

## ОРГАНІЗАЦІЯ РЕЖИМУ РУХУ МАНІПУЛЯЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ПРОМИСЛОВОГО РОБОТА

### **Постановка проблеми.**

Промислові роботи отримали широке застосування у гнучких виробничих комплексах. За їх допомогою можна отримати різноманітні рухи, що здійснюють технологічні операції: фарбування поверхонь, зварювання металів, переміщення деталей між верстатами, діагностика їх виготовлення тощо.

Рух ланок маніпуляційної системи робота супроводжується витратою енергії: корисної – для подолання сил (моментів) опорів пов'язаних з технологією та шкідливих, які витрачаються на подолання дисипативних сил у системі. Для приводу робота використовуються електричні, гідравлічні, рідше пневматичні двигуни. При проектуванні приводу робота ставляться вимоги мінімізації його потужності, габаритів, вартості, а також максимізації ККД приводу його швидкодії та інших показників. Забезпечити ці та інші вимоги можна підбором режимів руху робота причому вони повинні бути якомога кращими, з деякої точки зору. Таким чином виникає задача оптимізації режимів руху маніпуляційної системи робота.

### **Аналіз останніх досліджень та публікацій.**

Для оптимізації режимів руху робосистем використовуються різноманітні теорії оптимального керування: варіаційне числення [1], принцип максимуму Л.С. Понтрягіна [2], динамічне програмування [3]. Використання того чи іншого методу пов'язане насамперед з характером задачі, яка розв'язується. Крім того, можна використовувати прямі варіаційні методи, які дають змогу значно спростити процес розрахунку режимів руху. Це є вагомим аргументом на користь використання саме прямих варіаційних методів у порівнянні з іншими, оскільки робот є ланкою технологічної лінії і вихід одного з них приведе до зупинки усієї лінії. Зменшення динамічних навантажень у ланках робота підвищить надійність роботи робота та його строк служби.

### **Постановка мети та задач дослідження.**

Метою приведеного дослідження є оптимізація складного руху ланок промислового робота за допомогою прямого варіаційного методу. Для досягнення поставленої мети необхідно виконати такі задачі: 1) побудувати динамічну та математичну моделі руху

маніпуляційної системи промислового робота; 2) виконати оптимізацію режимів руху робота за допомогою прямого варіаційного методу; 3) проаналізувати отримані результати та вказати перспективи подальших досліджень.

#### Виклад основного матеріалу.

Розглянемо задачу про оптимальне переміщення ланок робота, які представляються системою з двох тіл у горизонтальній площині (рис. 1), причому одне тіло здійснює складний рух, а друге - обертальний.

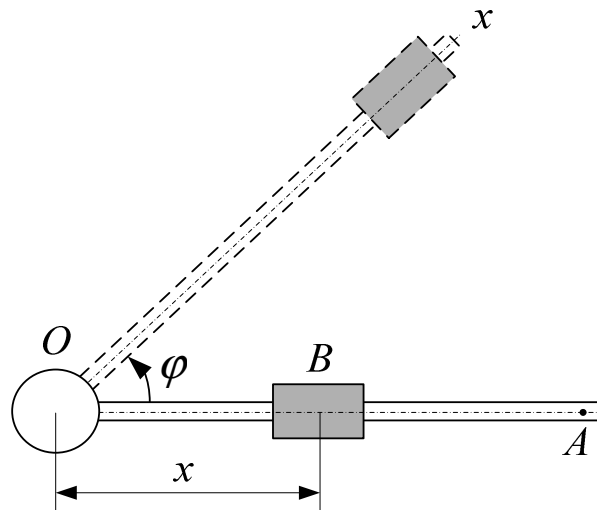


Рис. 1. Розрахункова схема руху промислового робота

Механічна система робота складається з двох тіл  $A$  та  $B$ . Тіло  $A$  може обертатись навколо вертикальної вісі  $O$ , а вантаж  $B$  масою  $m$  може переміщуватись вповодж горизонтальної напрямної  $Ox$ , яка жорстко зв'язана з тілом  $A$  і проходить через вісь  $O$ . В системі координат, яка пов'язана з точкою  $A$  тіло  $B$  переміщується поступально. Тому момент інерції всієї системи відносно вісі  $O$  має вигляд:

