УДК 625.574 Ракша С.В., д.т.н., Горячев Ю.К., к.т.н., Куроп'ятник О.С.

ЗАСТОСУВАННЯ ЧАСТОТНИХ ДІАГРАМ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ДИНАМІКИ ПРИВОДІВ ПІДВІСНИХ КАНАТНИХ ДОРІГ

Одним із основних елементів ПКД є привід (рис. 1), який забезпечує переміщення вагонів за рахунок канатної тяги. Нестабільність його роботи (зокрема, під час перехідних режимів) призводити ДО виникнення аварійних ситуацій. Тому може дослідження динамічного стану приводу ПКД з метою попередження, виявлення та локалізації процесів, які порушують його нормальну роботу, є актуальними.



Рисунок 1 - Кінематична схема приводу ПКД: 1 – електродвигун; 2 – пружна муфта з гальмом; 3 – редуктор; 4 – зубчаста муфта; 5 – шків з аварійним гальмом

Одним із заходів щодо попередження нестабільності роботи приводу та уникнення аварійних ситуацій на ПКД в цілому є обмеження швидкості руху вагонів [1]. Однак це не дозволяє контролювати динамічні процеси у пусковий період, зокрема, попереджувати та обмежувати резонансні явища.

Для аналізу спектра власних частот приводу ПКД, за якими відбуваються резонансні явища, зручно використовувати частотні діаграми, що відображають власні частоти як функції переміщення вагонів. Накладаючи на такі діаграми тахограму приводу, можна робити висновки щодо безпечності ПКД в цілому як динамічної системи, визначаючи кількість небезпечних резонансних зон, які проходить привід під час розгону та сповільнення, а також частоти та (за певних додаткових розрахунків) амплітуди коливань у резонансних зонах. Крім цього, розв'язання зворотної задачі дозволяє розробляти раціональні тахограми приводу з умови попередження та обмеження резонансних явищ.

Аналіз публікацій. Питання визначення раціональних параметрів ПКД не є новим. Чимало результатів досліджень у цьому напрямку реалізовано як вимоги у «Правилах…» [1], інші – у вигляді рекомендацій до проектування [2, 3, 4]. Однак більшість із них обумовлені розрахунками за формулами статики, деякі взагалі не мають теоретичного обґрунтування.

Дослідженням динамічної навантаженості елементів ПКД присвячена робота [5], у якій розглядаються процеси в тягових канатах, проте враховано лише поперечні коливання та не висвітлено вплив зазначених процесів на динаміку приводу.

Важливість застосування комплексного підходу до оцінювання навантаженості елементів ПКД підтверджується закордонним досвідом [6–11]. Однак рекомендацій, які ґрунтуються на аналізі спектра власних частот приводу, не було виявлено.

Формування базових підходів до побудови та аналізу спектра власних частот приводу за частотними діаграмами було розпочато в роботах [12, 13], однак наведені в них матеріали стосуються виключно ПКД маятникового типу.

Метою даної роботи є розробка основних принципів побудови частотних діаграм та формування підходів до застосування таких діаграм під час аналізу динамічного стану приводів ПКД різних типів.

Теоретичні дослідження. Для складання частотних діаграм приводу розглянемо тяговий контур ПКД – динамічну систему, до складу якої входять власне привід, а також тяговий канат з натяжним пристроєм та вагони (рис. 2). При цьому елементи приводу замінюємо трьома зосередженими масами – ротор електродвигуна, деталі редуктора, моменти інерції яких приведено до тихохідного вала, та шків. Ці маси з'єднані між собою пружними невагомими зв'язками. Вагони та натяжний пристрій з'єднуються між собою відрізками тягового канату як елементами з розподіленими параметрами.



Рисунок 2 - Тяговий контур ПКД:

1 – ротор електродвигуна; 2 – маси редуктора; 3 – шків; 4 – відрізки тягового канату; 5 – натяжний пристрій; 6 – вагони

За такої постановки задачі математична модель, яка описує динамічний стан системи, складається з диференціальних рівнянь у звичайних похідних та рівнянь у часткових похідних [14]. Їх сукупне розв'язання з метою отримання частотної функції є ускладненим, тому в межах даної роботи виконуємо заміну наведеної на рис. 2 схеми на спрощену (рис. 3). Особливістю такого підходу є приведення мас приводу до шківа, що дозволяє обмежитися використанням диференціальних рівнянь у часткових похідних під час складання математичної моделі.



