосных ферримагнетиках

Чисто одноосная (z — избранная ось) модель ферримагнетика, в которой Ω_r зависит только от θ , допускает анализ широкого класса солитонных решений. Как и для любого одноосного магнетика, в этом случае $\partial\Omega_r / \partial\varphi = 0$, и уравнение для φ (25) принимает вид уравнения непрерывности, что определяет сохранение полного спина $S_z^{\text{tot}} = \int s_z d\mathbf{r}$, см. (11). Общему типу солитонов, не связанных с точной интегрируемостью уравнения, отвечают двухпараметрические состояния (движущиеся магнонные капли) с фиксированным значением S_z^{tot} и импульса солитона **Р**. Эти солитоны описываются решениями, зависящими от двух параметров, скорости солитона **V** и частоты прецессии спинов ω в системе отсчета, движущейся со скоростью **v** вместе с солитоном, таким образом, решение имеет вид

$$\theta = \theta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t), \ \varphi = -\omega t + \psi(\mathbf{r} - \mathbf{v}t), \tag{35}$$

см. подробнее в оригинальных работах [49,64,102,103, 117], обзорах и монографиях [59,118–121]. Знак частоты для удобства выбран так, чтобы в ферромагнитном пределе частота была бы положительной, см. (28).

Различные типы прецессионных солитонов в ферромагнетиках [122–125], за которыми в литературе закрепилось название «магнонные капли», обсуждаются как активные элементы наногенераторов, возбуждаемых спин-поляризованным током. Такие наногенераторы имеют серьезные преимущества перед системами с однородно намагниченными частицами [126–129]. Поэтому полезно обсудить свойства прецессионных солитонов для случая ферримагнетиков (антиферромагнитные солитоны были рассмотрены в недавнем обзоре [59]).

Для ферримагнетика, в отличие от антиферромагнетика, лоренц-инвариантность отсутствует и ситуация такая же, как для ферромагнетика: движущиеся решения удается построить только в одномерном (1D) случае [49]. Для солитона, движущегося вдоль оси *x*, двухпараметрическое 1D решение можно искать в виде

$$\theta(\xi), \quad \varphi = -\omega t + \psi(\xi),$$
 (36)

где введена переменная $\xi = x - vt$. При использовании такой подстановки легко получить явное выражение для $d\psi / d\xi$,

$$(c^{2} - v^{2})\frac{d\psi}{d\xi} = v \left[\omega + \frac{v\omega_{\text{ex}}}{2\cos^{2}(\theta/2)}\right],$$
 (37)

и далее записать для $\theta(\xi)$ уравнение второго порядка в обыкновенных производных [49]. Это уравнение имеет первый интеграл, который удобно представить в виде

$$\frac{l_0^2}{2} \left(\frac{d\theta}{d\xi}\right)^2 + U(\theta) = E = 0,$$
$$U(\theta) = A(1 - \cos\theta) - \frac{1}{2}B\sin^2\theta + \Delta tg^2\left(\frac{\theta}{2}\right).$$
 (38)

Здесь значение интеграла Е выбрано из условия, что вдали от солитона магнетик находится в основном состоянии, $\theta = 0$, $d\theta / d\xi = 0$, и введена обменная длина l_0 ,

$$l_0 = \frac{c}{\omega_0} = \sqrt{\frac{A}{K}},\tag{39}$$

которая является характерным параметром магнетика и определяет, например, толщину статической 180-градусной доменной стенки. Остальные параметры определяются формулами

$$A = \frac{\overline{v}\,\tilde{\omega}}{(1 - \tilde{v}^2)^2}, \ B = \frac{1}{(1 - \tilde{v}^2)} - \frac{\tilde{\omega}^2}{(1 - \tilde{v}^2)^2}, \ \Delta = \frac{\overline{v}^2}{2(1 - \tilde{v}^2)^2},$$
(40)

где для сокращения записи обозначено $\tilde{v} = v/c$, $\tilde{\omega} = \omega/\omega_0$ и использовано обозначение $\overline{v} = v\sqrt{\omega_{ex}/\omega_a}$ из предыдущего раздела (напомним, что $\overline{v} \sim 1$ величина раскомпенсации мала, $v \sim \sqrt{\omega_a/\omega_{ex}} <<1$).

Общее решение уравнения (38) можно записать в явном виде [49]:

$$\mathrm{tg}^{2}\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\kappa^{2} l_{0}^{2}}{2} \frac{1}{\sqrt{\mathrm{A}^{2} + 2\mathrm{B}\Delta} \,\mathrm{ch}^{2}(\kappa\xi) + (\mathrm{A} + \Delta)}, \quad (41)$$

где величина к, $\kappa^2 l_0^2 = 4(B - A - \Delta/2)$, определяет ширину области локализации солитона $\delta\xi$, $\delta\xi = 1/\kappa$. Область допустимых значений параметров определя-

ется условием $\kappa^2 > 0$, и уравнение $\kappa^2 = 0$ определяет границу этой области. Легко представить это условие в виде

$$\left(\omega + \frac{v\omega_{\text{ex}}}{2}\right)^{2} + \frac{v^{2}}{c^{2}} \left(\omega_{0}^{2} + \frac{v^{2}\omega_{\text{ex}}^{2}}{4}\right) \le \left(\omega_{0}^{2} + \frac{v^{2}\omega_{\text{ex}}^{2}}{4}\right), (42)$$

т.е. при любом $v \neq 0$ область допустимых параметров солитона на плоскости v, ω лежит внутри эллипса с центром, смещенным вниз от начала координат (для определенности считаем, что v > 0) на величину $v\omega_{ex}$ / 2, см. рис. 5. Максимальное значение скорости солитона, как и в случае антиферромагнетика, равно скорости *c*, это значение достигается при $\omega = -v\omega_{ex}$ / 2. В предельном случае $v \rightarrow 0$, этот эллипс, как для антиферромагнетика, становится симметричным относительно оси скоростей. Ферромагнитный предельный случай получается предельным переходом $\overline{v}^2 = v^2 \omega_{ex}^2 / \omega_0^2 >> 1$, см. ниже.

Ферримагнетики демонстрируют значительно большее разнообразие солитонных состояний, чем ферромагнетики или антиферромагнетики. В принципе, все эти состояния можно получить из исследования предельных случаев формулы (41), однако проще воспользоваться качественным анализом. Для качественного анализа вида решения можно воспользоваться механической аналогией, сопоставив распределение в солитоне $\theta(\xi)$ и движение фиктивной материальной точки с координатой θ и скоростью $d\theta/d\xi$ в потенциале $U(\theta)$. В этом случае интеграл движения (38) $E = T + U(\theta)$ представляет собой механическую энергию, см. рис. 6.

При $\theta \to 0$ асимптотика потенциала определяется введенной выше величиной κ^2 , $U(\theta) = -\kappa^2 \theta^2 / 2$. Соли-



Рис. 5. (Онлайн в цвете) Области существования солитонов $\kappa^2 > 0$ при различных значениях параметра $\overline{\nu}$; две сплошные линии (полные эллипсы) показывают границы областей для типичных ферримагнетиков с $\overline{\nu} = 1$ и $\overline{\nu} = 2$ (значение указано возле кривой); две штриховые линии — антиферромагнитный ($\overline{\nu} = 0$) и ферромагнитный (выбрано $\overline{\nu} = 10$) пределы.



Рис. 6. (Онлайн в цвете) Вид «потенциала» $U(\theta)$ в интеграле движения (38) в области существования солитона ($\kappa^2 > 0$) для различных характерных случаев, см. подробнее текст.

тону должно соответствовать решение с $\theta \rightarrow 0$, $d\theta/d\xi \rightarrow 0$ при $\xi = \pm \infty$, т.е. сепаратрисное решение уравнения (38) со значением E = 0, его асимптотики $\theta(\xi) \propto \exp(-\kappa |\xi|)$ при $\xi \rightarrow \pm \infty$. Это решение описывает следующее движение: изображающая точка выходит (имея бесконечно малую скорость при $\xi = -\infty$) из положения равновесия $\theta = 0$ и движется направо до точки остановки θ_0 , которая определяется условием $U(\theta_0) = 0$. Легко видеть, что для случая $\Delta \neq 0$ (значение $\Delta > 0$, см. (40)) эта точка расположена при $\theta_0 < \pi$. Достигнув этого значения, изображающая точка возвращается назад в точку $\theta = 0$. Такое же поведение имеет место и при $\Delta = 0$, но A > 0, оно типично для солитонов в ферромагнетиках. Однако такими решениями разнообразие солитонов не ограничивается.

Особыми точками решения (41) являются, вопервых, точки, лежащие на границе области существования решения $\kappa^2 = 0$, во-вторых, такие значения параметров, при которых A = 0 или $\Delta = 0$. Именно последний случай характерен для перехода к «чистому» антиферромагнетику с v = 0, для которого параметры A = 0 и $\Delta = 0$. В этом пределе точка остановки соответствует значению $\theta_0 = \pi$, и солитон представляет собой 180-градусную доменную стенку с внутренней прецессией, которая может двигаться со скоростью *v*, см. подробнее [59,103,130]. Такая стенка является топологическим солитоном с π_0 -топологическим зарядом. Это решение принципиально отличается от локализованного решения (41). Однако в интересующем нас случае любого, сколь угодно малого $v \neq 0$, вид решения меняется качественно.

Если $v \neq 0$ и солитон неподвижен, но присутствует прецессия с частотой ω , то $\Delta = 0$, но значение $A \propto v \omega \neq 0$. В этом случае характер распределения вектора I зависит от знака частоты, точнее, знака про-

изведения vo. При vo > 0 точка поворота лежит при $\theta_0 < \pi$ и имеется локализованный солитон, а при vω < 0 движение изображающей точки останавливается только при $\theta = 2\pi$, см. рис. 6. В последнем случае солитон представляет собой 360-градусную доменную стенку вектора І. Этой стенке соответствуют одинаковые направления вектора I при $\xi \to +\infty$ и $\xi \to -\infty$, но она обладает нетривиальной топологией (п1-топологический заряд). Решение, описывающее 180-градусную доменную границу вектора I (топологический солитон с π_0 -топологическим зарядом) при ненулевом $\nu \neq 0$, возникает только тогда, когда и скорость, и частота равны нулю. Это важный результат: для чисто одноосной модели ферримагнетика со сколь угодно малым $v \neq 0$ движение доменной стенки невозможно. Динамика доменных стенок при наличии анизотропии в базисной плоскости будет рассмотрена в следующем разделе.

Рассмотрим поведение солитона при приближении параметров солитона v и ю к границе области существования локализованных решений (42). При малых значениях к в разложении потенциала по θ надо учесть следующие члены, при этом $U(\theta) \propto -\kappa^2 \theta^2 +$ $+(A + \Delta)\theta^4$. Если $A + \Delta > 0$ (этому условию соответствуют точки верхней половины эллипса (42)), то значение θ в точке остановки мало, $\theta_0^2 \propto \kappa^2 / (A + \Delta)$. В этом случае при $\kappa^2 \rightarrow 0$ амплитуда солитона стремится к нулю, $\theta \propto \kappa$, а размер области локализации $\delta \xi$ расходится как $1/\kappa$, при $\kappa^2 = 0$ солитон полностью делокализуется и исчезает. В нижней половине эллипса, где $A + \Delta < 0$, поведение принципиально иное: значение θ_0 конечно даже при $\kappa^2 \rightarrow 0$. В этой области амплитуда солитона конечна при $\kappa^2 \rightarrow 0$, но зависимость намагниченности от координаты & становится алгебраической:

$$\operatorname{tg}^{2}\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{|A+\Delta|}{(A+\Delta)^{2}(\xi/l_{0})^{2} + \Delta/2},$$
 (43)

т.е. возникает так называемый алгебраический солитон.

Вдали от точки компенсации, когда выполнено неравенство $v >> \sqrt{\omega_a / \omega_{ex}}$, 1 >> v, солитонное решение (41) переходит в аналогичное решение для ферромагнетика. При этом граница солитонных состояний трансформируется следующим образом: центр эллипса бесконечно удаляется вниз от начала координат так, что верхняя часть эллипса переходит в параболу,

$$\frac{\omega}{\omega_{FM}} + \frac{v^2}{v_{FM}^2} \le 1, \ \omega_{FM} = \frac{\omega_a}{v}, \ v_{FM} = \frac{2}{v} \sqrt{\frac{A\omega_a}{\hbar(s_1 + s_2)}}, \ (44)$$

а нижняя часть эллипса вообще не проявляется (ей соответствуют частоты порядка ω_{ex} , и характерный размер солитона становится порядка постоянной решетки). Поэтому в таком ферромагнитном пределе частота солитона ограничена только сверху, в частно-

сти, алгебраических солитонов типа (43) не существует. Отметим, что значения характерной «ферромагнитной» частоты ω_{FM} и скорости v_{FM} в этом случае такие же, как в ферромагнетике: частота определяется энергией анизотропии, а скорость содержит частоту ω_a (а не ω_{ex} , как характерная «антиферромагнитная» скорость *c*, см. (16)). Обе эти величины содержат, однако, множитель $1/\nu$ и возрастают при приближении к точке компенсации.

В одноосном ферримагнетике можно также построить и неодномерные солитонные состояния, в частности, нетопологические двумерные (2D) или трехмерные (3D) магнонные капли вида $\varphi = \omega t$, $\theta = \theta(r)$, где $r^2 = x^2 + y^2$ или $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ в 2D или 3D случаях соответственно. Функция $\theta = \theta(r)$ описывается уравнением

$$l_0^{\ 2} \left(\frac{d^2 \theta}{dr^2} + \frac{D-1}{r} \frac{d\theta}{dr} \right) + \frac{v \omega}{\omega_a} \sin \theta - \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) \sin \theta \cos \theta = 0,$$
(45)

где D — размерность солитона. Эти солитоны во многом похожи на соответствующие солитоны в ферромагнетиках. В частности, все они существуют только при положительном значении $v\omega > 0$, и их размер неограниченно возрастает при $\omega \rightarrow 0$ [65]. Как и в ферромагнетике, движущиеся решения построить не удается.

Поскольку $v\omega/\omega_a = \omega \overline{v}/\omega_0$ для типичного случая ферримагнетика, близкого к точке компенсации ($v \sim \sqrt{\omega_a/\omega_{ex}}$ или $\overline{v} \sim 1$), характерное значение частоты для этих солитонов порядка ω_0 . Эта частота является, как и другие характерные частоты, обменноусиленной. В работах [126,127] были предложены наногенераторы, в которых используется возбуждение солитонов (магнонных капель с размерами порядка l_0) в ферромагнетиках. Для таких систем реализуется малая ширина линии генерации. Если удастся сделать такие же приборы, используя в качестве активного элемента ферримагнетик, близкий к точке спиновой компенсации, частота генерации существенно (в $\sqrt{\omega_{ex}/\omega_a} \sim 30$ –100 раз) возрастет, см. оценки частоты в Приложении 2.

6. Динамика доменных стенок в двухосных ферримагнетиках

6.1. Общие соображения и формулировка модели

Как отмечалось выше, для чисто одноосной модели ферримагнетика (легкая ось — ось z) со сколь угодно малым $v \neq 0$ движение 180-градусной доменной стенки невозможно. Действительно, такая стенка разделяет области магнетика со значениями $l_z = +1$ и $l_z = -1$, и при ее движении со скоростью v неизбежно меняется величина $\int l_z d\xi$, $d(\int l_z d\xi)/dt = 2v$. При $s_1 \neq s_2$ ($v \neq 0$)

величина l_z напрямую связана с s_z , $s_z^{\text{tot}} =$ $=(s_1-s_2)\int l_z d\xi$, см. (11), так что $ds_z^{\text{tot}}/dt = 2(s_1-s_2)v.$ С другой стороны, для любой формы чисто одноосной энергии анизотропии $w_a = w_a (l_z^2)$ полное значение zпроекции спина $s_z^{\text{tot}} = \int s_z d\xi$ сохраняется: полный спин коммутирует как с обменным гамильтонианом, так и с гамильтонианом, описывающим одноосную анизотропию. Движение стенки при любой, сколь угодно слабой раскомпенсации спинов $s_1 \neq s_2$ ($v \neq 0$) возможно только при учете каких-то слагаемых, несохраняющих s_z^{tot} . Заметим, что само по себе значение $\int l_z d\xi$ для двухподрешеточных магнетиков не сохраняется даже в чисто обменном приближении, см. подробнее [78,80,92]. Таким образом, для чистых антиферромагнетиков, или точно в точке компенсации $(s_1 = s_2)$, такого ограничения нет, 180-градусная доменная стенка может двигаться даже в чисто одноосном антиферромагнетике или слабом ферромагнетике; ее скорость движения ограничена только лоренцевским сокращением и совпадает с С, см. [50,51,131].