$$J = J_0 + mx^2, \quad (1)$$

де  $x$  - відстань від точки  $O$  до центру інерції тіла  $B$  (узагальнена координата руху тіла  $B$ );  $J_0$  - сумарний момент інерції тіл  $A$  та  $B$  відносно осі  $O$  при  $x = 0$ . Керування здійснюється за допомогою двох двигунів, один з яких створює момент, який приводить у обертальний рух систему, а інший переміщує тіло  $B$  вздовж напрямної  $Ox$ . Рівняння, які описують рух даної механічної системи представляються у вигляді нелінійних диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} M - M_{cm} = \frac{d}{dt}[(J_0 + mx^2)\dot{\varphi}]; \\ F - F_{cm} = m\ddot{x} - m\dot{\varphi}^2 x, \end{cases} \quad (2)$$

де  $M$  - момент, який приводить у обертальний рух тіло  $A$  разом з тілом  $B$ ;  $M_{cm}$  - момент статичного опору кутовому переміщенню тіл  $A$  і  $B$  відносно осі  $O$ ;  $\varphi$  - кутова координата повороту тіла  $A$ ;  $F$  - приведена до поступального руху рушійна сила приводу, яка діє на тіло  $B$ ;  $F_{cm}$  - сила статичного опору переміщенню тіла  $B$ ;  $m$  - маса тіла  $B$ . Крапка над символом означає, як завжди, диференціювання за часом.

У роботі [4] розв'язана задача оптимальної швидкодії руху такої системи, причому приймається припущення про те, що двигун, який приводить у рух тіло  $B$  може миттєво змінити його швидкість. Наведемо постановку задачі, прийняту у роботі [4]: необхідно знайти керування  $M(t)$  та  $v(t)$  (швидкість руху тіла  $B$ ), які задовольняють обмеженням:  $|M(t)| \leq M^*$ ,  $|v(t)| \leq v^*$  (тут  $M^*$  та  $v^*$  - постійні) і які переводять систему (2) з початкового стану спокою у кінцевий стан спокою:

$$\begin{cases} \varphi(0) = \dot{\varphi}(0) = 0, & x(0) = x_0, & \dot{x}(0) = 0; \\ \varphi(t_1) = \varphi_1, & \dot{\varphi}(t_1) = 0, & x(t_1) = x_1, & \dot{x}(t_1) = 0, & \varphi \in [0, \pi]. \end{cases} \quad (3)$$

за найменший час  $t_1$  ( $t_1 \rightarrow \min$ ).

На відміну від постановки задачі прийнятої у [4] запропонуємо іншу постановку задачі: необхідно знайти таку функцію зміни кутової координати  $\varphi(t)$ , яка б доставляла мінімум інтегральному функціоналу:

$$I_M = \int_0^{t_1} (M_{\text{аеі}})^2 dt = \int_0^{t_1} (M - M_{c\text{o}})^2 dt \rightarrow \min. \quad (4)$$

З урахуванням системи (3) функціонал (4) можна переписати таким чином:

$$I_M = \int_0^{t_1} (J_0 \ddot{\varphi} + 2mx\dot{x}\dot{\varphi} + mx^2 \ddot{\varphi})^2 dt \rightarrow \min. \quad (5)$$

Умовою мінімуму цього критерію є рівняння Ейлера-Пуассона, яке представляється нелінійним диференціальним рівнянням четвертого порядку (через значний об'єм не будемо його приводити). Тому представляє інтерес використання прямого варіаційного методу.

Зазначимо, що одночасне знаходження функцій  $x(t)$  та  $\varphi(t)$ , які б доставляли мінімум критерію (або декільком критеріям при комплексній оптимізації) є досить складним, оскільки це призводить до необхідності розв'язування системи нелінійних алгебраїчних рівнянь.