Рисунок 3 - Спрощена модель тягового контуру ПКД (позначення – згідно рис. 2)

3 метою формування опису математичної моделі вводимо такі поняття:

кількість вагонів на одному напрямку руху (n) – кількість вагонів, які одночасно розміщені на ділянці між шківом та натяжним пристроєм як зосередженими масами (конструктивно – між приводною та натяжною станціями) і рухаються в одному напрямку; при цьому загальна кількість вагонів ПКД дорівнює 2n;

- нижній вагон вагон, який рухається від нижньої станції до верхньої;
- верхній вагон вагон, який рухається від верхньої станції до нижньої;
- нижній напрямок руху ділянка траси ПКД, уздовж якої рухаються нижні вагони;
- верхній напрямок руху ділянка траси ПКД, уздовж якої рухаються верхні вагони.

Ці твердження в абсолютній мірі є дійсними для ПКД, профіль якої змінюється монотонно, тобто різниця висотних відміток двох суміжних опорних точок на верхньому напрямку руху завжди є додатною, а на нижньому напрямку руху – від'ємною. У разі наявності змін кривизни профілю вказані поняття можуть використовуватися для кожного з прогонів окремо з подальшим поєднанням у загальну систему моделювання.

Для зручності складання математичної моделі доцільним є використання схеми заміщення, у якій всі маси здійснюють поступальний рух [15] (рис. 4, *a*). При цьому особливістю такої схеми для тягового контуру ПКД є її замкненість, що зумовлює певну специфіку складання рівнянь. Вона відображається у прикладанні до кінцевих мас додаткових сил, які характеризують взаємний вплив цих мас (рис. 4, δ).



Рисунок 4 – Схема заміщення:

а – загальний вигляд; *б* – з прикладанням додаткових сил

У схемі заміщення використовуємо наступні позначення:

*m*_{III} – маса шківа (приведена маса всіх елементів приводу);

*m*_{нп} – маса (еквівалент робочого зусилля) натяжного пристрою;

 $m_i^{\rm H}$ – маса *i*-ого нижнього вагона ($i = \overline{l, n}$);

 $m_i^{\text{в}}$ – маса *i*-ого верхнього вагона ($i = \overline{1, n}$);

u^н₁ – пружна деформація ділянки тягового канату між шківом та першим вагоном на нижньому напрямку руху;

 $u_i^{\rm H}$ – пружна деформація ділянки тягового канату між (*i*-1)-им та *i*-им вагонами на нижньому напрямку руху ($i = \overline{2, n}$);

 u_{n+1}^{H} – пружна деформація ділянки тягового канату між *i*-им вагоном на нижньому напрямку руху та натяжним пристроєм);

u^B₁ – пружна деформація ділянки тягового канату між шківом та першим вагоном на верхньому напрямку руху;

 $u_i^{\rm B}$ – пружна деформація ділянки тягового канату між (*i*-1)-им та *i*-им вагонами на верхньому напрямку руху ($i = \overline{2, n}$);

 $u_{n+1}^{\text{в}}$ – пружна деформація ділянки тягового канату між *i*-им вагоном на верхньому напрямку руху та натяжним пристроєм);

 S_{I}^{H} , S_{i}^{H} , S_{n+1}^{H} , S_{I}^{B} , S_{i}^{B} , S_{n+1}^{B} – пружні сили, які відповідають деформаціям u_{I}^{H} , u_{i}^{H} , u_{n+1}^{H} , u_{I}^{B} , u_{i}^{B} , u_{n+1}^{B} ;

$$S_i^{\scriptscriptstyle \mathrm{H}} = EF \frac{\partial u_i^{\scriptscriptstyle \mathrm{H}}}{\partial x}; \quad S_i^{\scriptscriptstyle \mathrm{B}} = EF \frac{\partial u_i^{\scriptscriptstyle \mathrm{B}}}{\partial x}, \quad i = \overline{1, n+1},$$

де *E*, *F* – модуль пружності та площа перерізу тягового канату.