Несохранение s_z^{tot} может быть обусловлено наличием кристаллической анизотропии в базисной плоскости магнетика и (или) магнитным дипольным взаимодействием. Для плоской 180-градусной стенки последнее описывается плотностью $2\pi (\mathbf{M} \mathbf{e}_{\mathcal{E}})^2$, $\mathbf{e}_{\mathcal{E}}$ орт вдоль направления движения стенки, считаем, что $\mathbf{e}_{\boldsymbol{\xi}}$ перпендикулярен легкой оси \mathbf{e}_{z} . Заметим, что именно этот источник движения стенки рассматривали Ландау и Лифшиц в классической работе [74], в которой впервые было рассмотрено движение доменной стенки, а также Уокер [132], который исследовал движение стенки при немалых скоростях и нашел ее предельную скорость. Если выбрать направление движения солитона вдоль одной из кристаллических осей двухосного магнетика (скажем, ось x), то эта дипольная энергия эквивалентна энергии одноосной анизотропии с осью в базисной плоскости магнетика.

Выберем энергию релятивистских взаимодействий в виде

$$w_a = \frac{1}{2}K(l_x^2 + l_y^2) + \frac{1}{2}K_p l_x^2,$$
(46)

где K > 0 — константа одноосной анизотропии (ось z — легкая ось) и $K_p = K_p^{an} + 4\pi M_s^2 > 0$ описывает эффективную анизотропию в базисной плоскости, здесь K_p^{an} — энергия кристаллической анизотропии. В угловых переменных эту энергию удобно записать в виде $w_a = (K/2)\sin^2\theta(1+\rho\sin^2\varphi)$, далее параметр $\rho = K_p/K$ не предполагается малым.

Начнем с анализа динамики доменной стенки для двухосного ферримагнетика с энергией анизотропии вида (46) без учета диссипативных процессов. Если диссипация достаточно слабая, т.е. релаксационная константа $\alpha <<1$, то ее учет не меняет структуру доменной стенки, найденной при $\alpha = 0$. Исследование вынужденного движения стенки при учете диссипации и некоторой внешней силы, движущей стенку, может быть проведено на основе эффективных уравнений движения для коллективной переменной, координаты стенки.

6.2. Структура и предельная скорость движения доменной стенки

Движущаяся 180-градусная доменная стенка описывается решениями типа простых волн, для которых $\mathbf{l} = \mathbf{l}(\xi), \xi = x - vt$. При этом уравнения (25), (26) для θ и φ без учета диссипативных слагаемых принимают вид системы обыкновенных дифференциальных уравнений:

где штрихом обозначена производная по ξ . Нетрудно видеть, что система (47), (48) обладает точным решением, которое описывает движущуюся 180-градусную доменную границу. Для ферромагнетика оно было построено Уокером [132]. Этому решению (его принято называть уокеровским решением) соответствует $d\varphi/d\xi = 0$, т.е. $\varphi = \varphi(v) = \text{const}$, и вектор I в стенке разворачивается в фиксированной плоскости. Действительно, если принять, что $\varphi' = 0$, уравнение (47) дает для $\theta(\xi)$ простое соотношение $[l_0(v)]^2 \theta'' = \sin \theta \cos \theta$, где $l_0(v) = \text{const}$. Это уравнение можно проинтегрировать один раз и записать

$$l_0(v)\theta' = \pm \sin \theta$$
, $l_0(v) = l_0 \sqrt{\frac{1 - v^2/c^2}{1 + \rho \sin^2 \phi}}$, (49)

величина $l_0(v)$ представляет собой толщину доменной стенки, движущейся со скоростью v, $l_0 = \sqrt{A/K}$ — обменная длина. Далее, подставляя выражение (49) в (48), можно найти соотношение азимутального угла φ и скорости движения стенки v в виде

$$\frac{v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\sqrt{AK}}{\hbar(s_1 - s_2)} \frac{\rho \sin \phi \cos \phi}{\sqrt{1+\rho \sin^2 \phi}} = \Phi(\phi). \quad (50)$$

Эти формулы позволяют записать решение, которое определяет структуру стенки,

$$\cos \theta = \operatorname{th}\left(\frac{x - vt}{l_0(v)}\right). \tag{51}$$

Обсудим соотношение параметров, определяющих решение. Прежде всего, заметим, что в правой части уравнения (50) стоит монотонно растущая функция ско-

рости v, а левая часть является ограниченной функцией φ , которая обращается в ноль при $\varphi = 0$, $\pi/2$, π и так далее. Этим значениям угла φ отвечают неподвижные стенки. Максимальное значение правой части уравнения обозначим v_w ,

$$\max[\Phi(\varphi)] \equiv v_w = \frac{\sqrt{AK}}{\hbar(s_1 - s_2)} \left(\sqrt{1 + \rho} - 1\right).$$
(52)

Эта величина определяет величину предельной скорости стенки v_c ,

$$v_c = \frac{v_W c}{\sqrt{v_W^2 + c^2}}.$$
 (53)

Обсудим величину этой предельной скорости v_c. Заметим, что если v_W << с, то предельная скорость близка к v_W , $v_c \approx v_W$. Если рассмотреть случай ферромагнетика, т.е. заменить $\hbar(s_1 - s_2)$ на величину спиновой плотности $\hbar s_0$, то величина v_W совпадает с уокеровской предельной скоростью для доменной стенки в ферромагнетике [132]. Эта скорость, в отличие от «антиферромагнитной» чисто обменной скорости $c \propto \sqrt{A\omega_{\mathrm{ex}}}$, пропорциональна $v_w \propto \sqrt{A\omega_a}$, таким образом отношение v_w / c содержит малый параметр $\sqrt{\omega_a} / \omega_{ex}$ (это еще один пример обменного усиления динамических параметров антиферромагнетиков). С другой стороны, для ферримагнетика величина $v_W \propto 1/\nu$ и формально расходится при $\nu \rightarrow 0$. Тем самым, в характерной «антиферромагнитной» области $v \sim \sqrt{\omega_a / \omega_{ex}}$ или $\overline{v} \sim 1$ при $\rho \sim 1$ значения $v_w \sim c$. Однако величина v_w пропорциональна параметру ($\sqrt{1+\rho}-1$) и обращается в нуль для чисто одноосного магнетика с $\rho = 0$. При малых ρ и ν имеет место неаналитическая зависимость v_w от этих параметров, $v_w \propto \rho / \nu$. Таким образом, для любого реального ферримагнетика со сколь угодно малым, но отличным от нуля значением параметра раскомпенсации v, предельная скорость v_c обращается в нуль при $\rho = 0$. Однако в формальном пределе v = 0, т.е. точно в точке компенсации, и сколь угодно малым $\rho \neq 0$ (конечные значения параметра ρ возникают, например, при учете магнитного дипольного взаимодействия, которое при $g_1 \neq g_2$ не обращается в нуль в точке компенсации спинов), предельная скорость равна минимальной фазовой скорости спиновых волн с, которая определяется только параметрами обменного взаимодействия. Этот результат характерен только для скомпенсированных магнетиков.

Энергия стенки (здесь и далее приводятся значения на единицу площади стенки) определяется выражением

$$E(v) = E_0 \frac{\sqrt{1 + \rho \sin^2 \phi}}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}, E_0 = 2\sqrt{AK}.$$
 (54)

По терминологии, установившейся для доменных стенок в ферромагнетиках, доменные границы с $\phi = 0$ и $\phi = \pi/2$ будем называть блоховской и неелевской

соответственно. Блоховской стенке отвечает разворот вектора I в более легкой плоскости *yz*, ее энергия E_B равна $E_0 = 2\sqrt{AK}$, а ее толщина l_B совпадает с $l_0 = -\sqrt{A/K}$. Для неелевской стенки вектор I разворачивается в менее выгодной плоскости *xz*, ее энергия, естественно, выше E_0 и равна $E_N = E_0\sqrt{1+\rho}$, а ее толщина $l_N = l_0 / \sqrt{1+\rho}$. При любом, сколь угодно малом $v \neq 0$ при увеличении скорости движения стенки значение ф для блоховской стенки увеличивается, а для неелевской уменьшается. Возможные значения скоростей стенки *v* не могут превышать предельного значения v_c (53), при $v = v_c$ обе доменные стенки идентичны. Если же v = 0, то значение угла ϕ не зависит от скорости стенки, и при любом v < c есть только доменные границы с $\phi = 0$ и $\phi = \pi/2$.

6.3. Вынужденное движение доменной стенки

Полученное выше решение описывает движение доменной границы «по инерции», т.е. без учета вынуждающей силы и диссипативных процессов. Для практики важно знать скорость вынужденного движения доменной границы под действием внешней силы. Такая сила возникает, например, при приложении магнитного поля, направленного вдоль легкой оси магнетика. В этом случае плотности энергии магнетика «справа» и «слева» от стенки отличаются на величину $F = 2M_s H_z$, и величина F имеет смысл силы, действующей на единицу площади стенки (магнитное давление). В последние годы все чаще используются методики, базирующиеся на использовании спин-поляризованного тока, см. [52]. Однако для слабой диссипации можно исследовать движение стенки, не конкретизируя характера и источника этой силы. В этом случае считается, что и диссипация, и внешнее поле достаточно слабые, так что структура стенки определяется выражениями, полученными для данной скорости стенки v без учета диссипации и внешней силы. При этом положение стенки определяется ее координатой X = X(t), скорость стенки v = dX / dt. Для стационарного движения анализ сводится к учету баланса энергии: скорость стенки находится из условия, что сила торможения $F_{\rm diss}(v)$ уравновешивает силу магнитного давления, $F_{\text{diss}}(v) + F = 0.$

Для движения стенки с постоянной скоростью сила торможения определяется диссипативной функцией магнетика Q, описывающей скорость диссипации энергии доменной границы $F_{diss}(v) = -2Q/v$. Для диссипативной функции в форме Гильберта (26) и уокеровского решения получается простое выражение:

$$Q = v^2 \frac{\alpha_G \hbar(s_1 + s_2)}{2l_0(v)} = v^2 \frac{\alpha_G \hbar(s_1 + s_2)}{2l_0} \sqrt{\frac{1 + \rho \sin^2 \varphi}{1 - v^2 / c^2}}, \quad (55)$$

где $l_0(v)$ — толщина движущейся доменной стенки, которая определяется формулой (49). При малых значениях силы скорость мала и линейно зависит от величины силы,

$$v = \mu F, \quad \mu = \frac{l_0(0)}{\alpha_G \hbar(s_1 + s_2)},$$
 (56)

где μ имеет смысл подвижности стенки, $l_0(0)$ — толщина неподвижной стенки данного типа (блоховской или неелевской). Однако при увеличении внешней силы зависимость скорости стенки от величины силы достаточно сложная, сложнее, чем в предельных случаях ферромагнетика или антиферромагнетика. В частности, имеет место неаналитическое поведение скорости при малых значениях параметров ρ и v. Обсудим эту зависимость.

Прежде всего заметим, что для «чистого» антиферромагнетика (v = 0) предельная скорость $v_c = c$, и величина $F_{\text{diss}}(v) = -2Q/v$ неограниченно возрастает при $v \rightarrow v_c$. Это означает, что скорость стенки монотонно стремится к *c* при увеличении *F*,

$$v(F) = \frac{\mu Fc}{\sqrt{(\mu F)^2 + c^2}}$$

Такое поведение было получено экспериментально при изучении движения доменных стенок в ортоферритах, см. [50,51]. Эта «лоренц-инвариантная» зависимость наблюдалась вплоть до очень сильных полей и нарушалась лишь тогда, когда однородное состояние в «невыгодной» области магнетика, в которой намагниченность М антипараллельна полю Н, становилось абсолютно неустойчивым. В этом случае экспериментально наблюдалась «взрывная» неустойчивость этой фазы, которая имитировала «сверхпредельное» движение стенки со скоростью, значительно превышающей предельную [50,51,133]. При этом возникает квазистационарное движение неоднородности намагниченности со скоростью, существенно превышающей v_c. Заметим, что еще Шлеман показал, что уокеровская предельная скорость оказывается меньше, чем минимальная скорость спиновых волн $v_{(+)}$, выражение для $v_{(+)}$ можно получить из формул (52), (53) заменой $(\sqrt{1+\rho}-1)$ на $(\sqrt{1+\rho}+1)$ [134]. Это же соотношение $v_c \le v_{(+)}$ справедливо для всех магнетиков [135]. Однако сверхпредельное движение стенки со скоростью, превышающей v(+), должно сопровождаться черенковским излучением магнонов [136]. Но для сверхпредельного движения заведомо нарушается сделанное выше предположение о том, что и диссипация, и внешнее поле достаточно слабые, поэтому далее этот вопрос не обсуждается.

В случае ферримагнетика (конечное значение v) ситуация принципиально иная: $v_c < c$, и величина силы торможения $F_{diss}(v)$ ограничена сверху, $F_{diss}(v) \le F_{max}$. Для максимального значения силы легко получить $F_{\text{max}} = \rho \alpha_G / 2\nu$. Здесь опять возникает неаналитическая зависимость от параметра ρ / ν . Для скорости установившегося движения получается выражение

$$v = \frac{\mu Fc}{\sqrt{(\mu F)^2 + (c^2/2)(2 + \rho \mp \rho \sqrt{1 - F^2/F_{\text{max}}^2})}},$$
 (57)

где μ — подвижность блоховской доменной стенки (для неелевской стенки подвижность меньше, она равна $\mu/\sqrt{1+\rho}$), знаки «-» и «+» в (57) относятся к блоховской и неелевской стенке. Эта зависимость представлена на рис. 7 для различных значений параметра раскомпенсации. Отметим, что значение скорости v_c достигается при величине силы $F = F_c < F_{\text{max}}$, меньшей чем F_{max} , а величина скорости при $F = F_{\text{max}}$ меньше чем v_c ; однако различие этих значений, $v(F_{\text{max}})$ и v_c , F_c и F_{max} , невелико даже при немалых значениях ρ , см. рис. 7.

Отметим общее свойство доменных стенок в магнетиках с $v \neq 0$: одному значению скорости соответствует



Рис. 7. (Онлайн в цвете) Зависимость скорости вынужденного стационарного движения доменной стенки при различных значениях параметра раскомпенсации V от величины движущей силы (схематически). Для наглядности, прежде всего для демонстрации различия блоховских и неелевских стенок, выбрано достаточно большое значение ρ = 3. Нормировка силы F₀ выбрана так, чтобы подвижности стенок по отношению к нормированной силе ${\it F}$ / ${\it F}_0$ во всех случаях были одинаковы, при этом значение параметра раскомпенсации v определяет соотношение F_0 и F_{max} : при $F_{max} = F_0$ имеется практически «ферромагнитное» поведение, кривым с $F_{\text{max}} = 3F_0$ и $F_{\text{max}} = 5F_0$ соответствуют значения v, меньшие в 3 и 5 раз. Штриховая линия отвечает «антиферромагнитному» пределу v = 0 для блоховской стенки (при v = 0 неелевская стенка нестабильна). Для кривых с $F_{\text{max}} = F_0$ и $F_{\text{max}} = 3F_0$ горизонтальными линиями из точек отмечены значения $v(F_{\max}) < v_c$, а вертикальными линиями из точек — значение силы F_c < F_{max}, которому отвечает предельная скорость v_c.

два типа стенок с различными энергиями. Это проявляется, в частности, в том, что при данном значении силы *F* < *F*_{max} существует два различных значения скорости стенки, см. формулу (54). Принципиально важен вопрос об устойчивости одной из этих стенок; тем более, что для верхней ветви зависимости v(F) при $F_c < F < F_{max}$ скорость убывает с ростом силы и реализуется отрицательная дифференциальная подвижность, dv(F)/dF < 0. Обычно такое условие ассоциируется с неустойчивостью. Это же свойство имеет место и для доменных стенок в ферромагнетике, но для них известно, что обе ветви зависимости отвечают стабильному движению. Этот факт объясняется тем, что при $v \neq 0$ блоховской и неелевской стенкам в ферромагнетике соответствуют различные значения импульса Р, см. [119]. Зависимость E(P) для доменных стенок в ферромагнетике такова, что при $v \neq 0$ каждому значению импульса отвечает только одно значение энергии и скорости.

