

## ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА КПД ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ ПРИВОДА ПТМ

В настоящее время при расчете подъемно-транспортных машин (ПТМ) учет потерь энергии в зубчатых передачах привода проводится на основании весьма приблизительных значений, рекомендованных в справочной литературе. Основным источником потерь для тихоходных передач являются потери на механическое трение в зубчатых парах и подшипниках. Однако современная тенденция снижения массы и габаритов деталей машин обуславливает рост окружных скоростей в зубчатых передачах до 150 м/с. При таких скоростях потери мощности в передачах существенно увеличиваются, причем на первый план выходят потери вследствие аэрогидродинамических сопротивлений вращению зубчатых колес. В связи с этим в последние годы значительно увеличился интерес к исследованиям источников потерь мощности и путей повышения коэффициента полезного действия (КПД) зубчатых передач. Ряд исследований [1], [2] показывают, что потери на аэрогидродинамическое сопротивление вращению зубчатых колес при больших окружных скоростях в зависимости от режима нагружения составляют 50 – 80 % общих потерь в зубчатой передаче. Большинство исследований в этой области носят эмпирический характер.

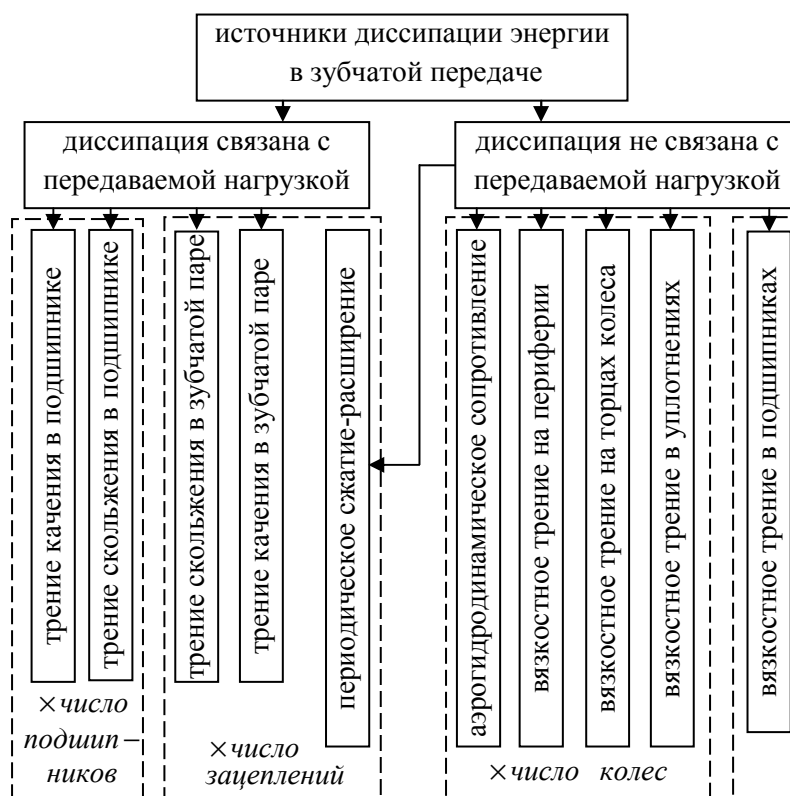
Целью настоящей статьи является разработка инженерного метода расчета КПД зубчатых передач ПТМ с учетом аэрогидродинамического сопротивления вращению зубчатых колес и компрессорных потерь в замкнутом между зубьями пространстве.

Потери мощности в зубчатых передачах могут быть условно разделены на две группы (рис.): а) зависящие от передаваемой нагрузки (трение скольжения и качения контактирующих поверхностей зубчатой пары и подшипников); б) независящие от передаваемой нагрузки (аэрогидродинамическое сопротивление вращению зубчатых колес, элементов подшипников и уплотнений, потери вследствие периодического сжатия и расширения масловоздушной смеси в замкнутом между зубьями пространстве).

Предложен метод анализа потерь мощности и расчета КПД зубчатой передачи, состоящий из несколько этапов.

Первый этап сводится к определению кинематических, силовых и энергетических параметров каждого зубчатого колеса или зубчатой пары. На этом этапе: а) определяется режим эксплуатации зубчатой передачи; б) рассчитываются нагрузки, которые передаются каждой зубчатой парой; в) угловая скорость вращения каждого зубчатого

колеса; г) рассчитываются силы, которые действуют на каждый подшипник (включая предварительную нагрузку); д) определяется уровень масла для каждого зубчатого колеса.