Згідно наведених позначень математична модель, яка описує динамічний стан приводу, може складатися з рівнянь у формі деформацій ділянок тягового канату з використанням положень хвильової механіки [15]:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial t^2} U^{\rm H} = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} U^{\rm H}; \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} U^{\rm B} = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} U^{\rm B}, \end{cases}$$
(1)

де $U^{\rm H} = [u_i^{\rm H}]$ – вектор деформацій ділянок тягового канату на нижньому напрямку руху вагонів ($i = \overline{1, n+1}$);

 $U^{\rm B} = [u_i^{\rm B}]$ – вектор деформацій ділянок тягового канату на верхньому напрямку руху вагонів ($i = \overline{1, n+1}$);

а – швидкість розповсюдження пружної хвилі у поздовжньому напрямку коливань.

Для побудови частотних діаграм необхідно скласти частотну функцію, яка отримується шляхом перетворень системи рівнянь у формі граничних умов до рівнянь (1).

3 метою спрощення запису вводимо такі позначення:

 $x_i^{\text{H}} = -\sum_{j=1}^{l} l_j^{\text{H}}$ – координата *i*-ого вагона на нижньому напрямку

pyxy (i = 1, n);

 $x_i^{\text{B}} = \sum_{j=1}^{l} l_j^{\text{B}}$ – координата *i*-ого вагона на верхньому напрямку

pyxy (i = l, n);

 $\alpha_i^{\rm H} = ql / m_i^{\rm H}$ – масовий коефіцієнт для *i*-ого вагона на нижньому напрямку руху ($i = \overline{l, n}$);

 $\alpha_i^{\rm B} = ql/m_i^{\rm B}$ – масовий коефіцієнт для *i*-ого вагона на верхньому напрямку руху ($i = \overline{1, n}$);

 $\alpha_{\rm m} = ql / m_{\rm m}$ – масовий коефіцієнт для шківа;

 $\alpha_{\rm HII} = ql / m_{\rm HII}$ – масовий коефіцієнт для натяжного пристрою;

 $\lambda = kl$ – власне число частотної функції (k – певна константа, яка використовується під час перетворення системи рівнянь [15]);

А, В (з будь-якими індексами) – амплітудні коефіцієнти.

Також враховуємо наступні параметри тягового канату: *E* – модуль пружності; *F* – площа перерізу; *q* – погонна маса; *l* – довжина ділянки канату між шківом та натяжним пристроєм як зосередженими масами на одному напрямку руху.

Для рівнянь за формою першого виразу системи (1), які описують рух *i*-ого вагона на нижньому напрямку, граничні умови мають вигляд ($i = \overline{l, n}$):

ISSN 2311-0368 (Print) ISSN 2409-1049 (Online)

$$m_{i}^{\mathrm{H}} \frac{\partial^{2} u_{i}^{\mathrm{H}}}{\partial t^{2}} \bigg|_{x_{i}^{\mathrm{H}}} = EF \left(\frac{\partial u_{i}^{\mathrm{H}}}{\partial x} - \frac{\partial u_{i+1}^{\mathrm{H}}}{\partial x} \right) \bigg|_{x_{i}^{\mathrm{H}}}; \qquad (2)$$

$$u_{i}^{\rm H}(x_{i}^{\rm H},t) = u_{i+1}^{\rm H}(x_{i}^{\rm H},t).$$
(3)

Після розділення змінних за методом Фур'є [15] з урахуванням введених вище позначень, отримуємо ($i = \overline{1, n}$):

$$\begin{bmatrix} \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) - \frac{\lambda}{\alpha_{i}^{\mathrm{H}}} \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) \end{bmatrix} A_{i}^{\mathrm{H}} - \\ - \left[\frac{\lambda}{\alpha_{i}^{\mathrm{H}}} \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) + \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) \right] B_{i}^{\mathrm{H}} - \\ - \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) A_{i+l}^{\mathrm{H}} + \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) B_{i+l}^{\mathrm{H}} = 0; \quad (4)$$

$$\cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) A_{i}^{\mathrm{H}} + \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) B_{i}^{\mathrm{H}} - \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) A_{i+l}^{\mathrm{H}} - \\ - \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) B_{i+l}^{\mathrm{H}} = 0. \quad (5)$$