Задамо рівняння руху маси  $m$  вповдовж напрямної  $Ox$ . Для цього розв'яжемо диференціальне рівняння:

$$\overset{VI}{x} = 0, \quad (6)$$

при таких крайових умовах:

$$\begin{cases} x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = 0, \quad \ddot{x}(0) = 0; \\ x(t_1) = x_0, \quad \dot{x}(t_1) = 0, \quad \ddot{x}(t_1) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Постановка таких крайових умов для знаходження закону руху тіла  $B$  дозволяє здійснювати його переміщення плавно, чого не досягнуто у роботі [4]. Кількість крайових умов (7) визначає порядок диференціального рівняння (6). Розв'язок розглянутої крайової задачі (6), (7) буде мати такий вигляд:

$$x = t_1^{-5} (t_1^5 x_0 + 15t^4 t_1 (x_0 - x_1) + 6t^5 (x_1 - x_0) + 10t^3 t_1^2 (x_1 - x_0)). \quad (8)$$

Знайдемо також функцію швидкості переміщення точки  $B$ :

$$\dot{x} = t_1^{-5} (-30t^2 (t - t_1)^2 (x_0 - x_1)). \quad (9)$$

Тепер знайдемо розв'язок диференціального рівняння, яке у подальшому використаємо для знаходження екстремалі  $\varphi(t)$ :

$$\overset{VII}{\varphi} = 0. \quad (10)$$

Таке диференціальне рівняння ставиться для того, щоб синтезувати „опорну” функцію, яка буде використана для наближення до точного розв'язку варіаційної задачі (5). Для того, щоб отримати

„опорну” функцію необхідно диференціальне рівняння (10) розв’язати при наступних умовах:

$$\begin{cases} \varphi(0) = 0, \quad \dot{\varphi}(0) = 0, \quad \ddot{\varphi}(0) = 0; \\ \varphi\left(\frac{t_1}{2}\right) = q_1, \quad \dot{\varphi}\left(\frac{t_1}{2}\right) = q_2, \quad \ddot{\varphi}\left(\frac{t_1}{2}\right) = q_3, \quad \ddot{\varphi}\left(\frac{t_1}{2}\right) = q_4, \quad \varphi^{IV}\left(\frac{t_1}{2}\right) = q_5; \\ \varphi(t_1) = \varphi_1, \quad \dot{\varphi}(t_1) = 0, \quad \ddot{\varphi}(t_1) = 0, \end{cases} \quad (11)$$

в яких поєднані фізичні умови руху механічної системи (перші дві умови на початку та у кінці руху системи), умови, які дозволяють покращити рух системи (нульові початкові та кінцеві прискорення системи) та умови посередині інтервалу, які будуть використані для мінімізації функціоналу (5).

Розв’язок крайової задачі (10), (11) представляється у вигляді:

$$\begin{aligned} \varphi = & \frac{t^3}{6t_1^{10}} (-768q_1(t-t_1)^3(48t^4 - 96t^3t_1 + 78t^2t_1^2 - 30tt_1^3 + 5t_1^4) - \\ & (2t-t_1)(768q_2(t-t_1)^3t_1^2(3t^2 - 3tt_1 + t_1^2) + (t-t_1)^3(2t-t_1)t_1^2((2t-t_1)t_1^2(8q_4 + 2q_5t - q_5t_1) + 192q_3(3t^2 - 3tt_1 + t_1^2)) - 6(-2t + t_1^2)) - \\ & - 6(-2t + t_1)^4(96t^2 - 205tt_1 + 110t_1^2)\varphi_1). \end{aligned} \quad (12)$$

Запишемо також першу та другу похідну виразу (12) за часом:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi} = & -\frac{t^2(t-t_1)^2}{6t_1^{10}} (11520q_1(2t-t_1)^5 + 768q_2t_1^2(54t^4 - 108t^3t_1 + \\ & + 80t^2t_1^2 - 26tt_1^3 + 3t_1^4) + (2t-t_1)(192q_3t_1^2(6t^2 - 6tt_1 + t_1^2)(10t^2 - \\ & - 10tt_1 + 3t_1^2) + (2t-t_1)(24q_4t_1^4(6t^2 - 6tt_1 + t_1^2) + (2t-t_1)(q_5t_1^4 \times \\ & \times (20t^2 - 20tt_1 + 3t_1^2) - 180(-2t + t_1)(-64t + 11t_1)\varphi_1))), \end{aligned} \quad (13)$$