Источники диссипации энергии в зубчатых передачах

Второй этап включает расчет потерь мощности: в каждом колесе, зубчатой паре и подшипнике.

На третьем этапе суммируются потери мощности в зубчатой передаче и подшипниках:

$$P_{\Sigma} = \sum_1^i P_{AG} + \sum_1^j (P_{cp} + P_f + P_k) + \sum_1^s \sum_1^r P_b \quad (1)$$

где  $i$  - количество зубчатых колес в передаче;  $j$  - количество зацеплений в передаче;  $s$  - количество валов в передаче;  $r$  - количество подшипников на каждом валу передачи;  $P_{AG} = \sum (P_{\Gamma} + P_A)$  - потери мощности в результате аэрогидродинамического сопротивления, Вт;  $P_{cp}$  - потери мощности в результате периодического сжатия и расширения масловоздушной смеси в замкнутом между зубьями пространстве;  $P_f$ ,  $P_k$  - потери

мощности в результате трения скольжения и качения соответственно, Вт;  $P_b$  - потери мощности в результате аэрогидродинамического сопротивления и трения в подшипниках, Вт.

На заключительном этапе рассчитывается общий КПД:

$$\eta = (P_{ex} - P_{\Sigma}) / P_{ex} = (T_{ex} - T_{\Sigma}) / T_{ex}, \quad (2)$$

где  $P_{ex}$ ,  $T_{ex}$  - мощность, крутящий момент на входе в зубчатую передачу соответственно, Вт, Нм.

Потери мощности в формуле (1) предлагается определять на основе теоретических и экспериментальных исследований проведенных авторами [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10].

Гидродинамические потери мощности вследствие погружения зубьев колеса в масляную ванну

$$P_{\Gamma} = 0,5 \cdot \rho_m \cdot \omega_i^3 \cdot r_i^5 \cdot (C_{k_i}^{\Gamma} + C_{T_i}^p + C_{P_i}), \quad (3)$$

где  $C_{k_i}^{\Gamma} = 2 \cdot (A_i^2 - B_i^2) \cdot \sum_{i=1}^2 y_i \cdot \bar{V}_3 \cdot \arccos^2(1 - \bar{h}_i) \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \beta$  -

безразмерный момент сил Кориолиса при погружении нулевого зубчатого колеса в масляную ванну;  $A_i = r_{ai} / r_i$  - относительный радиус окружности вершин зубчатого колеса;  $\bar{b}_i = b_i / r_i$  - относительная ширина зубчатого венца;  $B_i = r_{fi} / r_i$  - относительный радиус

окружности впадин зубчатого колеса;  $\bar{V}_3 = k_s \sqrt{(A_i^2 - B_i^2) + \frac{2}{Fr} (\bar{h}_i - A_i - B_i) + \frac{2\Phi_i}{\sqrt{Re}} + (k_o \sin \alpha \cos \beta)^2}$  -

относительная скорость заполнения маслом впадин через торцевое сечение;  $\Phi_i = (\sin \alpha \cdot \cos \beta / \varphi_i)^{1,5} (tg^2 \alpha_a - tg^2 \alpha_f) \cdot \cos \alpha / (A_i \sqrt{3})$  -

коэффициент, зависящий от геометрических параметров зубчатого колеса;  $Re = \omega \cdot r_a^2 / \nu$  - число Рейнольдса;  $Fr = \omega^2 \cdot r_a / g$  - число Фруда;  $\sum_{i=1}^2 y_i = 4 \cdot B_i \cdot \delta_i / (A_i^2 - B_i^2)$  - коэффициент торцевого зазора;

$C_{T_i}^p$  - безразмерный момент сопротивления сил вязкости на торцах зубчатого колеса: для ламинарного режима течения

$$C_{T_i}^{лам} = (A^{1,5} / \bar{b}) \left[ \frac{\sqrt{\bar{h}_i(2 - \bar{h}_i)(1 - \bar{h}_i)}}{\sqrt{6 \sqrt{\bar{h}_i(2 - \bar{h}_i)} \sqrt{Re}}} \right], \quad \text{для}$$