Для антиферромагнетика (v строго равно нулю) ситуация принципиально иная: также существуют два типа стенок, но стенка с большей энергией абсолютно неустойчива, см. [131]. Поскольку для ферримагнетика с малым, но конечным значением $v \neq 0$ вопрос об устойчивости стенок не исследовался, попробуем пояснить эти, на первый взгляд, противоречивые свойства стенок из качественных соображений. Это можно сделать, анализируя зависимости энергии стенок от ее импульса P.

Исследование зависимости динамики стенок с использованием импульса P полезно и по другой причине. Выше отмечалось, что стационарное движение доменной границы возможно лишь при $F \leq F_{max}$. Этот результат (наличие критического значения силы) характерен для нескомпенсированных магнетиков; в частности, он справедлив и для доменной стенки в «чистом» ферромагнетике, но для скомпенсированных магнетиков такого ограничения формально нет. Возникает естественный вопрос: как будет двигаться стенка, если к магнетику с доменной стенкой приложить силу $F > F_{max}$? Напомним, что при малом α_G значение F_{max} , пропорциональное α_G , также невелико.

Для ферромагнетика этот вопрос был решен в классической работе Уокера и Шрайера, которые показали, что в постоянном магнитном поле $H_z > H_{max}$, превышающем критическое, возникает нестационарное движение стенки, включающее осцилляции с частотой $\omega \sim \gamma H_z$ [137] (так называемый закритический режим Уокера–Шраера). Такое движение неоднократно наблюдали в экспериментах по движению стенок магнитных доменов в материалах с цилиндрическими доменами (bubble domains) [138]. Для ферримагнетиков анализ такого движения достаточно сложный, но использование импульса стенки делает его более ясным и наглядным.

Использование зависимости E(P) не только более удобно для анализа вынужденного движения, особенно нестационарного, оно более последовательно с точки зрения механики. Действительно, при применении подхода коллективных переменных координата доменной стенки Х используется как обобщенная координата. Энергия стенки в ферромагнетике или в ферримагнетике с v ≠ 0 не является простой функцией скорости стенки v = dX/dt; она не равна ни $E_0 + m_* v^2 / 2$, где m_* — эффективная масса стенки, ни $E_0 / \sqrt{1 - v^2 / c^2}$, как в классической или в релятивистской механике. Построение уравнений движения для Х (или, что эквивалентно, построение функции Лагранжа) является нетривиальной задачей (подробнее о лагранжевом формализме для стенки в ферромагнетике см. [119,120]). С другой стороны, энергия стенки, записанная через ее импульс, представляет собой функцию Гамильтона для коллективной координаты Х. Знание функции Гамильтона позволяет построить последовательную механику для движения стенки.

Импульс доменной стенки P, как и любого другого магнитного солитона, естественно определить через плотность полевого импульса поля намагниченности [117], см. также [118,119]. Как отмечалось в разд. 2, строгое определение тензора энергии-импульса для магнетиков с $v \neq 0$ затруднительно из-за присутствия гироскопического слагаемого, содержащего неаналитическую функцию, вектор-потенциал поля монополя Дирака, форма которой зависит от выбранной калибровки. Естественно, эта проблема переносится и на определение импульса доменной стенки. Однако для этого конкретного случая ситуация ясная. Величину

импульса P_0 можно записать как $\int \mathbf{A}(\mathbf{l})(\partial \mathbf{l} / \partial x) dx$, где −∞
— введенный в разд. 3 фиктивный векторпотенциал, и величина P_0 есть интеграл $\int \mathbf{A}(\mathbf{I}) d\mathbf{I}$ по траектории на сфере $l^2 = 1$, описывающей стенку. Эта величина зависит от калибровки. Однако разность импульсов для двух различных стенок определяется интегралом по замкнутому контуру $\oint \mathbf{A}(\mathbf{l}) d\mathbf{l}$, который в силу теоремы Стокса равен потоку фиктивного поля $\mathbf{B} = \operatorname{rot}_{\mathbf{I}} \mathbf{A}(\mathbf{I})$ через область на сфере, ограниченную этими двумя траекториями. Таким образом, разность импульсов для двух стенок оказывается калибровочноинвариантной [107,111-113], она определяется площадью участка сферы, лежащего между траекториями, описывающими стенки (для рассматриваемого случая стенки с $\mathbf{l}(-\infty) = -\mathbf{e}_z$, $\mathbf{l}(\infty) = \mathbf{e}_z$ эти траектории выходят из южного полюса сферы и входят в северный).

Для уокеровского решения эти траектории суть меридиональные линии с $\phi_{1,2} = \text{const}$, поэтому данная площадь равна $2(\phi_1 - \phi_2)$. Принимая, что для неподвижной блоховской стенки с $\phi = 0$ импульс равен нулю, получаем, что импульс стенки пропорционален значению угла φ , $\varphi = \varphi(v)$. Продемонстрируем это на примере хорошо известных зависимостей для простого ферромагнетика. Энергия стенки $E_{FM} = E_0 \sqrt{1 + \rho \sin^2 \varphi}$ является периодической функцией импульса, которая имеет простой вид:

$$E_{FM}(P) = E_0 \sqrt{1 + \rho \sin^2(\pi P / P_{0,FM})}, \qquad (58)$$

где значение периода на одну атомную цепочку ферромагнетика равно $P_{0 FM} = 2\pi \hbar S / a$, S — спин атома, а — межатомное расстояние. Значение P_{0 FM} достаточно велико (сравнимо с размером зоны Бриллюэна $P_B = 2\pi\hbar/a$). Для плоской стенки величина периода равна $P_{0,FM} = 2\pi\hbar s$, импульс вычисляется на единицу площади стенки, *s* — спиновая плотность. Заметим, что периодическая зависимость со значением периода, которое в два раза больше, чем уокеровское, возникает при описании динамики кинка в одномерной модели Изинга в присутствии внешнего магнитного поля, перпендикулярного легкой оси [139]. Такая же зависимость имеет место и для одномерных магнитных солитонов, см., например, [119,120]. Периодическая зависимость энергии от импульса, обусловленная геометрическими свойствами кинетической части лагранжиана, является достаточно общим свойством магнитных солитонов, см. [107,111,112]. В связи с этим полезно сделать замечание общего характера.

Периодическая зависимость энергии от импульса широко известна для движения квантовой частицы в периодическом потенциале; в этом случае она является следствием квантовой теоремы Блоха. Как и для электрона в кристалле, периодичность по импульсу должна приводить к тому, что откликом на постоянную силу (электрическое поле для электрона) является осциллирующее движение частицы (так называемые блоховские осцилляции). Этот нетривиальный эффект обычно ассоциируется с квантовой механикой, но на самом деле он не связан с квантовыми эффектами. Необходимым условием его реализации является наличие периодической зависимости функции Гамильтона от импульса. В нашем случае периодичность по импульсу присутствуют в классической теории и не имеет ничего общего с какими-либо квантовыми эффектами. Детальный анализ этой проблемы, содержащий сравнение квантового и классического подходов, дан в обзоре А.М. Косевича [140].

Для доменной стенки в ферромагнетике энергия $E_{FM}(P)$ является простой периодической функцией импульса, такой, что каждому значению импульса стенки отвечает только одно значение энергии, см. (58). В частности, импульсы неподвижных блоховской и неелевской стенок с $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$ отличаются на величину $P_{0,FM}/2$. Использование этого факта позволяет наглядно объяснить отмеченный выше результат Уокера и Шраера [137] как классический аналог блоховских осцилляций.

Обсудим характер динамики детально. Начнем с более простого случая движения стенки под действием внешней силы F без учета затухания. В этом случае уравнение Гамильтона dP/dt = F может быть проинтегрировано для любой зависимости силы от времени. В случае постоянной силы P = Ft, т.е. $\varphi = \pi Ft / P_{0 FM}$, что и определяет осциллирующую зависимость скорости стенки. Если учесть трение стенки, то уравнение сложнее $dP/dt = F + F_{diss}(P)$, здесь $F_{diss}(P)$ — сила трения $F_{diss}(v)$, выраженная через импульс. Для ферромагнетика функция F_{diss}(P) пропорциональна энергии стенки $E_{FM}(P)$, $F_{diss} \propto v E(P)$, периодическая и ограничена сверху. Понятно, что для внешней силы, превосходящей максимальное значение силы трения $\max[F_{diss}(P)]$, импульс стенки неограниченно возрастает со временем и имеет место осцилляционное движение.

Применяя тот же подход к анализу импульса ферримагнетика и учитывая выражения (19), (20), а также конкретные формулы (49)–(52), описывающие структуру доменной стенки, можно записать импульс доменной стенки (на единицу площади стенки) в виде

$$P = 2\hbar(s_1 - s_2)\phi + \frac{v}{c^2}E(v),$$
 (59)

где первое слагаемое представляет собой «ферромагнитный» вклад P_0 , второе же характерено для релятивистской механики, E(v) — энергия доменной стенки, движущейся со скоростью v. Заметим, что при $v \neq 0$ эта энергия определяется формулой (54), и ее зависимость от скорости не сводится к релятивистскому множителю $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$, но также связана с зависимостью $\phi(v)$. Чисто-релятивистская зависимость восстанавливается только при v = 0, в этом случае ϕ не зависит от скорости и принимает только два значения: $\phi = 0$ или $\phi = \pi/2$.

Понятно, при изменении угла на величину $\Delta \phi = \pi N$, где N — целое число, энергия и скорость стенки не изменятся, а импульс возрастет на величину $2\hbar\pi(s_1 - s_2)N$. Следовательно, энергия доменной стенки в ферримагнетике с v ≠ 0 формально является периодической функцией импульса, $E(P + P_0) = E(P)$. В силу уравнений Гамильтона скорость стенки $v \equiv dX / dt = dE(P) / dP$. Значение периода P_0 определяется формулой

$$P_0 = 2\hbar\pi (s_1 - s_2), \tag{60}$$

величина периода P_0 мала в меру малости параметра раскомпенсации $s_1 - s_2$, $P_0 = vP_{0,FM}$. Соответственно, мал и вклад гироскопического слагаемого в импульс: при малом \overline{v} значение предельной скорости близко к *c*, и величина второго слагаемого может существенно превышать величину P_0 . В отличие от случая ферромагнетика, аналитическую зависимость E(P) найти не удается, поэтому ограничимся качественным и численным анализом. При этом удобно использовать безразмерные переменные $\tilde{P} = cP / E_0$, $\tilde{E} = E / E_0$, $\tilde{v} = v / c$, в этих переменных $\tilde{P} = \overline{v}\phi + \tilde{v}\tilde{E}$ и $\tilde{P}_0 = \overline{v}\pi$ (напомним, что $\overline{v} = v\sqrt{\omega_{ex} / \omega_a}$ и \overline{v} порядка единицы в характерной области почти скомпенсированного ферримагнетика, для которого $v \sim \sqrt{\omega_a / \omega_{ex}} \ll 1$).

Начнем со случая малых \overline{v} . При $v \to 0$ имеем случай антиферромагнетика, для которого энергии двух стенок суть $E(P) = \sqrt{E_0^2 + c^2 P^2}$, где $E_0 = E_B$ или $E_0 = E_N$ для блоховской или неелевской стенки соответственно, см. рис. 8. Здесь предельная скорость равна c, значения энергии $\tilde{E} = 1/\sqrt{1-\tilde{v}^2}$ и импульса формально не ограничены (ограничение связано лишь с тем условием, что при континуальном описании толщина стенки $l_0(v) = l_0\sqrt{1-v^2/c^2}$ должна быть существенно больше, чем межатомное расстояние a). Каждому значению импульса отвечают два значения энергии: $E_N(P) > E_B(P)$; это может объяснить известный факт, что неелевская стенка, энергия которой больше, чем энергия блоховской стенки, абсолютно неустойчива [50,131].



Рис. 8. Зависимости E(P) (в единицах E_B) для двух типов стенок при значение $\rho = 0,5$ для малой раскомпенсации ($\overline{v} = 0,2$, сплошные линии) и чисто антиферромагнитного случая (v = 0); здесь штриховой линией представлены данные для выгодной блоховской стенки, линией из коротких штрихов — для невыгодной неелевской стенки. Нормировка импульса на величину $\tilde{P} = 2\hbar(s_1 + s_2)\sqrt{\omega_a / \omega_{ex}}$ выбрана так, чтобы в единицах \tilde{P} период равен $P_0 = \pi \overline{v} \tilde{P}$. Для стенки с $\overline{v} = 0,2$ полностью представлен только один сегмент периодической зависимости, включающий все возможные значения импульса (с учетом знака) и энергии, для наглядности приведены также малые участки, отвечающие следующим периодам. Вертикальные стрелки обозначают границы «магнитной зоны Бриллюэна» $P = \pm P_0 / 2$.

При малых, но конечных значениях \overline{v} в форме зависимости E(P) возникают два качественных изменения: во-первых, максимальное значение энергии E_{\max} и импульса P_{\max} (значение $P = P_{\max}$ соответствует максимальной скорости стенки $v = v_c$) становятся конечными; во-вторых, неелевской неподвижной стенке отвечает ненулевое значение импульса, равное $\pm P_0/2$. Напомним также, что имеет место периодическая зависимость энергии от импульса с периодом P_0 . Ясно, что при малых $\overline{v} \to 0$ величина $P_{\max} > P_0/2$; это соотношение остается справедливым при достаточно малых $\overline{v} < \overline{v}_c$.

При увеличении v значение P_0 растет, а P_{max} уменьшается, и их значения сравниваются при некотором критическом значении раскомпенсации $v = v_c$, значение $P_{\text{max}} = P_0 / 2$ при $\overline{v}_c = \sqrt{\rho}$ [141]. При $v > v_c$ (напомним, что при этом реальная разность спинов подрешеток $s_1 - s_2 = v(s_1 + s_2)$ весьма мала, $v_c =$ $= \overline{v}_c \sqrt{\omega_a / \omega_{\text{ex}}} <<1$), значение $P_{\text{max}} < P_0 / 2$, оно попадает внутрь одного периода зависимости E(P), см. рис. 9.

В случае $v > v_c$ зависимость E(P) качественно такая же, как для ферромагнетика, и каждому значению импульса отвечает только одно значение энергии. Можно сказать, что блоховской стенке соответствуют значения $-P_{\text{max}} < P < P_{\text{max}}$, а неелевской $-P_0 / 2 < P < -P_{\text{max}}$ и $P_{\text{max}} < P < P_0 / 2$ в пределах одного периода. Следует ожидать, что обе эти стенки, как и для случая ферромагнетика устойчивы (вопрос об устойчивости стенок в ферримагнетиках пока не исследован). Количественное отличие в динамике доменной стенки ферримагнетика от случая ферромагнетика состоит в том, что при



Рис. 9. Зависимости E(P) для двух типов стенок для значения параметра раскомпенсации, близкого к критической ($\overline{v} = 0,7$ на рис.) и при $\overline{v} = 1 > \overline{v}_c$, значения \overline{v} указаны около кривых, $\rho = 0,5$. Здесь, в отличие от случая $v < v_c$ на рис. 8, один период этой зависимости (изображенный на рисунке) включает все возможные значения импульса (с учетом знака) и энергии.

 $v > v_c$, но $v \approx v_c$, в зависимости E(P) имеют место достаточно протяженные участки, где v = $= dE(P)/dP \sim \text{const.}$ Это значение отвечает предельной скорости стенки, $v = v_c$, и достаточно велико. Поскольку для закритического режима Уокера-Шраера (осциллирующая зависимость скорости стенки от внешней силы) значение dP/dt = F = const, стенка движется со скоростью $v \approx v_c$ в течение достаточно большого промежутка времени.

Динамику доменной стенки в ферримагнетике Gd₂₃Fe_{67.4}Co_{9.6} экспериментально исследовали в работе [53]. У образца в форме микрополоски толщиной 20 нм, шириной 5 мкм и длиной 65 мкм измерялись скорость движения стенки под действием магнитного поля величиной до 1 кЭ. Авторы отметили резкое увеличение скорости стенки до значения v ~ 1,5 км/с при приближении к точке компенсации спинов и объяснили это увеличение «обменным ускорением» динамических эффектов в этой точке. Это значение меньше, чем «антиферромагнитная» скорость с, которая в данном образце по нашим оценкам достигает 4 км/с, см. Приложение 2. В этой работе был также исследован аналитически при v << с и численно «сверхпредельный» режим движения, показан рост эффективной подвижности $\overline{\mu}$, определяющей среднюю скорость сверхпредельного движения \overline{v} , $\overline{v} = \overline{\mu}H$. При приближении к точке компенсации спинов значения <u></u>достигали 20 км/(с·Тл). Эти результаты показывают возможность реализации сверхбыстрой спинтроники, использующей динамику доменных стенок и базирующейся на использовании нанопленок ферримагнетиков с почти скомпенсированными спинами.