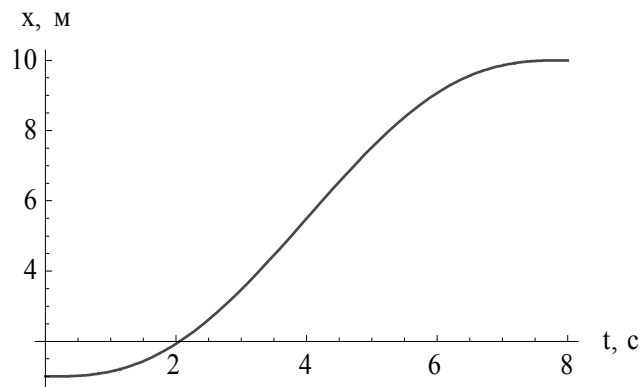
$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} = & -\frac{t(t-t_1)}{t_1^{10}} (768q_2(2t-t_1)^3t_1^2(9t^2 - 9tt_1 + t_1^2) + 3840q_1(-2t + \\ & + t_1)^4(9t^2 - 9tt_1 + t_1^2) + 64q_3t_1^2(540t^6 - 1620t^5t_1 + 1936t^4t_1^2 - 1172 \times \\ & \times t^3t_1^3 + 373t^2t_1^4 - 57tt_1^5 + 3t_1^6) + (2t-t_1)(8q_4t_1^4(48t^4 - 96t^3t_1 + 63 \times \\ & \times t^2t_1^2 - 15tt_1^3 + t_1^4) + (2t-t_1)(q_5t_1^4(12t^2 - 12tt_1 + t_1^2)(5t^2 - 5tt_1 + t_1^2) - \\ & - 60(-2t + t_1)(-576t^3 + 696t^2t_1 - 184tt_1^2 + 11t_1^3)\varphi_1))). \end{aligned} \quad (14)$$

Тепер можемо визначити інтегральний функціонал (5). Цей вираз є досить об'ємним, тому не будемо приводити його тут. Отриманий вираз для інтегралу  $I_M$  є функцією від невідомих параметрів  $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5$ , тому умовою екстремуму критерію  $I_M$  є система рівнянь:

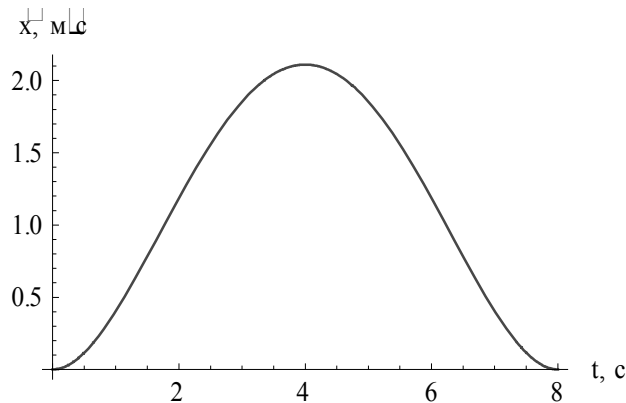
$$\frac{\partial I_M}{\partial q_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (15)$$

Вирази, які є розв'язками системи рівнянь (15) мають також значний об'єм, тому не будемо їх приводити. Підставивши їх у формулу (12), знайдемо функцію кутового переміщення тіла  $A$ . Зобразимо графіки кінематичних функцій руху маси  $m$  та динамічного приводного зусилля, яке діє на неї протягом усього циклу переміщення (рис. 2). Усі приведені нижче графіки побудовані при таких значеннях параметрів:

$$t_1 = 8 \text{ с}, \quad x_0 = 1 \text{ м}, \quad x_1 = 10 \text{ м}, \quad J_0 = 50 \text{ кгм}^2, \quad m = 200 \text{ кг}, \quad \varphi_1 = 1 \text{ рад}$$