Для рівнянь за формою другого виразу системи (1), які описують рух *i*-ого вагона на верхньому напрямку, граничні умови мають вигляд ($i = \overline{l, n}$):

$$m_{i}^{B} \frac{\partial^{2} u_{i+1}^{B}}{\partial t^{2}} \bigg|_{x_{i}^{B}} = EF\left(\frac{\partial u_{i+1}^{B}}{\partial x} - \frac{\partial u_{i}^{B}}{\partial x}\right) \bigg|_{x_{i}^{B}};$$
(6)

$$u_{i}^{B}(x_{i}^{B},t) = u_{i+1}^{B}(x_{i}^{B},t).$$
⁽⁷⁾

Після розділення змінних за методом Фур'є [15] з урахуванням введених вище позначень, отримуємо ($i = \overline{1, n}$):

$$sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{B}}{l}\right)A_{i}^{B} - cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{B}}{l}\right)B_{i}^{B} - \left[sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{B}}{l}\right) - \frac{\lambda}{\alpha_{i}^{B}}cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{B}}{l}\right)\right]A_{i+l}^{B} + \left[\frac{\lambda}{\alpha_{i}^{B}}sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{B}}{l}\right) + cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{B}}{l}\right)\right]B_{i+l}^{B} = 0; \quad (8)$$

$$cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{B}}{l}\right)A_{i}^{B} + sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{B}}{l}\right)B_{i}^{B} - cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{B}}{l}\right)A_{i+l}^{B} - \frac{-sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{B}}{l}\right)B_{i+l}^{B} = 0. \quad (9)$$

Для поєднання рівнянь (4), (5), (8), (9) у систему та забезпечення замкненості тягового контуру використовуємо умови спряження на ділянках біля шківа та натяжного пристрою. Такі вирази складаємо за формою граничних умов до диференціальних рівнянь, що описують рух шківа та натяжного пристрою як зосереджених мас $m_{\rm m}$ та $m_{\rm HII}$ відповідно.

Згідно прийнятих вище позначень граничні умови для рівняння, що описує рух шківа, мають вигляд:

$$m_{\rm III} \left. \frac{\partial^2 u_I^{\rm B}}{\partial t^2} \right|_{x=0} = EF \left(\frac{\partial u_I^{\rm B}}{\partial x} - \frac{\partial u_I^{\rm H}}{\partial x} \right)_{x=0}; \tag{10}$$

$$u_I^{\rm B}(0,t) = u_I^{\rm H}(0,t),$$
 (11)

де $x = x_I^{\text{в}} = x_I^{\text{н}} = 0$ – координата шківа.

Після розділення змінних за методом Фур'є [15] отримуємо:

$$\frac{\lambda}{\alpha_{\rm m}}A_I^{\rm B} + B_I^{\rm B} - B_I^{\rm H} = 0; \qquad (12)$$

$$A_I^{\scriptscriptstyle \rm B} - A_I^{\scriptscriptstyle \rm H} = 0. \tag{13}$$

Граничні умови для рівняння, що описує рух натяжного пристрою, запишемо так:

$$m_{\rm HII} \left. \frac{\partial^2 u_{n+l}^{\rm H}}{\partial t^2} \right|_{x_{n+l}^{\rm H}} = EF\left(\frac{\partial u_{n+l}^{\rm H}}{\partial x} \right|_{x_{n+l}^{\rm H}} - \frac{\partial u_{n+l}^{\rm B}}{\partial x} \right|_{x_{n+l}^{\rm B}}); \qquad (14)$$

$$u_{n+1}^{\rm B}\left(x_{n+1}^{\rm B},t\right) = -u_{n+1}^{\rm H}\left(x_{n+1}^{\rm H},t\right).$$
(15)

Після розділення змінних за методом Фур'є [15] отримуємо:

$$\sin \lambda \cdot A_{n+1}^{B} - \cos \lambda \cdot B_{n+1}^{B} + \left[\sin \lambda + \frac{\lambda}{\alpha_{H\Pi}} \cos \lambda \right] A_{n+1}^{H} - \left[\frac{\lambda}{\alpha_{H\Pi}} \sin \lambda - \cos \lambda \right] B_{n+1}^{H} = 0; \quad (16)$$

 $\cos\lambda \cdot A_{n+1}^{\scriptscriptstyle \mathrm{B}} + \sin\lambda \cdot B_{n+1}^{\scriptscriptstyle \mathrm{B}} + \cos\lambda \cdot A_{i+1}^{\scriptscriptstyle \mathrm{H}} - \sin\lambda \cdot B_{n+1}^{\scriptscriptstyle \mathrm{H}} = 0.$ (17)

Об'єднуємо рівняння (4), (5), (8), (9), (12), (13), (16), (17) у систему (див. запис (19), розміщений далі).