В заключении этого раздела полезно сделать одно замечание, касающееся возможности исследования движения доменных стенок в более общих моделях ферримагнетиков, например, при учете более сложной анизотропии $w_a(\theta, \phi)$ или при наличии внешнего магнитного поля, перпендикулярного легкой оси магнетика. В любом случае структура движущейся стенки описывается системой двух уравнений второго порядка типа (47), (48) для переменных $\theta = \theta(\xi)$, $\phi = \phi(\xi)$. Для рассмотренной выше простейшей двухосной анизотропии $w_a(\theta, \phi)$ вида (46) эта система сводится к точно интегрируемой конечномерной (с двумя степенями свободы) динамической системе, что и обусловливает существование точного решения Уокера [142-144]. Для произвольного вида $w_a(\theta, \phi)$ эта система не является интегрируемой, и найти ее аналитическое решение не всегда возможно, так как требует анализа динамической системы в четырехмерном фазовом пространстве. При выходе за рамки интегрируемых задач может существенно повышаться значение предельной скорости ферромагнетика $v_{\text{стіt}}^{FM}$ [145–151]. Уравнения для структуры стенки для случаев ферромагнетика и ферримагнетика отличаются только множителем $(1 - v^2 / c^2)$ при

слагаемых со вторыми производными, поэтому они сводятся друг к другу простой перенормировкой констант и переменной ξ . Поэтому ряд результатов, полученных для ферромагнетиков, можно перенести на неинтегрируемые модели ферримагнетиков, близких к спиновой компенсации. В частности, значение предельной скорости стенки можно найти, если сделать замену $v_W \rightarrow v_{crit}^{FM}$ / v в формуле (53).

7. Особенности топологических солитонов, скирмионов и вихрей в ферримагнетиках

7.1. Статическая структура и гироскопическая динамика

Исследование топологически нетривиальных состояний магнетиков является одним из приоритетов современной физики магнетизма. Наличие ненулевого топологического заряда приводит к дополнительной устойчивости таких состояний по отношению к различным посторонним воздействиям, например, тепловым шумам, что полезно для систем записи информации. Магнитные топологические солитоны интересны тем, что они могут присутствовать в магнитных частицах микронных и субмикронных размеров и даже образовывать основное состояние таких наномагнетиков. В последние годы проявляется интерес к двумерным неоднородным состояниям с нетривиальной топологией, магнитным вихрям (magnetic vortex) и локализованным топологическим солитонам, которые сейчас принято называть скирмионами (skyrmion). Последнее название возникло в связи с работами Т. Скирма, в которых было предложено использовать стабильные топологические солитоны нелинейного мезонного поля для описания барионов [152,153]. Отметим, что сам Скирм никогда не рассматривал двумерных солитонов и исследовал либо трехмерные задачи и солитоны с латопологическим зарядом [152,153], либо простые одномерные (x,t) модели, базирующиеся на синусоидальном уравнении Клейна-Гордона [154]. Несмотря на это, термин «скирмион» прочно закрепился в физике магнетизма и будет использоваться ниже.

Начнем с анализа статических свойств солитонов, а затем обсудим их динамику. Заметим, что структура неподвижных солитонов для магнетика, который можно описать в терминах единичного вектора, не зависит от того, какой это магнетик — ферромагнетик, антиферромагнетик или ферримагнетик. Определенные динамические особенности этих солитонов также похожи. Поэтому в начале этого раздела эти вопросы будут обсуждаться достаточно кратко, более подробный анализ можно найти, например, в недавнем обзоре [59]. С другой стороны, варианты создания скирмионов и вихрей, а также пути их использования в устройствах спинтроники существенно различаются. Вопрос об устойчивости играет основную роль в физике двумерных магнитных солитонов, и проблемы, возникающие для вихрей и скирмионов, принципиально различные. Все эти вопросы удобно рассмотреть отдельно, что будет сделано в заключительных частях этого раздела.

Для модели чисто одноосного магнетика неподвижные солитонные состояния можно искать в виде

$$\theta_0(r), \phi = q\chi + \phi_0, \tag{61}$$

где $q = \pm 1, \pm 2, ...$ целое число, которое и определяет топологические свойства солитонов, φ_0 — произвольная постоянная. Если не учитывать магнитное дипольное взаимодействие, функция $\theta_0(r)$ определяется решением дифференциального уравнения [59,118–121]:

$$\frac{d^2\theta_0}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\theta_0}{dr} - \frac{q^2}{r^2}\sin\theta_0\cos\theta_0 - \frac{1}{A}\frac{\partial w_a}{\partial\theta_0} = 0, \quad (62)$$

где $w_a(\theta)$ — энергия анизотропии. Условие отсутствия сингулярности в центре солитона дает, что при $r \to 0$ $\theta = Cr^q$ или $\theta = \pi - Cr^q$. Второе условие отвечает тому, что вдали от солитона антиферромагнетик находится в основном состоянии, т.е. при $r \to \infty$ переменная $\theta \to \pi/2$ для вихрей в легкоплоскостном магнетике или $\theta \to 0, \pi$ для скирмионов в легкоосном магнетике. Размер области отклонения угла $\theta_0(r)$ от равновесного значения, то есть естественный размер неоднородности в солитоне (радиус скирмиона или размер ядра вихря) порядка нескольких единиц $l_0 = \sqrt{A/K}$, другими словами, порядка десятков нм.

И для вихрей, и для скирмионов существенно значение π_2 -топологического заряда, который соответствует отображению плоскости магнетика (*x*, *y*) на сферу $I^2 = 1$. Такое отображение характеризуются топологическим инвариантом *Q*:

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int \varepsilon_{\alpha\beta} \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial x_{\alpha}} \frac{\partial \varphi}{\partial x_{\beta}} dx dy, \qquad (63)$$

 $ε_{\alpha\beta}$ — абсолютный антисимметричный тензор. Для скирмиона величина Q принимает только целочисленные значения, $Q = 0, \pm 1, \pm 2, ...$ Значение Q для вихря является полуцелым, Q = -qp/2, где целое число $p = \pm 1$ определяет знак $l_z = \pm 1$ в центре ядра вихря и называется поляризацией (polarization) вихря. Состояния вихря с $Q = \pm 1/2$ различаются топологически и не могут быть переведены друг в друга непрерывной деформацией. Вообще говоря, основным топологическим зарядом вихрей является π_1 -заряд, в нашем случае это завихренность (vorticity) q, но эта величина играет меньшую роль для магнитных вихрей. В частности, для вихрей в магнитомягких частицах реализуется только значение q = 1, см. ниже.

Перейдем к рассмотрению движения топологических солитонов, вихрей и скирмионов. Точное решение, описывающее неодномерный солитон в ферромагнетике, движущийся с немалой скоростью, построить не удается. Используем подход коллективных переменных, который базируется на предположении, что l = $= \mathbf{l}^{(0)}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_s)$ и $\partial l_i / \partial t = -(\mathbf{v} \cdot \nabla) l_i^{(0)}$, где $\mathbf{R}_s = \mathbf{R}_s(t)$ и $\mathbf{v} = d\mathbf{R}_s / dt$ — координата и скорость солитона, $\mathbf{l}^{(0)}$ решение, описывающее неподвижный солитон. В антиферромагнетике присутствует формальная лоренцинвариантность, которая при точной компенсации спинов v = 0 должна проявляться и для ферримагнетика. В этом случае для координаты солитона любого типа R. должна иметь место релятивистская динамика. Если ограничиться случаем малых скоростей, v << c, для v = 0 эффективное уравнение движения для \mathbf{R}_s имеет ньютоновский вид, $m_*d^2\mathbf{R}_s/dt^2 = \mathbf{F}(t)$, где \mathbf{F} — сила, действующая на солитон, и *m*^{*} — эффективная масса солитона, $m_* = E_0 / c^2$, E_0 — энергия покоящегося солитона. Здесь F содержит как потенциальный вклад, $\mathbf{F}_{\text{not}} = -\nabla U(\mathbf{R}_s)$, потенциальная энергия U определяется неоднородностью параметров магнетика и/или магнитного поля, так и диссипативный вклад, который при малой скорости солитона имеет вид силы вязкого трения, $\mathbf{F}_{d} = -\mathbf{v}\eta$, η — коэффициент вязкости.

Для ферримагнетика с малой, но конечной раскомпенсацией спинов (V мало, но отлично от нуля) уравнение движения солитона можно построить с использованием формализма Гамильтона с учетом определения импульса солитона, см. формулу (20). При малых скоростях первое слагаемое в этой формуле принимает стандартный ньютоновский вид, $\mathbf{P} = m_* \mathbf{v} + \mathbf{P}^{(0)}$. Мерой изменения импульса является внешняя сила, т.е. $d\mathbf{P} / dt = \mathbf{F}$. Далее уравнение движения можно переписать как $m_*d\mathbf{v}/dt = \mathbf{F} + \mathbf{F}_G$, где введена гироскопиче-ская сила (гиросила) $\mathbf{F}_G = -d\mathbf{P}^{(0)}/dt$. Легко показать, что, в отличие от величины $\mathbf{P}^{(0)}$, величина $d\mathbf{P}^{(0)}/dt$ содержит только величину $\nabla_{\mathbf{l}} \times \mathbf{A}$ и является калибровочно-инвариантной величиной (см. [59] для общего вида A(I)). В случае ферримагнетика $\nabla_I \times A = I$, для двумерного распределения спинов $\mathbf{l} = \mathbf{l}(x, y)$, величина $\mathbf{F}_G = (\mathbf{v} \times \mathbf{e}_z)G$, где гироскопическая постоянная G выражается через значение топологического инварианта Q(63),

$$m_* \frac{d\mathbf{v}}{dt} = (\mathbf{v} \times \mathbf{e}_z)G + \mathbf{F}, \ G = 4\pi\hbar(s_1 - s_2)Q.$$
(64)

Заметим, что использование сингулярного векторпотенциала A(I) достаточно сложная задача с точки зрения строгой математики. Однако наличие гиросилы вида (64) для топологически нетривиальных состояний, не только скирмионов или вихрей, но и для исследованных ранее цилиндрических доменов и блоховских линий в ферромагнетиках, надежно установлено экспериментально [138]. Теоретический анализ гироскопической динамики солитонов, обусловленный их топологическим зарядом π_2 , был проведен на основе ряда различных теоретических подходов [106,109,110,113,114], в том числе прямого анализа уравнения Ландау–Лифшица [106], и подтвердил существование гиросилы вида (64) для ферромагнетиков. Для вихрей это уравнение, записанное без инерционного слагаемого ($m_* = 0$, т.е. $(\mathbf{e}_z \times \mathbf{v})G = \mathbf{F})$, называется уравнением Тиля и проверено во многих экспериментах по динамике магнитных вихрей в частицах магнитомягких ферромагнетиков, см. обзоры [21,22], а также сильно связанных вихревых пар [155]. Структура гироскопических слагаемых, в частности, вид вектора-потенциала, одинаковая для уравнения Ландау-Лифшица и для ферримагнетиков, поэтому перенос результатов о гиросиле на случай ферримагнетиков достаточно ясен, и справедливость уравнения (64) не вызывает сомнения. Отметим, что инерционное слагаемое для солитонов в ферромагнетиках, описанных в рамках уравнения Ландау-Лифшица, также обсуждалось многими авторами, но результаты на сегодняшний день противоречивы и не будут обсуждаться. Но для описания ферримагнетика в рамках сигма-модели, которая содержит (в отличие от уравнения Ландау–Лифшица) вторую производную вектора I, $d^2 \mathbf{l} / dt^2$, появление инерционного слагаемого и массы солитона *т*_{*} достаточно понятно. Уравнение (64), обобщающее уравнение Тиля при учете инерционного слагаемого при учете возможной малости гироскопических эффектов при наличии малой, но конечной раскомпенсации спинов, уместно назвать обобщенным уравнением Тиля. Это уравнение использовалось при теоретическом анализе динамики магнитного вихря в ферримагнетике [55].

После этого краткого обсуждения общих проблем топологических солитонов в ферримагнетиках перейдем к анализу специфических свойств вихрей и скирмионов.

7.2. Вихри в малых частицах ферримагнетиков

Магнитные вихри, которые исследуются уже более двадцати лет, могут реализовать основное состояние наночастицы приблизительно круговой формы, сделанной из магнитомягкого ферромагнетика типа пермаллоя. Именно в этом плане говорят об устойчивости вихрей. В этом случае вихревое распределение вида (61) с q = 1 и со значениями $\varphi_0 = \pi/2$ и $\varphi_0 = -\pi/2$ обеспечивает замыкание магнитного потока внутри частицы. При этом единственным источником размагничивающего поля являются магнитные полюса на поверхности (ненулевое значение $M_z = M_s \cos \theta$), что для достаточно тонкой частицы дает $\mathbf{H}_m =$ $=-\mathbf{e}_z 4\pi M_s \cos \theta$. Это поле сконцентрировано в малой области вихревого ядра, и размагничивающая энергия вихревого состояния ниже, чем однородного. Иными словами, вихрь стабилен за счет уменьшения магнитостатической энергии и является альтернативой обычной доменной структуре, известной для массивных магнетиков.

Для магнитомягких частиц роль анизотропии играет энергия $w_m = 2\pi M_s^2 \cos^2 \theta$ и размер вихревого ядра определяется величиной $l_m = \sqrt{A/4\pi M_s^2}$ (в литературе по магнитным вихрям ее часто обозначают l_0). Для широко используемого магнитомягкого ферромагнетика пермаллоя Ni₈₀Fe₂₀ поле $4\pi M_s \sim 10$ кЭ и величина l_m порядка 5 нм.

Как и обычная доменная структура, вихревое состояние реализуется лишь для частиц с относительно большими размерами, для меньших частиц выгодно однодоменное квазиоднородное состояние. Оценки показывают, что для круговой частицы, изготовленной из мягкого магнитного материала, характерным является произведение радиуса частицы *R* на ее толщину *L*: вихревое состояние является основным состоянием, если $RL > 30l_m^2$ [156]. Чтобы гарантировать возникновение вихря, однодоменное состояние должно быть неустойчивым в нулевом поле, что реализуется при более жестком условии $RL > 45l_m^2$ [157]. По этой причине большинство экспериментов с вихрями выполнялись для частиц с толщинами, превышающими 10 нм. Однако для применения в спинтронике важно стабилизировать магнитный вихрь в частице с наименьшей толщиной, желательно не более 5 нм.

Для ферримагнетиков в точке спиновой компенсации может присутствовать немалая анизотропия типа легкая плоскость, которая определяет размер вихревого ядра l_0 (порядка нескольких нм). Однако их намагниченность мала ($4\pi M_s \sim 1$ кЭ для GdFeCo), и значение l_m велико, значительно больше, чем для пермаллоя. Типичные величины l_m для ферримагнетиков с компенсацией спинов составляют 30–40 нм.

Полезно отметить, что для антиферромагнетиков со слабым ферромагнетизмом, таких как гематит α-Fe₂O₃, борат железа FeBO3 или ортоферриты, значение M_s очень мало, еще меньше, чем для ферримагнетиков; например, для бората железа 4 πM_s = 120 Э. В этих материалах присутствует немалая анизотропия типа легкая плоскость, и размер вихревого ядра l₀ порядка нескольких нм, но l_m порядка сотен нм (для бората железа l_m = 220 нм). Но, в отличие от вихрей в частицах ферромагнетиков, слабый ферромагнитный момент $\mathbf{M}_{\text{weak}} = H_D(\mathbf{e}_z \times \mathbf{l}) / H_{\text{ex}}$, где H_D — поле Дзялошинского, не выходит из плоскости частицы. Поэтому для частицы в форме любого тела вращения с осью, параллельной трудной оси, размагничивающее поле **H**_m равно нулю даже в области кора [158]. Поэтому несмотря на малость магнитного момента, вихревое состояние в таких антиферромагнетиках может быть выгодным для частицы достаточно малого размера, $\sqrt{RL} > 0,4$ мкм.

Для ферримагнетиков распределение намагниченности такое же, как и вектора l, и распределение поля \mathbf{H}_m повторяет то, что имеет место для ферромагнетика.