а)



б)

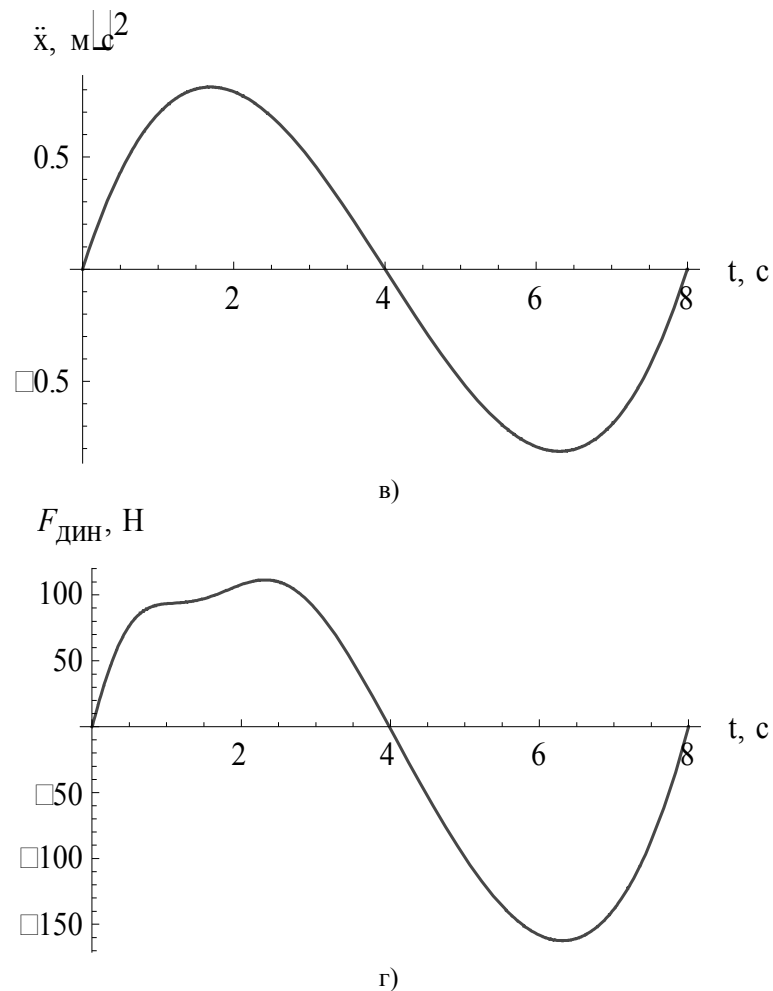
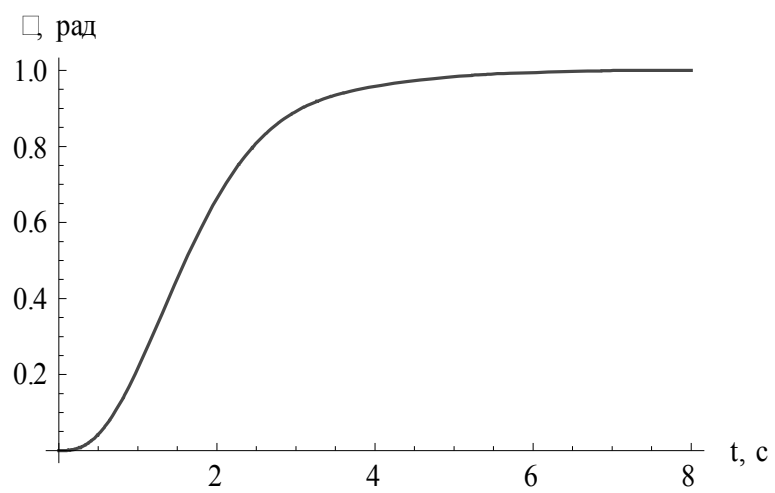
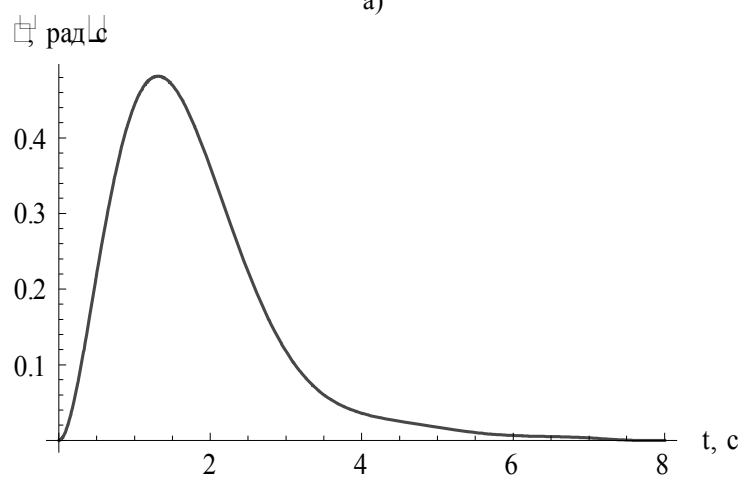