Частотна функція встановлюється як визначник матриці коефіцієнтів системи (19). Нульовими аргументами цієї функції (такими, за яких функція набуває нульового значення) є власні числа λ , за якими можуть бути визначені власні частоти тягового контуру ПКД як динамічної системи:

$$\omega = \frac{\lambda}{l} \sqrt{\frac{EF}{q}} \,. \tag{18}$$

Враховуючи те, що тяговий контур ПКД змодельовано як систему зосереджених мас (шків, вагони, натяжний пристрій), з'єднаних між собою пружними елементами з розподіленими параметрами (ділянки тягового канату), частотна функція має безліч нульових аргументів, а отже, і привід як динамічна система має безліч власних частот ω , які визначаються за власними числами λ .

Відмічаємо, що частотна діаграма відображає зміну власних частот приводу під час руху вагонів між станціями.

Чисельний аналіз. Особливості використання частотних діаграм під час аналізу динамічного стану приводу розглянемо на прикладах ПКД маятникового та кільцевого типів.

Розрахунки проводимо у пакеті MathCAD з використанням програми, яка здійснює формування матриці коефіцієнтів системи рівнянь (19) та частотної функції в автоматичному режимі.

$$\begin{bmatrix} \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) - \frac{\lambda}{\alpha_{i}^{\mathrm{H}}} \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) \end{bmatrix} A_{i}^{\mathrm{H}} - \\ - \left[\frac{\lambda}{\alpha_{i}^{\mathrm{H}}} \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) + \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) \right] B_{i}^{\mathrm{H}} - \\ - \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) A_{i+l}^{\mathrm{H}} + \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) B_{i+l}^{\mathrm{H}} = 0; \\ \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) A_{i}^{\mathrm{H}} + \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) B_{i}^{\mathrm{H}} - \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) A_{i+l}^{\mathrm{H}} - \\ - \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) B_{i+l}^{\mathrm{H}} = 0; \\ \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) A_{i}^{\mathrm{H}} - \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) B_{i+l}^{\mathrm{H}} = 0; \\ \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) - \frac{\lambda}{\alpha_{i}^{\mathrm{H}}} \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) B_{i+l}^{\mathrm{H}} + \\ + \left[\frac{\lambda}{\alpha_{i}^{\mathrm{H}}} \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) + \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right)\right] B_{i+l}^{\mathrm{H}} = 0; \\ \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) A_{i}^{\mathrm{H}} + \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) B_{i}^{\mathrm{H}} - \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) B_{i+l}^{\mathrm{H}} = 0; \\ \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) A_{i}^{\mathrm{H}} + \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) B_{i}^{\mathrm{H}} - \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) A_{i+l}^{\mathrm{H}} - \\ - \sin\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{l}\right) B_{i+l}^{\mathrm{H}} = 0; \\ \frac{\lambda}{\alpha_{\mathrm{H}}} A_{i}^{\mathrm{H}} + B_{i}^{\mathrm{H}} - B_{i}^{\mathrm{H}} = 0; \\ \sin\lambda \cdot A_{i+l}^{\mathrm{H}} - \cos\lambda \cdot B_{i+l}^{\mathrm{H}} + \left[\sin\lambda - \cos\lambda A_{\mathrm{H}}^{\mathrm{H}} - \cos\left(\lambda \frac{x_{i}^{\mathrm{H}}}{\alpha_{\mathrm{H}}}\right) B_{i+l}^{\mathrm{H}} = 0; \\ \cos\lambda \cdot A_{i+l}^{\mathrm{H}} + \sin\lambda \cdot B_{i+l}^{\mathrm{H}} + \cos\lambda \cdot A_{i+l}^{\mathrm{H}} - \sin\lambda \cdot B_{i+l}^{\mathrm{H}} = 0. \end{cases}$$

47

Для ПКД маятникового типу приймаємо такі параметри:

- маса шківа $m_{\rm III} = 5\ 000$ кг;
- маса натяжного пристрою $m_{\rm HII} = 5\ 650$ кг;
- довжина тягового канату на одному напрямку руху l = 1340 м;
- кількість вагонів на одному напрямку руху n = 1;
- маса завантаженого вагона $m = 5\ 000$ кг;
- маса порожнього вагона $m_0 = 1\,800\,$ кг.