Поэтому приведенные выше критерии также применимы, и типичные размеры частиц, в которых выгодно вихревое состояние, определяются отношением величин l_m , они в несколько раз больше, чем для стандартных ферромагнетиков типа пермаллоя. Для вихрей в ферримагнетике СоТь типичные размеры частицы оценены как $R \sim 1$ мкм и $L \sim 100$ нм [55]. Такие размеры слишком велики для приложений к спинтронике. Одним из путей их уменьшения является использование поля Эрстеда, которое создается электрическим током и всегда присутствует в системе типа магнитного наноконтакта и позволяет стабилизировать вихри даже при толщинах частицы, меньших 5 нм [159-162]. Другая возможность уменьшения размера частицы с вихрем связана с использованием гибридных наноструктур, в которых ферромагнитная пленка или наночастица находятся под влиянием дипольных полей рассеяния, созданных другим, магнитожестким слоем определенной геометрии [23]. Здесь важно отметить, что выигрыш в энергии для вихревого состояния для всех этих случаев пропорционален первой степени малого параметра, намагниченности M_s , в то время как стандартная энергия размагничивающих полей пропорциональна M_s^2 . Поэтому указанные механизмы стабилизации вихрей внешними полями более эффективны для ферримагнетиков, чем для стандартных ферромагнетиков с большим M_s . Таким образом, можно надеяться, что задача реализации вихревого состояния для достаточно малых частиц ферримагнетиков является решаемой.

Интерес к магнитным вихрям во многом связан с их динамическими свойствами. Для вихря в ферромагнетике характерна гиротропная динамика, при которой ядро вихря движется по круговой траектории большого радиуса, частота движения находится в диапазоне от сотен МГц до 1–2 ГГц [159–164], см. также обзоры [21,22]. Этот режим движения может возбуждаться с использованием спин-поляризованного тока [165–167]. Вихревые генераторы обладают рекордными характеристиками, предельно узкой линией генерации и относительно высокой мощностью сигнала [159–162]. К их недостаткам можно отнести низкое значение частоты.

Можно надеяться, что использование ферримагнетиков, близких к точке компенсации спина, позволит существенно увеличить рабочую частоту генератора с накачкой спиновым током. Для ферримагнитных вихрей динамика определяется обобщенным уравнением Тиля (64), которое для случая вихря в круговой частице при учете спин-поляризованного тока и диссипации можно записать в виде

$$m_* \frac{d^2 \mathbf{R}_s}{d^2 t} + G\left(\mathbf{e}_z \times \frac{d\mathbf{R}_s}{dt}\right) = \mathbf{F}_m - \eta \frac{d\mathbf{R}_s}{dt} + \tau s_0 \hbar L(\mathbf{e}_z \times \mathbf{R}_s),$$
(65)

где $\mathbf{F}_m = -\kappa(R_s)\mathbf{R}_s$ — возвращающая сила, $R_s = |\mathbf{R}_s|$, которая определяется магнитостатической энергией взаимодействия вихря с краем частицы [164,168],

$$\kappa(R_s) = \frac{\kappa_0}{1 - (\mathbf{R}_s / 2R)^2}, \ \kappa_0 = 2\pi M_s^2 \frac{20L^2}{9R}, \qquad (66)$$

L и *R* — толщина и радиус диска, m_* — эффективная масса вихря. Два последних слагаемых определяют неконсервативные силы, вязкое трение и силу, вызванную действием спинового тока. Эти силы можно выбрать в той же форме, как для ферромагнитного вихря [165]. Далее легко показать, что при условии баланса неконсервативных сил $\eta\omega = \tau s_0 \hbar L$ может реализоваться установившееся движение вихря по круговой орбите радиуса R_s , частота движения ω определяется формулой

$$\omega = \frac{G}{2m_*} \pm \sqrt{\left(\frac{G}{2m_*}\right)^2 + \left[\omega_0(R_s)\right]^2}, \ \omega_0(R_s) = \sqrt{\frac{\kappa(R_s)}{m_*}}.$$
(67)

Оценки показывают, что несмотря на малость намагниченности для аморфных ферримагнетиков вблизи точки компенсации, это значение частоты порядка десятков ГГц и значительно превышает гироскопическую частоту вихрей для ферромагнетиков, для уединенных вихрей ее значение менее ГГц, для тесно связанной пары может достигать 3–4 ГГц.

7.3. Скирмионы — стабильность и динамика

Рассмотрим теперь свойства ферримагнитных скирмионов и возможность реализации подобных состояний в ферримагнетиках. Скирмионы интересны тем, что могут иметь достаточно малые размеры (до нескольких нм) и сильно локализованную структуру [169-174]. В отличие от вихрей, они практически нечувствительны к форме образца, могут существовать в сплошных пленках или магнитных нанолентах и достаточно свободно перемещаться вдоль образца. Фактически, скирмионы напоминают хорошо известные цилиндрические магнитные домены (magnetic bubbles), на основе которых создана магнитная память, не содержащая механических движущихся элементов [138]. Движением скирмионов легко управлять с помощью электрических токов [175-177]. Эти свойства позволяют надеяться, что на основе скирмионов могут быть созданы новые виды новых устройств для хранения и обработки информации с предельно высокой плотностью [177-179], имеющих все достоинства систем на цилиндрических доменах, но с характерным размером порядка десятков нм (размеры цилиндрического домена сложно сделать меньшим, чем один мкм).

Для скирмионов, как и для других неодномерных статических топологических солитонов с конечной энергией, весьма важна проблема устойчивости. Общее утверждение, известное как теорема Хобарта–Деррика [180,181], гласит, что неодномерные стационарные локализованные солитонные решения для модели вида (18), для которой энергия включает члены, квадратичные по градиентам параметра порядка (компонентам вектора I), и энергию анизотропии, нестабильные. Отметим, что эта теорема не применима для солитонов с бесконечной энергией, таких как ежи (точки Блоха) [89] или рассмотренные выше вихри, а также для некоторых дискретных моделей, в которых могут существовать статические двумерные топологические солитоны [182]. Солитон может также стабилизироваться за счет внутренней динамики, прецессии намагниченности [124,125]. Однако для существования статических стабильных скирмионов необходим выход за рамки стандартной континуальной модели с функционалом энергии вида (18).

Поясним кратко те условия, которым должна обладать энергия магнетика, чтобы в нем могли существовать двумерные стабильные солитонные состояния (скирмионы). Хорошей стартовой точкой является известное решение Белавина–Полякова [183], полученное для изотропного магнетика с энергией вида $E = (A/2) \int (\nabla \mathbf{l})^2 d\mathbf{r}$, это решение имеет вид

$$\operatorname{tg}(\frac{\theta}{2}) = (\frac{R}{r})^{|\mathcal{Q}|}, \quad \varphi = \mathcal{Q}\chi + \varphi_0, \tag{68}$$

где *R* — радиус солитона, *Q* его топологический заряд. Далее рассматривается только случай Q = 1, о солитонах с Q > 1 см. [184,185]. Энергия этого солитона не зависит от радиуса R, $E_{BP} = 4\pi AQ$ (на единицу длины). Если учесть энергию анизотропии, то характер зависимости $\theta(r)$ на расстояниях $r > l_0$ становится экспоненциальным, а в энергии возникает вклад анизотропии в форме $\Delta E_a \simeq 8\pi K S^2 R^2 \ln(l_0 / R)$ [125]. В итоге энергия солитона становится функцией радиуса E(R), и эта функция не имеет минимума при $R \neq 0$, что и определяет коллапс солитона. Фактически, размер солитона в такой модели будет уменьшаться, пока не достигнет величины порядка межатомного расстояния а, когда топологические аргументы, основанные на предположении о гладкой аналитической зависимости l(r), перестают действовать [182].

Возникает вопрос, каким образом можно стабилизировать скирмион. Были предложены модели с энергией, содержащей следующие степени градиентов намагниченности, например вида $a^2 A' (\nabla^2 \mathbf{l})^2$ с A' > 0, которые дают в энергию поправку вида $A'(a/R)^2$, приводящие к стабилизации скирмиона [186–188]. Фактически, такие слагаемые учитывал еще Скирм для получения стабильных трехмерных солитонов. Однако для двумерной задачи есть определенное преимущество: минимизация энергии с учетом такого слагаемого дает малое, но макроскопическое значение радиуса солитона, $R_0 = \sqrt{al'_0} \quad l'_0 = \sqrt{A'/K}$, т.е. при $l'_0 \sim l_0$ величина $a << R_0 << l_0$. Теоретически показана возможность стабилизации скирмиона малого радиуса в магнитной пленке на подложке из немагнитного металла или графена, за счет дальнодействующего взаимодействия Рудермана–Киттеля–Косуи–Иосиды через электроны подложки [189]. Однако до настоящего момента такие сценарии стабилизации скирмионов не реализованы экспериментально.

Достаточно давно был предложен еще один способом стабилизации скирмионов, за счет вклада так называемого взаимодействия Дзялошинского-Мории, которое линейно по градиентам намагниченности, вида $aD\mathbf{M} \cdot (\nabla \times \mathbf{M})$ (для антиферромагнетиков $aD\mathbf{l} \cdot (\nabla \times \mathbf{l})$)), [187,190,191]. Такие слагаемые возможны для кристаллических магнетиков без центра инверсии (например, магнетиков FeGe или MnSi с решеткой типа B20 или купратной плоскости анитферромагнитной фазы YBaCuO [192]). Их вклад в энергию солитона Белавина-Полякова равен *aDRQ*, т.е. для любого знака D скирмион с определенным знаком топологического заряда Q может стабилизироваться. Именно этот механизм стабилизации был реализован экспериментально: гексагональные скирмионные решетки были экспериментально обнаружены в кристаллах со структурой В20 [193,194]. Такое же взаимодействие может возникать в тонких пленках магнетиков на подложке из тяжелого металла с сильным спин-орбитальным взаимодействием [195], в этом случае энергия взаимодействия описывается выражением $aD_{s}[M_{\tau}(\nabla \cdot \mathbf{M}) - (\mathbf{M} \cdot \nabla)M_{\tau}],$ ось z определяет направление нормали к поверхности пленки. Скирмионы, стабилизированные за счет поверхностного взаимодействия Дзялошинского-Мории, наблюдались в сверхтонких пленках Co/Pt, Ir/Co/Pt и многих других при комнатной температуре [196-200].

Все рассмотренные выше механизмы стабилизации скирмионов являются чисто статическими, и возможны не только для ферромагнетиков, но и для антиферромагнетиков и ферримагнетиков, в том числе и вблизи точки спиновой компенсации. Преимущества использования ферримагнетиков, находящихся вблизи точки спиновой компенсации, достаточно понятны. Во-первых, для них имеет место «релятивистская» динамика скирмиона с обменной скоростью (во всяком случае, при малых значениях раскомпенсации, $s_1 \rightarrow s_2$), что повышает теоретический предел быстродействия систем памяти. Во-вторых, уменьшается (и обращается в ноль в точке компенсации $s_1 = s_2$) значение гиросилы, что наблюдалось экспериментально [201]. В силу этого скирмион движется вдоль приложенной силы. В частности, для движения скирмиона в нанополоске магнетика должен отсутствовать эффект его «выталкивания» на границу полоски.

Заметим, однако, что динамика скирмионов в ферримагнетиках не исследована, и трудно сказать, при каком значении раскомпенсации происходит переход от антиферромагнитной лоренц-инвариантной динамики к ферромагнитной. Следует отметить, что динамика скирмионов в различных магнетиках исследована недостаточно. Исключением является только случай чистого антиферромагнетика, где имеют место простые лоренц-инвариантные закономерности. Для ферромагнетиков в литературе есть разногласия по поводу такой (простой, на первый взгляд) динамической характеристики скирмиона как эффективная масса. Эта масса вычислялась достаточно давно, и различные подходы давали сходные результаты [109,202,203]. В работе [204] авторы отмечали, что наблюдаемое методом рентгеновской голографии с высоким разрешением по времени движение магнитного скирмиона может быть описано только при учете массы скирмиона. Утверждалось, что эта масса велика, больше, чем можно ожидать из простой оценки суммарной массы доменной стенки, ограничивающей скирмион. С другой стороны, недавно сделано утверждение об отсутствии инерционных свойств у скирмиона в идеальном (бездефектном) ферромагнетике [205]. Обсуждение этой проблемы можно найти в недавней работе [206]. Для ферримагнетика наличие конечной массы скирмиона, обусловленной тем, что в уравнениях движения присутствуют слагаемые со вторыми производными по времени, не вызывает сомнения. Однако оценка «ферромагнитного» вклада при $s_1 \neq s_2$ ($\nu \neq 0$), и того значения V, при котором эти вклады становятся сравнимыми, представляет большой интерес.

8. Заключение

Исследование «антиферромагнитной» спиновой динамики ферримагнетиков с компенсацией спина, в частности, сверхбыстрой спинтроники для таких материалов, быстро развивается. В этой ситуации трудно делать прогнозы того, как пойдет это развитие, какие эффекты окажутся наиболее важными и какие материалы будут предпочтительными для применения. С другой стороны, в рамках развития «обычной» спинтроники ферромагнетиков и более новой области, спинтроники антиферромагнетиков, к настоящему времени получено огромное количество результатов. Эти результаты важны для понимания проблемы спинтроники ферримагнетиков, но их трудно описать в рамках короткого обзора. Однако автор надеется, что систематическое изложение различных аспектов спиновой динамики ферримагнетиков позволит заинтересованному читателю понять ее специфику и увидеть ее практическую полезность.

В заключение мне хотелось бы выразить свою глубокую признательность В.Г. Барьяхтару, Крейгу Э. Заспелю (Craig E. Zaspel), А.К. Колежуку и А.Л. Сукстанскому за многолетнее сотрудничество в области динамики солитонов и вихрей в магнетиках. Я благодарен авторам работы [115], которые любезно дали согласие на воспроизведение в этом обзоре их экспериментальных данных. Работа частично поддержана программой #1/17-Н Национальной академии наук Украины и Отделением целевой подготовки Киевского национального университета имени Тараса Шевченко при НАН Украины (проект «Элементы сверхбыстрых нейронных систем на основе антиферромагнитных спинтронных наноструктур»).

Приложение 1. Спиновый ток и схемы автоосцилляторов со спиновой накачкой

Наиболее простой (в идейном плане) метод создания спинового тока основан на том, что электроны проводимости ферромагнитного металла «подмагничены» за счет наличия магнитного упорядочения. Таким образом, в слоистой магнитной наноструктуре (рис. 10) поток электронов, проходя через слой ферромагнетика с фиксированной намагниченностью (этот слой называют поляризатором), становится поляризованным по спину (вводят эффективность спиновой поляризации $\varepsilon = (s_{\uparrow} - s_{\downarrow})/(s_{\uparrow} + s_{\downarrow})$, значение которой определяется свойствами поляризатора). Далее этот спин переносится через тонкую (1–2 нм) прослойку нормального металла в слой из магнитомягкого ферромагнетика (так называемый свободный слой) и реализует спиновую накачку движения намагниченности свободного слоя.

Для этой схемы создания спинового крутящего момента оценка параметра $\tau_{SC} = \sigma_{SC} j$, входящего в динамические уравнения (1), (3) или (15), достаточно проста

$$\mathfrak{r}_{SC} = \varepsilon \frac{g\mu_B}{2eL} j, \qquad (\Pi 1)$$



Рис. 10. (Онлайн в цвете) Схема слоистой магнитной наноструктуры. Буквами обозначено: Р — поляризатор, FL свободный слой, между ними показана прослойка немагнитного металла. Длинная голубая стрелка показывает направление движения электронов, более тонкие темно-красные стрелки показывают направление намагниченности в поляризаторе и прецессию намагниченности в свободном слое, короткая красная стрелка с буквой **р** — направление поляризации спинового тока, короткая черная стрелка — направление избранной оси свободного слоя. где j — плотность электрического тока (часто используют запись через полный ток I = jS, S — площадь контакта), $0 < \varepsilon \le 1$ — эффективность спиновой поляризации, e > 0 — величина заряда электрона, L — толщина свободного слоя, см. например, [7]. Физический смысл коэффициента σ достаточно прозрачен: эта величина содержит отношение магнитного момента электрона $g\mu_B / 2 \approx \mu_B$ к его заряду e.