Рис. 2. Графіки функцій переміщення (а), швидкості (б), прискорення (в) маси  $m$  вподовж напрямної  $Ox$  та графік динамічної складової приводного зусилля (г), що діє на масу  $m$

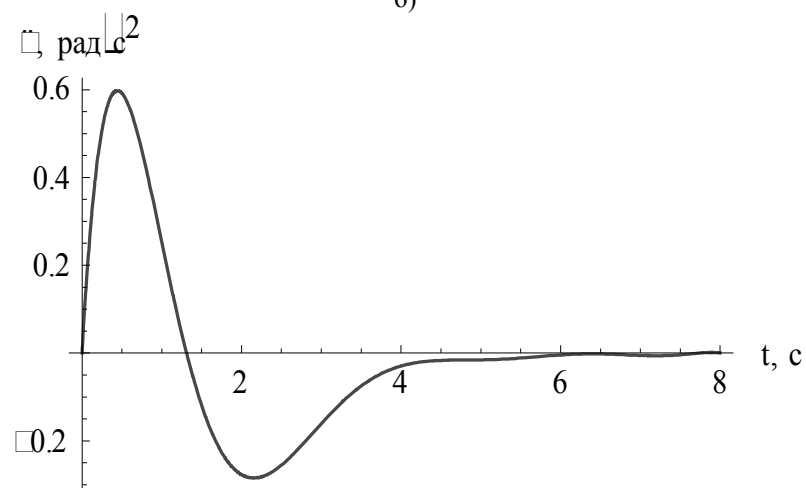
З приведених рисунків видно, що тіло  $B$  здійснює плавний рух, який відрізняється від результату отриманого у роботі [4], де зміна швидкості тіла  $B$  відбувається по релейному закону. З рис. 2, г бачимо, що динамічне зусилля описується гладкою функцією. Однак модуль максимального додатнього зусилля менший, ніж модуль від'ємного максимального зусилля. Це викликано дією відцентрової сили, яка змінюється у часі і направлена, у даному випадку, у напрямку руху точки  $B$ . Приведемо графіки кінематичних функцій обертового руху тіла  $A$  та динамічного моменту (рис. 3).



а)



б)



в)



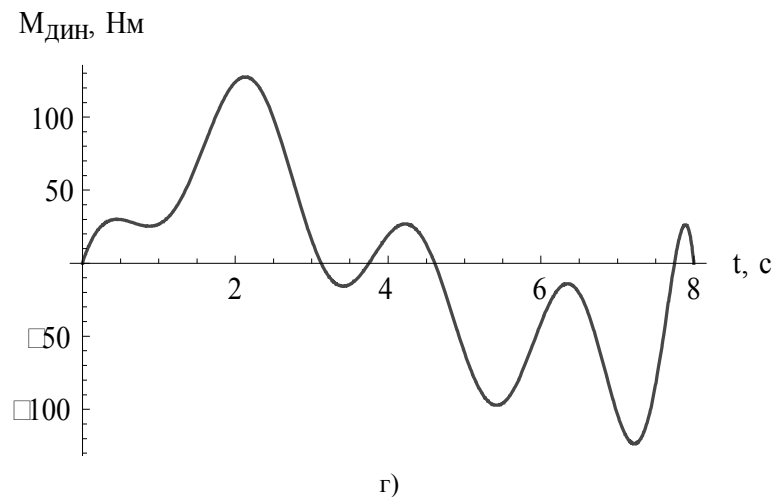


Рис. 3. Графіки функцій кутової координати (а), кутової швидкості (б), кутового прискорення (в) тіла *A* та графік динамічної складової моменту (г), який діє на тіло *A*