Як тяговий приймаємо канат діаметром 21 мм за ГОСТ 2688-80 з наступними характеристиками:

- модуль пружності $E = 1, 2 \cdot 10^5$ МПа [3];
- погонна маса q = 1,635 кг/м;
- площа перерізу F = 167,03 мм². Розглянемо три варіанти сполучення вихідних даних:
- а) верхній та нижній вагони повністю завантажені ($m_1^{\rm B} = m_1^{\rm H} = m$);
- б) верхній вагон порожній, нижній завантажено повністю ($m_1^{\text{B}} = m_0$; $m_1^{\text{H}} = m$);
- в) верхній вагон завантажено повністю, нижній порожній $(m_1^{\rm B} = m; m_1^{\rm H} = m_0).$

Для кожного з варіантів будуємо частотні діаграми (рис. 5).

На діаграмах (рис. 5) зображено перші три власні частоти приводу як функції переміщення вагонів. У порівнянні з другою та третьою, перша частота є відносно постійною, оскільки, здебільшого, визначається масою шківа. На другу та третю частоти значний вплив мають координати вагонів, що пояснює суттєву нелінійність відповідних кривих.

Особливістю діаграми у разі сполучення вихідних даних за схемою δ (рис. 5, δ) є наявність розривів функцій другої та третьої власних частот в діапазоні координат вагонів від 40 до 180 м. З точки зору математики це пояснюється тим, що другий та третій нульові аргументи частотної функції є комплексними. З точки зору фізики процесу такий результат характеризує вільне віддалення елементів динамічної системи від положення статичної рівноваги, тобто зміну їх координат не за періодичними законами, а за гіперболічними [16]. Таке явище є вкрай небезпечним для будь-якої механічної системи, тому описаному процесу слід приділяти особливу увагу на етапі проектування ПКД. Зокрема, не рекомендуємо встановлювати опори на зазначеній ділянці траси через високу ймовірність ударяння вагонів



об їх металоконструкції та захлестування тягового канату під час проходження вагонами опор.

Як приклад ПКД кільцевого типу розглянемо дорогу з такими параметрами:

- маса шківа $m_{\rm III} = 5\ 000$ кг;
- маса натяжного пристрою $m_{\rm HII} = 5\ 650$ кг;
- довжина тягового канату на одному напрямку руху l = 1 320 м;
- кількість вагонів на одному напрямку руху n = 4;
- маса завантаженого вагона $m = 1\,250$ кг;
- маса порожнього вагона $m_0 = 450$ кг.

Приймаємо тяговий канат діаметром 21 мм за ГОСТ 2688-80 з наведеними вище параметрами.

Для забезпечення можливості співставлення результатів більшість параметрів ПКД кільцевого типу було прийнято рівними відповідним характеристикам маятникової дороги. Тому, як і раніше, розглядаємо три варіанти сполучення вихідних даних, для кожного з яких будуємо частотні діаграми (рис. 6). При цьому вважаємо, що всі вагони одного напрямку руху завантажені однаково.

На діаграмах рис. 6 зображено перші три власні частоти приводу як функції переміщення вагонів. Порівняння результатів для маятникових та кільцевих ПКД вказує на те, що перша частота для кожного з відповідних випадків майже співпадає за величиною:

- рис. 5, *a* та рис. 6, a 1,6 с⁻¹ та 1,7 с⁻¹ відповідно;
- рис. 5, δ та рис. 6, δ 1,9 с⁻¹ та 1,96 с⁻¹ відповідно;
- − рис. 5, *в* та рис. 6, *в* − 1,6 с⁻¹ та 1,65 с⁻¹ відповідно.

Це підтверджує твердження про те, що величина та характер зміни першої власної частоти приводу здебільшого визначаються масою шківа, аніж масами вагонів.

Як бачимо на рис. 6, для частотних діаграм приводу ПКД кільцевого типу спостерігається певна циклічність зміни частот, особливо другої та третьої, при цьому кількість циклів відповідає кількості вагонів на одному напрямку руху.

У разі однакового завантаження вагонів обох напрямків руху (рис. 6, a) динамічний стан системи є найбільш сприятливим для нормальної роботи приводу: перша та третя частоти змінюються несуттєво, друга частота є постійною. Найгіршим є варіант незавантаження вагонів верхнього напрямку руху в порівнянні з нижнім (рис. 6, δ), однак він не є небезпечним у разі встановлення опор таким чином, щоб довжини прогонів не були кратними кроку розміщення вагонів. Слід також відмітити, що для ПКД кільцевого типу не є властивим явище вільного віддалення елементів механічної системи із заміною періодичних динамічних процесів на гіперболічні (що спостерігається для маятникових доріг; див. рис. 5, δ).