турбулентного  $C_{T_i}^{турб} = \frac{0,025 \cdot \arccos(1 - \bar{h}_i) - \sqrt{\bar{h}_i(2 - \bar{h}_i)(1 - \bar{h}_i)}}{\bar{b}_i \cdot [\bar{h}_i(2 - \bar{h}_i)]^{0,07} Re^{0,14}}$ ;

$C_{P_i}^{\Gamma} = 4 \cdot \bar{b}_i \cdot A^2 \cdot \arccos(1 - \bar{h}_i) / Re$  - безразмерный момент сил

вязкости на периферийных поверхностях головок зубчатого колеса;  $\bar{\delta}_i = \delta_i / r_i$  - относительный торцевой зазор;  $\bar{h}_i = h_i / r_{ai}$  - относительная глубина погружения зубчатого колеса в масляную ванну.

Аэродинамические потери мощности

$$P_{A_i} = \rho \cdot \omega_i^3 \cdot r_i^5 \cdot (C_{k_i} + C_{M_i} + C_{R_i}), \quad (4)$$

$C_{k_i} = \bar{b}_i \cdot (A_i^2 - B_i^2) \cdot \bar{\rho}_{a_i} \cdot \cos^2 \beta \cdot \sin 2 \cdot \alpha / 2$  - безразмерный момент

сил Кориолиса;  $\bar{\rho}_a = [1 - 0.5 \cdot (f \cdot \bar{b} \cdot M_{окр})^2 \cdot (k - 1)]^{\frac{1}{k-1}}$  -

относительная плотность масловоздушной смеси во впадинах зубчатого колеса при его вращении;  $\rho = x_b \cdot \rho + (1 - x_m) \cdot \rho_m$  -

плотность масловоздушной смеси, кг/м<sup>3</sup>;  $a_R^{myp} = 0,146$ ;  $b_R^{лам} = 0,5$ ;

$$C_{M_i} = \frac{a_R^{лам}}{(5 - 2b_R^{лам}) Re_{кр}^{b_R^{лам}}} \left( \frac{r_{кр}}{r} \right)^5 + \frac{a_R^{myp}}{(5 - 2b_R^{myp}) Re} \left[ \frac{1}{Re^{b_R^{myp}}} - \frac{1}{Re^{b_R^{кр}}} \left( \frac{r_{кр}}{r} \right)^5 \right]$$

- безразмерный момент сопротивления сил вязкости на торцах зубчатого колеса;  $b_R^{myp} = 0,2$ ;  $a_R^{лам} = 0,578 \cdot \pi \cdot \cos^4 \alpha (A_i^4 - C_i^4)$ ;

$r_{кр} = \sqrt{\mu \cdot Re_{кр} / (\rho \cdot \omega_i)}$  - критическое значение радиуса зубчатого колеса, которое разделяет зоны ламинарного и турбулентного течения;

$f = 4 \cdot A_i / \left[ (A_i^2 - B_i^2) \cdot k_s \cdot \sum_{i=1}^2 y_i \right]$  - коэффициент, учитывающий

влияние торцевых зазоров;  $Re_{кр} = 3 \cdot 10^5$  - критическое значение числа Рейнольдса при смене режимов течения;

$$C_{R_i} = \gamma_i A_i^2 \bar{b}_i \left[ 1 / (Re \bar{S}_R) + \bar{S}_R (1 + 0,5(k - 1) \cdot M_{окр}^2)^{\frac{k}{k-1}} / (2 \varphi_a k M_{окр}^2) \right] -$$

безразмерный момент вязкостного трения периферийной поверхности головок зубьев в радиальном зазоре;  $M_{окр} = V_{окр} / c$  - относительная

окружная скорость зубчатого колеса;  $c = \sqrt{k \cdot p_a / \rho}$  - скорость звука при нормальных условиях, м/с;  $V_{окр} = \omega_i \cdot r_i$  - окружная скорость

зубчатого колеса, м/с;  $\bar{S}_{R_i} = S_{R_i} / r_{ai}$  - относительная ширина радиального зазора между вращающимся колесом и неподвижным картером зубчатой передачи.