Естественно, подобная схема может применяться только для проводящих магнетиков. Однако спиновый ток не обязательно связан с поступательным движением электронов. Например, в обменном приближении полный спин магнетика сохраняется и уравнение движения спиновой плотности приобретает вид уравнения непрерывности, $\partial s_i / \partial t + \partial \Pi_{i,\alpha} / \partial x_{\alpha} = 0$. Величина $\Pi_{i,\alpha}$ определяет перенос і-ой компоненты спина, т.е. спиновый ток. П_{і.а} является бивектором, греческие и латинские символы означают индексы в координатном и спиновом пространствах, см. [77-81]. В настоящее время считается перспективным использование так называемого спинового эффекта Холла, который можно использовать для спиновой накачки как магнитных диэлектриков, так и металлов [207,208]. Этот эффект был предсказан много лет назад [209,210], и состоит в том, что при протекании электрического тока J_c через нормальный металл возникает поток спина, направленный перпендикулярно току J_c, см. рис. 11. Отметим, что эффект не связан с наличием магнитного поля и определяется спин-орбитальным взаимодействием, конкретно, связью направления спина и импульса (скорости) электрона. В результате на противоположных поверхностях образца, параллельных току, может возникнуть аккумуляция спинов противоположного направления.

Характер эффекта, в частности, взаимные направления векторов электрического тока J_c , спинового тока J_s и спиновой поляризации **р** можно понять по аналогии с классическим эффектом Холла, который имеет место во внешнем магнитном поле **H** (для магнетиков ту же роль может играть намагниченность **M**) см. рис. 11. Направление токов (электрического J_c и холловского J_H) и поля **H** (или намагниченности **M**) представлены на рис. 11(а). Аналогично, вектора J_c , направление потока спинов J_s и поляризации спинового тока **p** составляют тройку ортогональных векторов (см. рис. 11(б)).



Рис. 11. (Онлайн в цвете) Сравнение обычного эффекта Холла (а) и спинового эффекта Холла (б).



Рис. 12. (Онлайн в цвете) Схема спиновой накачки активного магнитного элемента (свободного слоя, FL на рис.) за счет спинового эффекта Холла при протекании электрического тока через слой тяжелого металла (HM на рис.). Вертикальная сиреневая стрелка указывает направление спинового тока, обозначения для направления потока электронов в металле, поляризации спинового тока и намагниченности активного элемента такие же, как на рис. 10.

Спиновый эффект Холла можно использовать для спиновой накачки слоя магнитного материала двухслойной системы «нормальный металл-магнетик» (см. рис. 12). Интенсивность эффекта определяется спинорбитальным взаимодействием, поэтому в качестве носителя тока выбирают тяжелые металлы, для которых это взаимодействие сильное, обычно платину.

Формула для характерной константы $\tau = \tau_{SHE}$, которая определяет эффективность накачки, имеет вид [35]

$$\tau_{SHE} = jg_r \theta_{SH} \frac{e\lambda\rho}{2\pi\hbar s_0 L_{\text{magn}}} \operatorname{tg} \frac{L_{HM}}{2\lambda}.$$
 (II2)

Выражение для т не столь прозрачно, как (П1); оно содержит характеристики обоих слоев, а также значение так называемой проводимости спинового смешивания g_r (spin-mixing conductance), характеризующей границу между магнетиком и металлом, см [35]. Величина спин-холловского угла определяет свойства металла, для платины $\theta_{SH} \sim 0,1$ рад., см. [211], s_0 — спиновая плотность магнетика, ρ и λ — удельное электрическое сопротивление и длина спиновой диффузии для металла, L_{magn} и L_{HM} — толщина слоев магнетика и тяжелого металла соответственно.

Полезный высокочастотный сигнал в рамках этой конструкции может быть получен с использованием обратного спинового эффекта Холла, который состоит в том, что колебания намагниченности создают спиновый ток $J_s^{(ISHE)}$, который течет назад из магнетика в металл. Для этого тока в случае антиферромагнетика или ферримагнетика вблизи компенсации спинов получается простая формула:

$$\mathbf{J}_{s}^{(ISHE)} = \frac{\hbar g_{r}}{2\pi} (\mathbf{l} \times \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial t}) = \mathbf{e}_{z} \omega \frac{\hbar g_{r}}{2\pi} \sin \theta \cos \theta$$

Этот спиновый ток создает переменную ЭДС в металле, т.е. полезный сигнал. Для случая равномерного вращения вектора I вокруг оси e_z с частотой ω получается отмеченное выше свойство системы: переменный сигнал зависит от угла прецессии и обращается в ноль при чисто планарном вращении вектора I.

Приложение 2. Параметры реальных ферримагнетиков

Классические антиферромагнетики, такие как ортоферриты, оксиды переходных металлов NiO, MnO, CoO, гематит α -Fe₂O₃ или борат железа FeBO₃, изучали в течение многих десятилетий, см. [24]. Для них исследованы резонансные свойства и индуцированные полем фазовые переходы типа спин-флоп перехода и определены важные параметры, такие как обменное поле или поля анизотропии, константы неоднородного обмена. Свойства интересных в плане настоящего обзора аморфных ферримагнетиков, особенно такие, какие важны для описания сверхбыстрой динамики, изучены менее детально. Полезно привести известные данные хотя бы для некоторых из них, для того чтобы иметь возможность оценить масштабы их динамических параметров.

Поля анизотропии или константы неоднородного обмена можно определить стандартными «ферромагнитными» методами. В частности, трудно ожидать, что константа неоднородного обмена сильно изменится при переходе от значения раскомпенсации $v \sim 0,1$ к значению $v \sim 0,01$. Но особую проблему составляет константа однородного обмена $E_{\rm ex}$ и связанная с ней характерная обменная частота $\omega_{\rm ex} = E_{\rm ex}/(s_1 + s_1)\hbar$, см. формулу (9). Их значения никак не проявляются в «ферромагнитной» области параметров, при $v >> \sqrt{\omega_a/\omega_{\rm ex}} \sim 10^{-2}$.

Аморфный ферримагнетик GdFeCo привлекает большое внимание исследователей в связи с обнаружением сверхбыстрого (за времена порядка пикосекунд) переключения намагниченности под действием фемтосекундных лазерных импульсов [25]. Именно этот материал использовался в недавней работе [53] для исследования движения доменных стенок. Приведем данные, которые известны для этого материала и сходных ферримагнетиков.

Сочетание метода среднего поля и численного моделирования на атомном уровне (atomistic spin simulation) позволяет вычислить полную фазовую диаграмму магнетика [212]. Такие расчеты были проведены для сплава Gd₂₅(FeCo)₇₅, т.е. для состава, при котором точка компенсации близка к комнатной температуре (далее, как и в этой работе, пренебрегаем присутствием малого количества кобальта и обсуждаем только взаимодействие гадолиния и железа). Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными позволило определить значения всех обменных интегралов. В частности, была определена энергия обменного взаимодействия атомов Gd и переходных элементов, которая отвечает за однородный обмен. Эту энергию (в расчете на один атом) можно представить $\epsilon_{Gd-Fe} S_{Gd} S_{Fe}\,/\,2$ где $\hat{\mathbf{S}}_{\mathrm{Gd}}$ и $\hat{\mathbf{S}}_{\mathrm{Fe}}$ — единичные вектора, определяющие направление спинов подрешеток, и каждая обменная связь учитывается только один раз. Используя запись $\hat{S}_{Fe} = m + l, \ \hat{S}_{Gd} = m - l$ и условие $m^2 + l^2 = const, cm.$ формулы (7), (8), получаем, что плотность энергии однородного обмена может быть представлена в виде $w_{\text{ex}} = \varepsilon_{\text{Gd-Fe}} \mathbf{m}^2 (n_{\text{Gd}} + n_{\text{Fe}}),$ где $n_{\text{Gd}} = s_{\text{Gd}} / S_{\text{Gd}}$ $n_{\rm Fe} = s_{\rm Fe} / S_{\rm Fe}$ — атомные плотности гадолиния и железа, которые можно записать через соответствующие спиновые плотности s_{Gd}, s_{Fe} и значения спинов этих элементов $S_{\text{Gd}} = 7/2$ и $S_{\text{Fe}} = 1$ [212]. Таким образом, константа однородного обмена в формуле (9) определяется формулой $E_{\rm ex} = \varepsilon_{\rm Gd-Fe}(n_{\rm Gd} + n_{\rm Fe})$. Принимая значение $\varepsilon_{Gd-Fe} = 4,8\cdot 10^{-21}$ Дж/атом [56,212,213], используя величины намагниченностей подрешеток вблизи точки компенсации $M_{\rm Gd}$ = 1000 Гс и $M_{\rm Fe}$ = = 1100 Гс (в системе СИ $M_{\rm Gd}^{(CI)}$ = 10⁵ А/м и $M_{\rm Fe}^{(CI)}$ = $= 1,1 \cdot 10^5$ А/м) и значения *g*-факторов $g_{\text{Fe}} = 2,2$ и $g_{\rm Gd} = 2$, получаем $E_{\rm ex} = 3,6 \cdot 10^9$ эрг/см³ (в системе СИ $E_{\rm ex} = 3,6 \cdot 10^8$ Дж/м³). Соответственно, значение обменной частоты $\omega_{ex} = 3.1 \cdot 10^{13}$ 1/с, или $\omega_{ex} / 2\pi = 5$ ТГц. Соответствующее обменное поле можно определить как $H_{\rm ex} = (\hbar/2\mu_B)\omega_{\rm ex}$, для него получается $H_{\rm ex} =$ = 1,75 МЭ (175 Тл).

Константа неоднородного обмена определена для многих ферримагнетиков с различными составами, для сплавов (GdTb)(FeCo) с содержанием редкоземельных ионов порядка 25% ее значение $A = 5, 2 \cdot 10^{-7}$ эрг/см ($A = 5, 2 \cdot 10^{-12}$ Дж/м) и слабо зависит от соотношения Gd и Tb [214]. Используя эти параметры, можно оценить значение характерной скорости c = 3, 7 км/с.

Отметим, что значения обменной частоты и скорости несколько меньше, чем для стандартных антиферромагнетиков со сравнимым значение температуры Нееля. Например, для ортоферритов величины $H_{ex}^{OF} = 6 \text{ M} \exists$ и c = 20 км/c. Дело в том, что для антиферромагнетиков и магнитное упорядочение, и константа однородного обмена определяется тем же обменным взаимодействием между ближайшими соседями. Обменное взаимодействие спинов редкоземельных и переходных элементов в ферримагнетиках типа GdFeCo слабее, чем взаимодействие переходных элементов друг с другом. Важно также, что концентрация редкоземельных ионов невелика. Несмотря на это, обменное усиление динамических параметров ферримагнетиков достаточно существенное. В частности, ожидаемое значение предельной скорости доменных стенок превышает то, что можно ожидать для ферромагнетиков. Значения собственных частот спиновых колебаний также высокие: даже принимая минимальное значение поля анизотропии порядка $H_a \sim 4\pi M_s$, где $M_s = M_{\rm Fe} - M_{\rm Gd} \sim 100 \, \Gamma {\rm c}$, получаем малое значение $\omega_a = (2\mu_B / \hbar)H_a \sim 3,5 \Gamma \Gamma \mu$, но значение $\omega_0 =$ $=\sqrt{\omega_a}\omega_{ex}\sim 200$ ГГц. При этом частоты однородных спиновых колебаний, возбуждаемые спин-поляризованным током в окрестности точки компенсации спинов, могут достигать терагерц, см. раздел 4.

- 1. R. Skomski, J. Phys.: Condens. Matter 15, R841 (2003).
- J. Stöhr and H.C. Siegmann, *Magnetism: from Fundamentals* to Nanoscale Dynamics, Springer, Berlin (2006).
- F. Saurenbach, U. Walz, L. Hinchey, P. Grunberg, and W. Zinn, *J. Appl. Phys.* 63, 3473 (1988).
- M.N. Baibich, J.M. Broto, A. Fert, F.N. Van Dau, F. Petroff, P. Eitenne, G. Creuzet, A. Friederich, and J. Chazelas, *Phys. Rev. Lett.* 61, 2472 (1988).
- 5. J.C. Slonczewski, J. Magn. Magn. Mater. 159, L1 (1996).
- 6. L. Berger, Phys. Rev. B 54, 9353 (1996).
- A. Slavin and V. Tiberkevich, *IEEE Trans. Magn.* 45, 1875 (2009).
- S.D. Bader and S.S.P. Parkin, *Spintronics*, J.S. Langer (ed.), *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* 1, 71 (2010).
- D.C. Ralph, and M.D. Stiles, J. Magn. Magn. Mater. 320, 1190 (2008).
- A.V. Chumak, V.I. Vasyuchka, A.A. Serga, and B. Hillebrands, *Nature Phys.* 11, 453 (2015).
- A.A. Tulapurkar, Y. Suzuki, A. Fukushima, H. Kubota, H. Maehara, K. Tsunekawa, D.D. Djayaprawira, N. Watanabe, and S. Yuasa, *Nature* 438, 339 (2005).
- J.C. Sankey, Y-T. Cui, J.Z. Sun, J.C. Slonczewski, R.A. Buhrman, and D.C. Ralph, *Nature Phys.* 4, 67 (2008).
- O.V. Prokopenko, I.N. Krivorotov, E. Bankowski, T. Meitzler, S. Jaroch, V.S. Tiberkevich, and A.N. Slavin, *J. Appl. Phys.* 111, 123904 (2012).
- Н.Е. Кулагин, П.Н. Скирдков, А.Ф. Попков, К.А. Звездин, А.В. Лобачев, ФНТ 43, 889 (2017) [Low Temp. Phys. 43, 708 (2017)].
- A.F. Popkov, N.E. Kulagin, and G.D. Demin, *Solid State Commun.* 248, 140 (2016).
- G.E.W Bauer, A. Brataas, Y. Tserkovnyak, and B.J. van Wees, *Appl. Phys. Lett.* 82, 3928 (2003).
- Е.В. Гомонай, В.М. Локтев, ФНТ 40, 22 (2014) [Low Temp. Phys. 40, 17 (2014)].
- V. Baltz, A. Manchon, M. Tsoi, T. Moriyama, T. Ono, and Y. Tserkovnyak, *Rev. Mod Phys.* **90**, 015005 (2018).
- M.B. Jungfleisch, W. Zhang, and A. Hoffmann, *Phys. Lett. A* 382, 865 (2018).
- 20. H.V. Gomonay and V.M. Loktev, *Phys. Rev. B* **81**, 144427 (2010).
- R. Antos, Y. Otani, and J. Shibata, J. Phys. Soc. Jpn. 77, 031004 (2008).
- 22. K.Yu. Guslienko, J. Nanosci. Nanotechnol. 8, 2745 (2008).
- R.V. Verba, D. Navas, A. Hierro-Rodriguez, S.A. Bunyaev, B.A. Ivanov, K.Y. Guslienko, and G.N. Kakazei, *Phys. Rev. Appl.* 10, 031002 (2018).
- Е.А. Туров, А.В. Колчанов, В.В. Меньшенин, И.Ф. Мирсаев, В.В. Николаев, Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков, Физматлит, Москва (2001) [Е.А. Turov, A.V. Kolchanov, M.I. Kurkin, I.F. Mirsaev, and V.V. Nikolaev, Symmetry and Physical Properties of Antiferromagnets, Cambridge International Science Publishing, Ltd (2010), p. 570].
- Low Temperature Physics/Фізика низьких температур, 2019, т. 45, № 9