Аналізуючи графік зображений на рис. 3, а бачимо, що більшу частину кутового переміщення система проходить на початку руху. Приведемо графік кутового переміщення, при якому початкова координата точки ***B*** більша ніж його кінцева координата:  $x_0 = 10\dot{i}$ ,  $x_1 = 1\dot{i}$  (рис. 4).

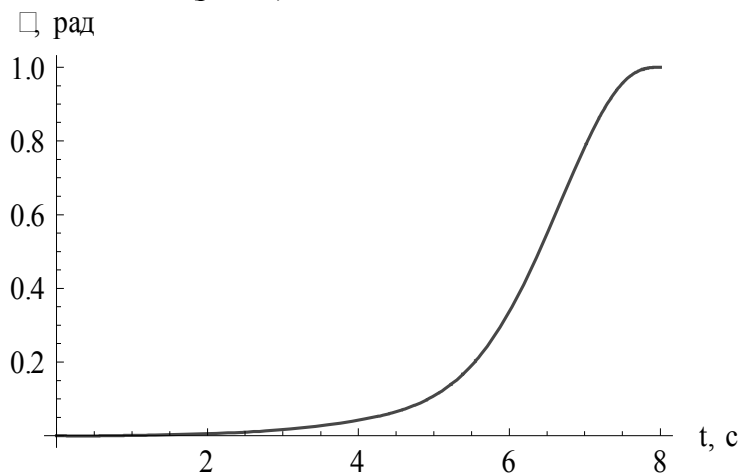


Рис. 4. Графік зміни кутової координати тіла *A*

Характер кривих приведених на рис. 3, а та рис. 4 можна пояснити тим, що системі „вигідно” пройти більшу довжину шляху при меншому моменті інерції. Тому у першому випадку тіло *A* більший кут повороту проходить на початку руху точки ***B***, а у другому - у кінці руху ***B***, оскільки при цьому момент інерції є меншим ніж на початку руху.

Усі функції зображені на рис. 3-4 гладкі, що вказує на високу плавність руху системи. Однак графік функції динамічного моменту має коливний характер, що може викликати певні труднощі при реалізації оптимального закону на практиці, а саме: швидкозмінний характер динамічного приводного моменту важко реалізувати на практиці, навіть за допомогою сучасних систем електроприводу. Крім того, приводний момент, функція якого зображена на рис. 3, г, може викликати небажані коливні (або навіть резонансні) явища у механізмі переміщення системи.

#### **Висновок.**

Аналіз приведених результатів дає змогу зробити певні висновки. Використання на практиці синтезованих оптимальних режимів руху маніпуляційної системи промислового робота пов'язане з певними труднощами, особливо для механізму його повороту. Для зменшення динамічних навантажень у механізмі повороту робота необхідно збільшувати тривалість руху робота. Однак це призведе до зменшення продуктивності робота. Тому варто виконати синтез оптимальних режимів руху робота за критерієм більш високого порядку, який би враховував коливний характер зміни приводного моменту.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Петров Ю.П. Вариационные методы теории оптимального управления / Ю.П. Петров. – Л.: Энергия, 1977. – 280 с.
2. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтнянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Физматгиз, 1961. – 392 с.
3. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – под. ред. Воробьева Н.Н. – М.: Издательство иностранной литературы, 1960. – 400 с.
4. Черноусько Ф.Л. Управление колебаниями / Ф.Л. Черноусько, Л.Д. Акуленко, Б.Н. Соколов. - М.: Наука, 1980. - 384 с.