Висновки:

- впродовж циклу транспортування ПКД маятникового типу на певних етапах руху вагонів спостерігається небезпечне явище заміни циклічних динамічних процесів на монотонні, які описуються гіперболічними функціями, що супроводжується вільним переміщенням вагонів з можливим ударянням об опори та захлестуванням тягового канату;
- частотні діаграми приводів ПКД кільцевого типу мають циклічний характер з можливою стрибкоподібною зміною власних частот; при цьому таке явище не є небезпечним за умови раціонального профілювання дороги;
- у більшості випадків спостерігається наявність доволі широкої міжрезонансної зони, обмеженої першою та другою власними частотами, що може бути основою для обгрунтування раціональних значень частоти обертання шківа як одного з кінематичних параметрів приводу ПКД;
- отримані результати є дійсними для всіх ПКД (як маятникового, так і кільцевого типів) за характером частотних діаграм, однак значення частот можуть відрізнятися в залежності від технічних характеристик об'єкта.

Напрямками подальших досліджень розглянутого питання можна вважати встановлення та математичне обґрунтування умов нестабільної роботи приводів ПКД під час заміни циклічних динамічних процесів на монотонні, які описуються гіперболічними функціями, а також формування рекомендацій щодо попередження таких явищ або їх використання з метою поліпшення умов роботи приводів ПКД.

ЛІТЕРАТУРА

1. Правила устройства и безопасной эксплуатации пассажирских подвесных канатных дорог (ППКД) [Текст]. – М.: Металлургия, 1975. – 56 с.

2. Беркман, М. Б. Подвесные канатне дороги [Текст] / М. Б. Беркман [и др.]. – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.

3. Дукельский, А. И. Подвесные канатные дороги и кабельные краны [Текст] / А. И. Дукельский. – М.-Л.: Машиностроение, 1966. – 484 с.

4. Машины непрерывного транспорта [Текст] / под ред. В.И. Плавинского. – М.: Машиностроение, 1969. – 720 с.

5. Патарая, Д. И. Расчет и проектирование канатных систем на примере подвесных дорог [Текст] / Д. И. Патарая. – Тбилиси: Мецниереба, 1991. – 103 с.

6. Nejez J. Cableway oscillation problems [Text] / J. Nejez // International Ropeway Review. – 2011. – № 6. – P. 47.

7. Kopanakis G. A. Oscillations in ropeways. Part 1 [Text] / G. A. Kopanakis // International Ropeway Review. $-2011. - N_{\odot} 6. - P. 48-50.$

8. Kopanakis G. A. Oscillations in ropeways. Part 2, 3 [Text] / G. A. Kopanakis // International Ropeway Review. - 2012. - № 1. - P. 46-49.

9. Kopanakis G. A. Oscillations in ropeways. Part 4 [Text] / G. A. Kopanakis // International Ropeway Review. - 2012. - № 3. - P. 63-66.

10. Kowal J. Static and dynamic analysis of the cableway [Text] / J. Kowal [etc.] // The Archive of Mechanical Engineering. – 2008. – Vol. LV. – № 4. – P. 357–368.

11. Knawa M. Effect of dynamic loads acting on carrying cable in operating ropeway [Text] / M. Knawa, D. Bryja // Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics. – 2008. – Vol. 8. – № 1. – P. 10297–10298.

Ракша, С. В. Аналіз спектра власних частот приводу підвісної канатної дороги [Текст] / С. В. Ракша, Ю. К. Горячев, О. С. Куроп'ятник // Сб. научн. тр. «Строительство. Материаловедение. Машиностроение». – 2012 – № 66. – С. 249–256.

13. Ракша, С. В. Анализ влияния подвижных масс подвесной канатной дороги на спектр собственных частот привода [Текст] / С. В. Ракша, Ю. К. Горячев, А. С. Куропятник // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. – 2013. – № 1 (30). – С. 110–116.

14. Савин, Г. Н. Динамика нити переменной длины [Текст] / Г. Н. Савин, О. А. Горошко. – К.: Изд-во АН УССР, 1962. – 332 с.

15. Степанов, А. Г. Динамика машин [Текст] / А. Г. Степанов. – Екатеринбург: УрОРАН, 1999. – 305 с.

16. Пановко, Я. Г. Введение в теорию механических колебаний [Текст]: / Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1980. – 272 с.