- A. Kirilyuk, A.V. Kimel, and Th. Rasing, *Rev. Mod. Phys.* 82, 2731 (2010).
- 5.A. Иванов, ΦΗΤ 40, 119 (2014) [Low Temp. Phys. 40, 91 (2014)].
- A.V. Kimel, B.A. Ivanov, R.V. Pisarev, P.A. Usachev, A. Kirilyuk, and Th. Rasing, *Nature Phys.* 5, 727 (2009).
- D. Afanasiev, B.A. Ivanov, A. Kirilyuk, Th. Rasing, R.V. Pisarev, and A.V. Kimel, *Phys. Rev. Lett.* 116, 097401 (2016).
- P. Wadley, B. Howells, J. Železný, C. Andrews, V. Hills, R.P. Campion, V. Novák, K. Olejník, F. Maccherozzi, S.S. Dhesi, S.Y. Martin, T. Wagner, J. Wunderlich, F. Freimuth, Y. Mokrousov, J. Kuneš, J. S. Chauhan, M.J. Grzybowski, A.W. Rushforth, K.W. Edmonds, B.L. Gallagher, and T. Jungwirth, *Science* 351, 587 (2016).
- D. Kriegner, K. Výborný, K. Olejník, H. Reichlová, V. Novák, X. Marti, J. Gazquez, V. Saidl, P. Němec, V.V. Volobuev, G. Springholz, V. Holý, and T. Jungwirth, *Nat. Commun.* 7, 11623 (2016).
- H. Wang, C. Du, P.C. Hammel, and F. Yang, *Phys. Rev. Lett.* 113, 097202 (2014).
- R. Khymyn, I. Lisenkov, V.S. Tiberkevich, A.N. Slavin, and B.A. Ivanov, *Phys. Rev. B* 93, 224421 (2016).
- 33. B.I. Halperin and P.C. Hohenberg, Phys. Rev. 188, 898 (1969).
- Э.Б. Сонин, ЖЭТФ 74, 2097 (1978) [Sov. Phys. JETP 47, 1091 (1978)].
- Y. Tserkovnyak, A. Brataas, G.E.W. Bauer, and B.I. Halperin, *Rev. Mod. Phys.* 77, 1375 (2005).
- 36. E.B. Sonin, Adv. Phys. 59, 181 (2010).
- A. Qaiumzadeh, H. Skarsvag, C. Holmqvist, and A. Brataas, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 137201 (2017).
- M.W. Daniels, R. Cheng, W.C. Yu, J. Xiao, and D. Xiao, *Phys. Rev. B* 98, 134450 (2018).
- 39. C. Sirtori, Nature 417, 132 (2002).
- 40. R. Kleiner, Science 318, 1254 (2007).
- Y.V. Gulyaev, P.E. Zilberman, G.M. Mikhailov, and S.G. Chigarev, *JETP Lett.* 98, 742 (2014).
- S.S. Dhillon, M.S. Vitiello, E.H. Linfield, A.G. Davies, M.C. Hoffmann, J. Booske, C. Paoloni, M. Gensch, P. Weightman, G.P. Williams, E. Castro-Camus, D.R.S. Cumming, F. Simoens, I. Escorcia-Carranza, J. Grant, Stepan Lucyszyn, Makoto Kuwata-Gonokami, Kuniaki Konishi, Martin Koch, Charles A. Schmuttenmaer, Tyler L. Cocker, Rupert Huber, A.G. Markelz, Z.D. Taylor, Vincent P. Wallace, J. Axel Zeitler, Juraj Sibik, Timothy M. Korter, B. Ellison, S. Rea, P. Goldsmith, Ken B. Cooper, Roger Appleby, D. Pardo, P.G. Huggard, V. Krozer, Haymen Shams, Martyn Fice, Cyril Renaud, Alwyn Seeds, Andreas Stöhr, Mira Naftaly, Nick Ridler, Roland Clarke, John E. Cunningham, and Michael B. Johnston, *J. Phys. D* 50, 043001 (2017).
- R. Cheng, D. Xiao, and A. Brataas, *Phys. Rev. Lett.* 116, 207603 (2016).
- R. Khymyn, I. Lisenkov, V. Tyberkevych, B.A. Ivanov, and A. Slavin, *Sci. Rep.* 7, 43705 (2017).
- O.R. Sulymenko, O.V. Prokopenko, V.S. Tiberkevich, A.N. Slavin, B.A. Ivanov, and R. Khymyn, *Phys. Rev. Appl.* 8, 064007 (2017).

- V. Puliafito, R. Khymyn, M. Carpentieri, B. Azzerboni, V. Tiberkevich, A. Slavin, and G. Finocchio, *Phys. Rev. B* 99, 024405 (2019).
- 47. R.E. Troncoso, K. Rode, P. Stamenov, J.M.D. Coey, and A. Brataas, *Phys. Rev. B* **99**, 054433 (2019).
- O. Gomonay, V. Baltz, A. Brataas, and Y. Tserkovnyak, *Nat. Phys.* 14, 213 (2018).
- B.A. Ivanov and A.L. Sukstanski, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 84, 370 (1983).
- V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, and M.V. Chetkin, Usp. Fiz. Nauk 146, 417 (1985) [Sov. Phys. Usp. 28, 563 (1985)].
- V.G. Baryakhtar, M.V. Chetkin, B.A. Ivanov, and S.N. Gadetskii, *Dynamics of Topological Magnetic Solitons*. *Experiment and Theory*, Springer Tract in Modern Physics, Springer-Verlag, Berlin (1994), Vol. 139.
- O. Gomonay, T. Jungwirth, and J. Sinova, *Phys. Rev. Lett.* 117, 017202 (2016).
- K.-J. Kim, S.K. Kim, Y. Hirata, Se-Hyeok Oh, T. Tono, D.-H. Kim, T. Okuno, W.S. Ham, S. Kim, G. Go, Y. Tserkovnyak, A. Tsukamoto, T. Moriyama, K.-J. Lee, and T. Ono, *Nature Mater.* 16, 1187 (2017).
- 54. A. Stupakiewicz, K. Szerenos, D. Afanasiev, A. Kirilyuk, and A.V. Kimel, *Nature* **542**, 71 (2017).
- 55. S.K. Kim and Y. Tserkovnyak, *Appl. Phys. Lett.* **111**, 032401 (2017).
- I. Radu, K. Vahaplar, C. Stamm, T. Kachel, N. Pontius, H. A. Dürr, T.A. Ostler, J. Barker, R.F.L. Evans, R.W. Chantrell, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th. Rasing, and A.V. Kimel, *Nature London* 472, 205 (2011).
- 57. T.A. Ostler, J. Barker, R.F.L. Evans, R. Chantrell, U. Atxitia, O. Chubykalo-Fesenko, S. El Moussaoui, L. Le Guyader, E. Mengotti, L.J. Heyderman, F. Nolting, A. Tsukamoto, A. Itoh, D.V. Afanasiev, B.A. Ivanov, A.M. Kalashnikova, K. Vahaplar, J. Mentink, A. Kirilyuk, Th. Rasing, and A.V. Kimel, *Nature Commun.* 3, 666 (2012).
- L. Le Guyader, S. El Moussaoui, M. Buzzi, R.V. Chopdekar, L.J. Heyderman, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th. Rasing, A.V. Kimel, and F. Nolting, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 022410 (2012).
- 59. Е.Г. Галкина, Б.А. Иванов, *ФНТ* **44**, 794 (2018) [*Low Temp. Phys.* **44**, 618 (2018)].
- 60. А.Ф. Андреев, В.И. Марченко, УФН 130, 39 (1980).
- 61. Б.А. Иванов, ΦΗΤ 31, 841 (2005) [Low Temp. Phys. 31, 635 (2005)].
- D.D. Awschalom, J.F. Smyth, G. Grinstein, D.P. DiVincenzo, and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* 68, 3092 (1992).
- E.M. Chudnovsky and J. Tejada, *Macroscopic Quantum Tunneling of the Magnetic Moment*, Cambridge University Press (1998).
- A.B. Borisov, V.V. Kiselev, and G.G. Talutz, *Solid State Commun.* 44, 411 (1982).
- B.A. Ivanov and A.L. Sukstanskii, *Solid State Commun.* 50, 523 (1984).
- 66. A. Chiolero and D. Loss, *Phys. Rev. B* 56, 738 (1997).
- 67. B.A. Ivanov and V.E. Kireev, JETP Lett. 69, 398 (1999).
- 68. F. Meier and D. Loss, Phys. Rev. B 64, 224411 (2001).
- 69. W.H. Meiklejohn and C.P. Bean, Phys. Rev. 102, 1413 (1956).

- M.G. Cottam and D.R. Tilley, *Introduction to Surface and Superlattice Exications*, Cambridge University Press, New York (1989).
- О.К. Дудко, А.С. Ковалев, ФНТ 25, 25 (1999) [Low Temp. Phys. 25, 18 (1999)].
- 72. M. Pankratova, A. Kovalev, and M. Zukovic, "Understanding of Exchange Bias in Ferromagnetic/Antiferromagnetic Layers", in: Exchange Bias From Thin Film to Nanogranular and Bulk Systems, Monograph Series in Physical Sciences, Taylor and Frances, CRC Press (2017), p. 205.
- M. Kleiber, M. Bode, R. Ravlic, and R. Wiesendange, *Phys. Rev. Lett.* 85, 4606 (2000).
- 74. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Phys. Zs. Sowjet. 8, 153 (1935); см. также Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, К теории магнитной проницаемости ферромагнитных тел, Л.Д. Ландау, Наука, Москва (1969), т. 1, с. 128.
- А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В Пелетминский, Спиновые волны, Наука, Москва (1967).
- 76. В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, В.Н. Криворучко, А.Г. Данилевич, Современные проблемы динамики намагниченности: от основ до сверхбыстрой релаксации, Химджест, Киев (2013).
- 77. В.Г. Барьяхтар, ЖЭТФ 87, 1501 (1984).
- В.Г. Барьяхтар, ФНТ 11, 1198 (1985) [Low Temp. Phys. 11, 662 (1985)].
- 79. В.Г. Барьяхтар, ФТТ 29, 1317 (1987).
- 80. В.Г. Барьяхтар, ЖЭТФ **94**, 196 (1988).
- 81. V.G. Bar'yakhtar, Physica B 159, 20 (1989).
- M. Dvornik, A. Vansteenkiste, and B. van Waeyenberge, *Phys. Rev. B* 88, 054427 (2013).
- I.A. Yastremsky, P.M. Oppeneer, and B.A. Ivanov, *Phys. Rev. B* 90, 024409 (2014).
- 84. D.A. Garanin, Phys. Rev. B 55, 3050 (1997).
- D.A. Garanin and O. Chubykalo-Fesenko, *Phys. Rev. B* 70, 212409 (2004).
- R.F.L. Evans, D. Hinzke, U. Atxitia, U. Nowak, R.W. Chantrell, and O. Chubykalo-Fesenko, *Phys. Rev. B* 85, 014433 (2012).
- V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, T.K. Sobolyeva, and A.L. Sukstanskii, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 91, 1454 (1986).
- V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, and K.A. Safaryan, *Solid State Comm.* 72, 1117 (1989).
- E.G. Galkina, B.A. Ivanov, and V.A. Stephanovich, *J. Magn. Magn. Mater.* 118, 373 (1993).
- V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, A.L. Sukstanskii, and E.Yu. Melekhov, *Phys. Rev. B* 56, 619 (1997).
- J.H. Mentink, J. Hellsvik, D.V. Afanasiev, B.A. Ivanov, A. Kirilyuk, A.V. Kimel, O. Eriksson, M.I. Katsnelson, and Th. Rasing, *Phys. Rev. Lett.* 108, 057202 (2012).
- V.G. Bar'yakhtar, V.I. Butrim, and B.A. Ivanov, *JETP Lett.* 98, 289 (2013).
- 93. I.A. Yastremsky, J. Magn. Magn. Mater. 382, 349 (2015).
- И.А. Ястремский, ФНТ 40, 1251 (2014) [Low Temp. Phys. 40, 978 (2014)].
- 95. I.A. Yastremsky, Phys. Solid State 56, 1118 (2014).
- И.А. Ястремский, В.Е. Киреев, ФНТ 42, 376 (2016) [Low Temp. Phys. 42, 290 (2014)].

- 97. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Механика, Наука, Москва (1988).
- 98. А.Г. Гуревич, *Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнитиках*, Наука, Москва (1973).
- А.Г. Гуревич, Г.А. Мелков, Магнитные колебания и волны, Наука, Москва (1994). [А.G. Gurevich and G.A. Melkov, Magnetization Oscillations and Waves, CRC Press, Boca Raton, FL (1996)].
- 100. Б.А. Иванов, А.К. Колежук, *ΦΗΤ* **21**, 355 (1995) [*Low Temp. Phys.* **21**, 275 (1995)].
- А.А. Жмудский, Б.А. Иванов, Г.К. Оксюк, А.Л. Сукстанский, ФНТ 16, 1439 (1990) [Sov. J. Low Temp. Phys. 16, 814 (1990)].
- 102. I.V. Bar'yakhtar and B.A. Ivanov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 85, 328 (1983).
- 103. B.A. Ivanov and A.K. Kolezhuk, Phys. Rev. Lett. 74, 1859 (1995).
- 104. E. Fradkin, *Field Theories of Condensed Matter Systems*, in: *Frontiers in Physics*, Addison–Wesley (1991).
- R. Rajaraman, Solitons and Instantons: An Inroduction to Solitons and Instantons in Quantum Field Theory, North-Holland, Amsterdam (1982).
- 106. A.A. Thiele, *Phys. Rev. Lett.* 30, 230 (1973).
- 107. A.A. Thiele, J. Appl. Phys. 47, 2759 (1976).
- 108. G.E. Volovik, J. Phys. C 20, L83 (1987).
- 109. B.A. Ivanov and V.A. Stephanovich, Phys. Lett. A 141, 89 (1989).
- 110. N. Papanicolaou and T.N. Tomaras, *Nucl. Phys. B* **360**, 425 (1991).
- 111. E.G. Galkina and B.A. Ivanov, JETP Lett. 71, 259 (2000).
- E.G. Galkina, B.A. Ivanov, S. Savel'ev, and F. Nori, *Phys. Rev. B* 77, 134425 (2008).
- 113. Oleg Tchernyshyov, Ann. Phys. N.Y. 363, 98 (2015).
- 114. S. Dasgupta and O. Tchernyshyov, *Phys. Rev. B* **98**, 224401 (2018).
- C.D. Stanciu, A.V. Kimel, F. Hansteen, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, and Th. Rasing, *Phys. Rev. B* 73, 220402(R) (2006).
- 116. I. Lisenkov, R. Khymyn, J. Akerman, N.X. Sun, and B.A. Ivanov, Sub-terahertz Ferrimagnetic Spin-Transfer Torque Oscillator, arXiv: cond-mat 1904.09341.
- A.M. Kosevich, B.A. Ivanov, and A.S. Kovalev, *JETP Lett.* 25, 486 (1977).
- A.M. Kosevich, B.A. Ivanov and A.S. Kovalev, *Physica D* 3, 363 (1981).
- A.M. Kosevich, B.A. Ivanov and A.S. Kovalev, *Phys. Rep.* 194, 117 (1990).
- 120. А.М. Косевич, Б.А. Иванов, А.С. Ковалев, Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны, Наукова думка, Киев (1983).
- 121. А.Б. Борисов, В.В. Киселев, *Нелинейные волны, солитоны* и локализованные структуры в магнетиках, УроРАН, Екатеринбург (2009).
- 122. B.A. Ivanov and A.M. Kosevich, JETP Lett. 24, 454 (1976).
- B.A. Ivanov and A.M. Kosevich, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 72, 2000 (1977).
- A.S. Kovalev, A.M. Kosevich, and K.V. Maslov, *JETP Lett.* 30, 296 (1979).
- 125. V.P. Voronov, B.A. Ivanov, and A.M. Kosevich, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 84, 2235 (1983) [Sov. Phys. JETP 57, 1303 (1983)].
- Low Temperature Physics/Фізика низьких температур, 2019, т. 45, № 9

- 126. M.A. Hoefer, M. Sommacal, and T.J. Silva, *Phys. Rev. B* 85, 214433 (2012).
- 127. S.M. Mohseni, S.R. Sani, J. Persson, T.N.A. Nguyen, S. Chung, Y. Pogoryelov, P.K. Muduli, E. Iacocca, A. Eklund, R.K. Dumas, S. Bonetti, A. Deac, M.A. Hoefer, and J. Akerman, *Science* **339**, 1295 (2013).
- E. Iacocca, R. K. Dumas, L. Bookman, M. Mohseni, S. Chung, M. A. Hoefer, and J. Åkerman, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 047201 (2014).
- Y. Zhou, E. Iacocca, A.A. Awad, R.K. Dumas, F.C. Zhang, H.B. Braun, and J. Åkerman, *Nat. Commun.* 6, 8193 (2015).
- Е.Г. Галкина, Р.В. Овчаров, Б.А. Иванов, *ФНТ* 43, 1609 (2017) [*Low Temp. Phys.* 43, 1283 (2017)].
- V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, and A.L. Sukstansky, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 78, 1509 (1980).
- L.R. Walker, *Dynamics of Domain Walls*, in: *Magnetism*, G.T. Rado and H. Suhi (eds.), Pergamon, New York (1963), Vol. 3, p. 451.
- 133. A.S. Logginov and G.A. Nepokoichitskii, *JETP Lett.* **35**, 27 (1982).
- 134. E. Schlömann, Appl. Phys. Lett. 19, 274 (1971).
- 135. V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, and A.L. Sukstanskii, *JETP Lett.* 27, 211 (1978).
- 136. V.G. Bar'yakhtar and B.A. Ivanov, JETP Lett. 35, 101 (1982).
- 137. N.L. Schryer and L.R. Walker, J. Appl. Phys. 45, 5406 (1974).
- 138. А. Малоземов, Дж. Слонзуски, Доменные стенки в материалах с цилиндрическими магнитными доменами, Мир, Москва (1982) [А.Р. Malozemoff and J.C. Slonczewski, Magnetic Domain Walls in Bubble Materials, Academic Press, New York (1981)].
- 139. B.A. Ivanov and H.-J. Mikeska, *Phys. Rev. B* 70, 174409 (2004).
- 140. А.М. Косевич, *ФНТ* **27**, 699 (2001) [*Low Temp. Phys.* **27**, 513 (2001)].
- 141. Е.Г. Галкина, К.Э. Заспел, Б.А. Иванов, Н.Е. Кулагин, Л.М. Лерман, неопубликовано.
- 142. V.M. Yeleonsky, N.N. Kirova, and N.E. Kulagin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 77, 409 (1979).
- 143. V.M. Yeleonsky, N.N. Kirova, and N.E. Kulagin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **75**, 2210 (1978).
- 144. V.M. Yeleonsky and N.E. Kulagin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 84, 616 (1983).
- 145. V.M. Yeleonsky, N.N. Kirova, and N.E. Kulagin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 80, 357 (1981).
- 146. V.M. Eleonskii, N.N. Kirova, and N.E. Kulagin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **79**, 321 (1980).
- 147. V.M. Yeleonsky and N.E. Kulagin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **85**, 1437 (1983).
- 148. V.M. Yeleonsky, N.N. Kirova, and N.E. Kulagin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 74, 1814 (1978).
- 149. V.M. Yeleonsky, N.N. Kirova, and N.E. Kulagin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **76**, 705 (1979).
- V.M. Yeleonsky, N.N. Kirova, and N.E. Kulagin, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **71**, 2349 (1976).
- B.A. Ivanov and N.E. Kulagin, J. Exper. Theor. Phys. 85, 516 (1997).
- 152. T.H.R. Skyrme, Proc. R. Soc. A 260, 127 (1961).