Потери мощности вследствие периодического сжатия и расширения масловоздушной смеси в замкнутом между зубьями пространстве

$$P_{cp} = \omega_l \cdot k \cdot \Lambda \cdot (1+u) / (8 \cdot u) \cdot \bar{b}^3 \cdot r_1^3 \cdot M_{окр}^2 \cdot p_a \cdot \cos^2 \alpha, \quad (5)$$

где

$$\Lambda = \left\{ 1 / (2\chi_2 - 1) \left[ 1 - 0.5(k-1) \left( \bar{b}_l M_{окр} / (2\chi_2 - 1) \tau_1 \right)^2 \right] + 1 / (2\chi_1 - 1) \right\};$$

$$\chi_1 = (tg \alpha_{a1} - tg \alpha_w) / \tau_1, \quad \chi_2 = (tg \alpha_{a2} - tg \alpha_w) / \tau_2 - \text{коэффициенты}$$

перекрывтия по головкам и ножкам зубьев соответственно.

Потери мощности вследствие трения скольжения в зубчатой паре

$$P_f = P_{ex} \frac{\left( \frac{1+u}{u} \right)^{0,75} \tau_1^{0,75} \left[ (\chi_1^{1,75} + \chi_2^{1,75}) + \left[ (1-\chi_1)^{1,75} + (1-\chi_2)^{1,75} \right] \right]}{21,55 \cdot v^{0,25} \cdot V_{окр}^{0,5} \cdot \left[ 2 \cdot tg \alpha_w + \tau_1 \cdot (\chi_1^2 + \chi_2^2) \cdot \frac{u-1}{2 \cdot u} \right]^{0,25}}$$

Потери мощности вследствие трения качения в зубчатой паре

$$P_{\kappa} = 3 \cdot P_{ex} \cdot \frac{[\sigma_H]}{E_{np}^*} \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot \cos \alpha}{\pi \cdot u \cdot K_H \cdot \cos \beta} \frac{(u+1)^2 \cdot tg^2 \alpha_w \cdot H}{4\tau_1}}, \quad (6)$$

где  $\varepsilon = \chi_1 + \chi_2$  - коэффициент перекрывтия зубчатой передачи;  
 $E_{np}^* = 2 \cdot E_1 \cdot E_2 / [E_1(1-\nu_2^2) + E_2(1-\nu_1^2)]$  - приведенный модуль упругости, МПа.

Потери мощности вследствие аэрогидродинамического сопротивления в подшипниках зубчатой передачи

$$P_b = (T_{нагр} + T_{вязк}) \cdot \omega_b, \quad (6)$$

$$\text{где } T_{вязк} = \begin{cases} 10^{-7} \cdot f_0 \cdot (v_m \cdot n)^{2/3} \cdot d_b^3 & v_m \cdot n_b \geq 2000 \\ 160 \cdot 10^{-7} \cdot f_0 \cdot d_b^3 & v_m \cdot n_b \leq 2000 \end{cases} - \text{момент}$$

сопротивления вращению вала зубчатых колес вследствие действия сил вязкостного трения в подшипниках зубчатой передачи, Нм;  $f_0$  - корректирующий коэффициент, зависящий от типа конструкции подшипника и типа его смазки [11];  $T_{нагр} = f_l \cdot F_{\beta} \cdot d_b$  - момент сил трения, зависящий от передаваемой нагрузки и учитывающий силы трения качения и скольжения в телах качения подшипника, Нм;  $f_l$  - комплексный фактор, зависящий от конструкции подшипника и относительной нагрузки на подшипник [11];  $F_{\beta}$  - результирующая сила, приложенная к подшипнику, Н.

## ВЫВОДЫ

1. Предложен аналитический метод, позволяющий с минимальными затратами вычислительных усилий определять коэффициент полезного действия зубчатой передачи привода ПТМ.
2. Разработанный метод позволяет проводить комплексный анализ источников диссипации энергии, поиск рациональных конструктивных решений и выбор оптимальных условий эксплуатации цилиндрических зубчатых передач с точки зрения их максимальной эффективности на этапах проектирования новых и усовершенствования существующих передач.