- 153. T.H.R. Skyrme, Nucl. Phys. 31, 556 (1962).
- 154. J.K. Perring and T.H.R. Skyrme, Nuclear Phys. 31, 550 (1962).
- S.S. Cherepov, B.C. Koop, A.Yu. Galkin, R.S. Khymyn, B.A. Ivanov, D.C.Worledge, and V. Korenivski, *Phys. Rev. Lett.* 109, 097204 (2012).
- K.L. Metlov and K.Yu. Guslienko, J. Magn. Magn. Mater. 242, 1015 (2002).
- 157. K.L. Metlov and Y.P. Lee, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 112506 (2008).
- E.G. Galkina, A.Yu. Galkin, B.A. Ivanov, and F. Nori, *Phys. Rev. B* 81, 184413 (2010).
- D.S. Han, A. Vogel, H. Jung, K.-S. Lee, M. Weigand, H. Stoll,
 G. Schütz, P. Fischer, G. Meier, and S.-K. Kim, *Sci. Rep.* 3, 2262 (2013).
- R. Lehndorff, D.E. Bürgler, S. Gliga, R. Hertel, P. Grünberg, C.M. Schneider, and Z. Celinski, *Phys. Rev. B* 80, 054412 (2009).
- A. Dussaux, B. Georges, J. Grollier, V. Cros, A.V. Khvalkovskiy,
 A. Fukushima, M. Konoto, H. Kubota, K. Yakushiji, S. Yuasa,
 K.A. Zvezdin, K. Ando, and A. Fert, *Nat. Commun.* 1, 8 (2010).
- S. Petit-Watelot, J.-V. Kim, A. Ruotolo, R.M. Otxoa, K. Bouzehouane, J. Grollier, A. Vansteenkiste, B. Van de Wiele, V. Cros, and T. Devolder, *Nat. Phys.* 8, 682 (2012).
- 163. Б.А. Иванов, Е.Г. Галкина, А.Ю. Галкин, ФНТ 36, 941 (2010) [Low Temp. Phys. 36, 747 (2010)].
- K.Yu. Guslienko, B.A. Ivanov, V. Novosad, Y. Otani, H. Shima, and K. Fukamichi, *J. Appl, Phys.* 91, 8037 (2002).
- 165. B.A. Ivanov and C.E. Zaspel, *Phys. Rev. Lett.* 99, 247208 (2007).
- V.S. Pribiag, I.N. Krivorotov, G.D. Fuchs, P.M. Bragance, O. Ozatay, J.C. Sankey, D.C. Ralph, and R.A. Buhrman, *Nat. Phys.* 3, 498 (2007).
- Q. Mistral, M. van Kampen, G. Hrkac, J.V. Kim, T. Devolder, P. Crozat, C. Chappert, L. Lagae, and T. Schrefl, *Phys. Rev. Lett.* 100, 257201 (2008).
- D.D. Sheka, Y. Gaididei, and F.G. Mertens, in: *Electromagnetic,* Magnetostatic, and Exchange-Interaction Vortices in Confined Magnetic Structures, E. Kamenetskii (ed.), Research Signpost (2008).
- A. Fert, N. Reyren, and V. Cros, *Nat. Rev. Mater.* 2, 17031 (2017).
- A. Fert, V. Cros, and J. Sampaio, *Nat. Nanotechnol.* 8, 152 (2013).
- 171. J. Sampaio, V. Cros, S. Rohart, A. Thiaville, and A. Fert, *Nat. Nanotechnol.* 8, 839 (2013).
- 172. N. Nagaosa and Y. Tokura, Nat. Nanotechnol. 8, 899 (2013).
- N. Romming, C. Hanneken, M. Menzel, J.E. Bickel, B. Wolter, K. von Bergmann, A. Kubetzka, and R. Wiesendanger, *Science* 341, 636 (2013).
- 174. W. Koshibae, Y. Kaneko, J. Iwasaki, M. Kawasaki, Y. Tokura, and N. Nagaosa, *Jpn. J. Appl. Phys.* 54, 053001 (2015).
- 175. F. Jonietz, S. Mühlbauer, C. Pfleiderer, A. Neubauer, W. Münzer, A. Bauer, T. Adams, R. Georgii, P. Böni, R.A. Duine, K. Everschor, M. Garst, and A. Rosch, *Science* 330, 1648 (2010).
- X.Z. Yu, N. Kanazawa, W.Z. Zhang, T. Nagai, T. Hara, K. Kimoto, Y. Matsui, Y. Onose, and Y. Tokura, *Nat. Commun.* 3, 988 (2012).

- 177. J. Iwasaki, M. Mochizuki, and N. Nagaosa, *Nat. Commun.* 4, 1463 (2013).
- 178. N.S. Kiselev, A.N. Bogdanov, R. Schäfer, and U.K. Rößler, *J. Phys. D* 44, 392001 (2011).
- M. Schott, A. Bernand-Mantel, L. Ranno, S. Pizzini, J. Vogel, H. Béa, C. Baraduc, S. Auffret, G. Gaudin, and D. Givord, *Nano Lett.* 17, 3006 (2017).
- 180. R. Hobart, Proc. Phys. Soc. 82, 201 (1963).
- 181. G.M. Derrick, J. Math. Phys. 5, 1252 (1964).
- B.A. Ivanov, A.Yu. Merkulov, V.A. Stephanovich, and C.E. Zaspel, *Phys. Rev. B* 74, 224422 (2006).
- 183. A.A. Belavin and A.M. Polyakov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 22, 503 (1975) [*JETP Lett.* 22, 245 (1975)].
- 184. E.G. Galkina, E.V. Kirichenko, B.A. Ivanov, and V.A. Stephanovich, *Phys. Rev. B* 79, 134439 (2009).
- 185. F.N. Rybakov and N.S. Kiselev, *Phys. Rev. B* 99, 064437 (2019).
- B.A. Ivanov and V.A. Stefanovich, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 91, 638 (1986).
- 187. B.A. Ivanov, V.A. Stephanovich, and A.A. Zhmudskii, J. Magn. Magn. Mater. 88, 116 (1990).
- 188. Ar. Abanov and V.L. Pokrovsky, *Phys. Rev. B* 58, R8889 (1998).
- A.V. Bezvershenko, A.K. Kolezhuk, and B.A. Ivanov, *Phys. Rev. B* 97, 054408 (2018).
- A.N. Bogdanov and D.A. Yablonskii, Sov. Phys. JETP 68, 101 (1989).
- 191. A. Bogdanov and A. Hubert, J. Magn. Magn. Mater. 138, 255 (1994).
- 192. V.G. Bar'yakhtar and B.A. Ivanov, JETP Lett. 55, 624 (1992).
- S. Muhlbauer, B. Binz, F. Jonietz, C. Pfleiderer, A. Rosch, A. Neubauer, R. Georgii, and P. Boni, *Science* 323, 915 (2009).
- 194. X.Z. Yu, Y. Onose, N. Kanazawa, J.H. Park, J.H. Han, Y. Matsui, N. Nagaosa, and Y. Tokura, *Nature* 465, 901 (2010).
- 195. A.N. Bogdanov and U.K. Rossler, *Phys. Rev. Lett.* 87, 037203 (2001).
- 196. C. Moreau-Luchaire, C. Moutafis, N. Reyren, J. Sampaio, C.A.F. Vaz, N. Van Horne, K. Bouzehouane, K. Garcia, C. Deranlot, P. Warnicke, P. Wohlhüter, J.-M. George, M. Weigand, J. Raabe, V. Cros, and A. Fert, *Nat. Nanotechnol.* **11**, 444 (2016).
- 197. O. Boulle, J. Vogel, H. Yang, S. Pizzini, D. de Souza Chaves, A. Locatelli, T.O. Menteş, A. Sala, L.D. Buda-Prejbeanu, O. Klein, M. Belmeguenai, Y. Roussigné, A. Stashkevich, S.M. Chérif, L. Aballe, M. Foerster, M. Chshiev, S. Auffret, I.M. Miron, and G. Gaudin, *Nat. Nanotechnol.* 11, 449 (2016).
- 198. S. Woo, K. Litzius, B. Krüger, M.-Y. Im, L. Caretta, K. Richter, M. Mann, A. Krone, R.M. Reeve, M. Weigand, P. Agrawal, I. Lemesh, M.-A. Mawass, P. Fischer, M. Kläui, and G.S.D. Beach, *Nat. Mater.* **15**, 501 (2016).
- 199. S.D. Pollard, J.A. Garlow, J. Yu, Z. Wang, Y. Zhu, and H. Yang, *Nat. Commun.* 8, 14761 (2017).
- 200. G. Yu, P. Upadhyaya, X. Li, W. Li, S.K. Kim, Y. Fan, K.L. Wong, Y. Tserkovnyak, P.K. Amiri, and K.L. Wang, *Nano Lett.* **16**, 1981 (2016).
- 201. Yuushou Hirata, Duck-Ho Kim, Se Kwon Kim, Dong-Kyu Lee, Se-Hyeok Oh, Dae-Yun Kim, Tomoe Nishimura, Takaya Okuno, Yasuhiro Futakawa, Hiroki Yoshikawa, Arata Tsukamoto, Yaroslav Tserkovnyak, Yoichi Shiota,

Takahiro Moriyama, Sug-Bong Choe, Kyung-Jin Lee, and Teruo Ono, *Nat. Nanotech.* **14**, 232 (2019).

- 202. D.D. Sheka, B.A. Ivanov, and F.G. Mertens, *Phys. Rev. B* 64, 024432 (2001).
- 203. B.A. Ivanov and D.D. Sheka, JETP Lett. 82, 436 (2005).
- 204. F. Büttner, C. Moutafis, M. Schneider, B. Krüger, C.M. Günther, J. Geilhufe, C. v. Korff Schmising, J. Mohanty, B. Pfau, S. Schaffert, A. Bisig, M. Foerster, T. Schulz, C.A.F. Vaz, J.H. Franken, H.J.M. Swagten, M. Kläui, and S. Eisebitt, *Nat. Phys.* **11**, 225 (2015).
- 205. C. Psaroudaki, S. Hoffman, J. Klinovaja, and D. Loss, *Phys. Rev. X* 7, 041045 (2017).
- 206. V.P. Kravchuk, D.D. Sheka, U.K. Rößler, J. van den Brink, and Y. Gaididei, *Phys. Rev. B* **97**, 064403 (2018).
- 207. V.E. Demidov, S. Urazhdin, H. Ulrichs, V. Tiberkevich, A. Slavin, D. Baither, G. Schmitz, and S.O. Demokritov, *Nat. Mater.* 11, 1028 (2012).
- 208. L. Liu, C.-F. Pai, D.C. Ralph, and R.A. Buhrman, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 186602 (2012).
- 209. M.I. Dyakonov and V.I. Perel, JETP Lett. 13, 467 (1971).
- 210. J.E. Hirsch, Phys. Rev. Lett. 83, 1834 (1999).
- 211. H.L. Wang, C.H. Du, Y. Pu, R. Adur, P.C. Hammel, and F.Y. Yang, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 197201 (2014).
- R.F.L. Evans, W.J. Fan, P. Chureemart, T.A. Ostler, M.O.A. Ellis, and R.W. Chantrell, *J. Phys.: Condens. Matter.* 26, 103202 (2014).
- 213. T.A. Ostler, R.F.L. Evans, U. Atxitia, O. Chubykalo-Fesenko, I. Radu, R. Abrudan, F. Radu, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, T. Rasing, and A. Kimel, *Phys. Rev. B* 84, 024407 (2011).
- 214. D. Raasch, J. Reck, C. Mathieu, and B. Hillebrands, J. Appl. Phys. 76, 1145 (1994).

Надшвидка спінова динаміка та спінтроніка для феримагнетиків, близьких до точки компенсації спіну (Огляд)

Б.О. Іванов

Обговорюються можливості застосування магнетиків з частковою або повною компенсацією магнітних моментів різних груп спінів для підвищення швидкодії приладів магнітної електроніки, що використовує спіновий струм (спінтроніки). Для антиферомагнетиків відомі ефекти обмінного підвищення швидкості динаміки спінів. Спінтроніка антиферомагнетиків за кілька останніх років перетворилася в самостійну область прикладної фізики магнетизму, що бурхливо розвивається. У роботі детально аналізується можливість використання іншого класу магнітних матеріалів, феримагнетиків, близьких до точки компенсації спінів, в яких також виявляються зазначені ефекти прискорення. Проведено порівняльний аналіз цих двох класів магнетиків. Дослідження нелінійної спінової динаміки феримагнетиків проведено з використанням нелінійної сигма-моделі для різниці спінових густин різних груп спінів. Наведено просте виведення цієї моделі та обговорено її реальні параметри щодо популярних феримагнетиків, аморфних сплавів елементів групи заліза та рідкоземельних елементів. Проведено аналіз різних нелінійних ефектів спінової динаміки, від однорідних спінових коливань в малих частинках до динаміки солітонів, доменних стінок, феримагнетних скірміонів і вихорів. Обговорюється можливість збудження таких динамічних режимів за допомогою накачування спіновим струмом і застосування у надшвидкої спінтроніці.

Ключові слова: спінтроніка, феримагнетики, спінова динаміка.

Ultrafast spin dynamics and spintronics for ferrimagnets close to the spin compensation point (Review Article)

B.A. Ivanov

Possible usage of magnets with partial or full compensation of the magnetic moments of different groups of spins to improve the performance of magnetic electronics devices using spin current (spintronics) are discussed. For antiferromagnets, the effects of an exchange enhancement of the spins dynamics are well known. During the past few years, the spintronics of antiferromagnets has become an independent, rapidly developing field of applied physics of magnetism. In the paper, the detail analyzes of the possibility to use another class of magnetic materials, namely, ferrimagnets close to the spin compensation point, for which the noted acceleration effects are also present. A comparative analysis of these two classes of magnetic materials has been carried out. A study of the nonlinear spin dynamics of ferrimagnetic materials is done using a nonlinear sigma model for the antiferromagnetic vector, the difference in spin densities for two groups of spins. A simple derivation of this model is done and the real parameters for popular ferrimagnets, amorphous alloys of iron group elements and rare-earth elements, are discussed. An analysis of various nonlinear effects of spin dynamics, from homogeneous spin oscillations in small particles till the dynamics of various solitons, domain walls, ferrimagnetic skyrmions, and vortices, is carried out. A possibility of exciting such dynamic regimes by spin torque and application to ultrafast spintronics is discussed.

Keywords: spintronics, ferrimagnetics, spin dynamics.