## СПИСОК УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

$\omega_i$ - угловая скорость колеса;	минимального радиального зазора, рад;
$r_i$ - радиус делительной окружности колеса, м;	$\varphi_a$ - угловая толщина зуба по окружности вершин зубчатого колеса, рад;
$\alpha$ - угол станочного зацепления;	$\alpha_{ai}$ - угол профиля эвольвенты на окружности вершин колес;
$b_i$ - ширина зубчатого венца, м;	$\alpha_w$ - угол эксплуатационного зацепления, рад;
$r_{fi}$ - радиус окружности впадин;	$\tau_i$ - угловые шаги шестерни и колеса рад;
$r_{ai}$ - радиус окружности вершин;	$u$ - передаточное отношение;
$\beta$ - угол наклона линии зубьев колеса, град;	$K_H$ - коэффициент нагрузки;
$\nu_m$ - кинематическая вязкость масла, сСт;	$[\sigma_H]$ - допускаемые контактные напряжения, МПа;
$g$ - ускорение свободного падения, м/с <sup>2</sup> ;	$E_i$ - модуль упругости колес;
$\delta_i$ - торцевой зазор, м;	$\nu_i$ - коэффициент Пуассона;
$\rho$ - плотность воздуха при нормальных условиях умов, кг/м <sup>3</sup> ;	$\omega_b$ - угловая скорость вала в подшипнике, рад/с;
$\rho_m$ - плотность масла при температуре эксплуатации зубчатой передачи, кг/м <sup>3</sup> ;	$d_b$ - диаметр вала в подшипнике;
$x_b, x_m$ - относительные части воздуха и масла в масловоздушной смеси;	$n_b$ - число оборотов вала в подшипнике, об/мин;
$k$ - показатель адиабаты масловоздушной смеси;	$k_s, k_o$ - скоростные коэффициенты торцевых и радиальных сечений впадины;
$\gamma_i$ - угол, стягивающий дугу	

## ЛИТЕРАТУРА

1. Heingartner P. Determination Power Losses in the Helical Gear Mesh / P. Heingartner, D. Mba // *Gear Technology*. — 2005. — P. 32-37.
2. Handschuh R. F. Preliminary Comparison of Experimental and Analytical Efficiency Results of High-Speed Helical Gear Trains / R.F. Handschuh, C. J. Kilmain // *DETC'03, ASME, Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. — 2003. — Vol. 4B. — P. 949-955.
3. Ставицкий В.В. Исследование аэродинамических потерь энергии в высокоскоростных прямозубых цилиндрических передачах. / В.В. Ставицкий, П.Л. Носко. // *Вестник НТУ «ХПИ» - Харьков: ХПИ*. — 2010. — №27. — С. 167-173.
4. Ставицкий В.В. Оценка потерь мощности в высокоскоростных цилиндрических передачах / В. В. Ставицкий, П. Л. Носко // *Вестник НТУ «ХПИ» — Харьков: ХПИ, 2011. — №28. — с. 137 — 149.*
5. Stavitsky V. V. Determination du rendement de la transmission cylindrique dentee developante / V. V. Stavitsky, P. L. Nosko, O. Benaissa // *Вісник нац. у-ту ім. В. Даля. — 2007. - №9 (115). — с. 188 - 191.*
6. Ставицкий В. В. Анализ аэрогидродинамических потерь в зубчатых передачах/ В.В. Ставицкий, П.Л. Носко, П.В. Філь // *Вісник нац. у-ту ім. В. Даля. — 2009. - №12 (142). — с. 125-131.*
7. Ставицкий В. В. Анализ составляющих потерь мощности вследствие аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес/ В. В. Ставицкий, П. Л. Носко, С.И. Лиходеев // *Вестник НТУ «ХПИ» - Харьков: ХПИ. - 2011. - №41. – с. 297-302.*
8. Stavytskyy V. V. A model for the prediction of windage losses in geared transmissions – preliminary resultants / V. V. Stavitsky, P. L. Nosko // *ТЕКА Commission of Motorization and Power Industry in Agriculture Poland, Lublin, Polish Academy of Sciences Branch in Lublin. - 2010. - V. XC. - p. 316-323.*
9. Stavytskyy V. V. Power losses by the air-pumping phenomena in high-speed spur gears / V. V. Stavitsky, P. L. Nosko // *ТЕКА Commission of Motorization and Power Industry in Agriculture Poland, Lublin, Polish Academy of Sciences Branch in Lublin. - 2010. - V. XC. - p. 324-331. Poland, Lublin, Polish Academy of Sciences Branch in Lublin.*
10. Ставицкий В.В. Оценка потерь мощности в высокоскоростных цилиндрических передачах / В. В. Ставицкий, П. Л. Носко // *Вестник НТУ «ХПИ» - Харьков: ХПИ, 2011. - №28. – с. 137-149.*
11. Harris T. A. *Rolling Bearing Analysis* / T. A. Harris - 4th ed. - NY: John Wiley & Sons, 2001.