

УДК 630*. 377.2

Сологуб Б.В., к.т.н.; Данило Я.Я.; Предко Р.Я., к.т.н.
Національний університет „Львівська політехніка”

ОСОБЛИВОСТІ РОЗРАХУНКУ ГІРСЬКОЛИЖНИХ КАНАТНИХ ВИТЯГІВ

Анотація. Розглянуто роботу гірськолижного канатного витягу, як замкнутого тягово-несного канату з обмеженою кількістю вантажів. Визначені зусилля, що виникають у канаті в характерних точках витягу, при набіганні та збіганні з ведучого шківів при різних режимах роботи. Розроблена математична модель привода такої установки, виконаний аналіз отриманих залежностей та побудовані графіки зміни натягу і крутного моменту на валі двигуна в залежності від величини стрілки провисання канату.

Ключові слова: канатний витяг, опори, математична модель, динамічні навантаження, амплітудно-частотні характеристики.

Аннотация. Рассмотрена работа горнолыжного канатного подъемника, как замкнутого тягово-несущего каната с ограниченным количеством грузов. Определены усилия, возникающие в канате в характерных точках подъемника, при набеге и сбеге с ведущего шкива при различных режимах работы. Разработана математическая модель привода такой установки, выполнен анализ полученных зависимостей и построены графики изменения натяжения и крутящего момента на валу двигателя в зависимости от величины стрелки провисания каната.

Ключевые слова: канатный подъемник, опоры, математическая модель, динамические нагрузки, амплитудно-частотные характеристики.

Abstract. The functioning of a ski T-bar lift as a closed-loop towing-load bearing line of a limited weight capacity has been considered. The bolt tightening appearing at the specific points in the line, the incidence and shrinkage of a driving pulley in various modes have been determined. The mathematical model of the driving mechanism of the installation has been worked out; the analysis of the dependence has been done and the graphs of the tension changes and the turning torque on the motor shaft depending on the size of the arrow slack line have been built.

Keywords: rope lift, support, mathematical model, dynamic load, frequency response.

Вступ. Крісельні канатні дороги та канатні витяги широко використовуються для переміщення пасажирів вгору по схилу в

рекреаційних зонах та на лижних трасах [1, 2]. Основним елементом таких установок є замкнутий тягово-несний канат, на якому закріплюються спеціальні підвіски для крісел, або бугелів. Такий канат підтримується спеціальними роликowymi опорами і приводиться в рух блоком, який сприймає обертовий момент від приводу. Розрахункова схема такої установки приведена на рис. 1.

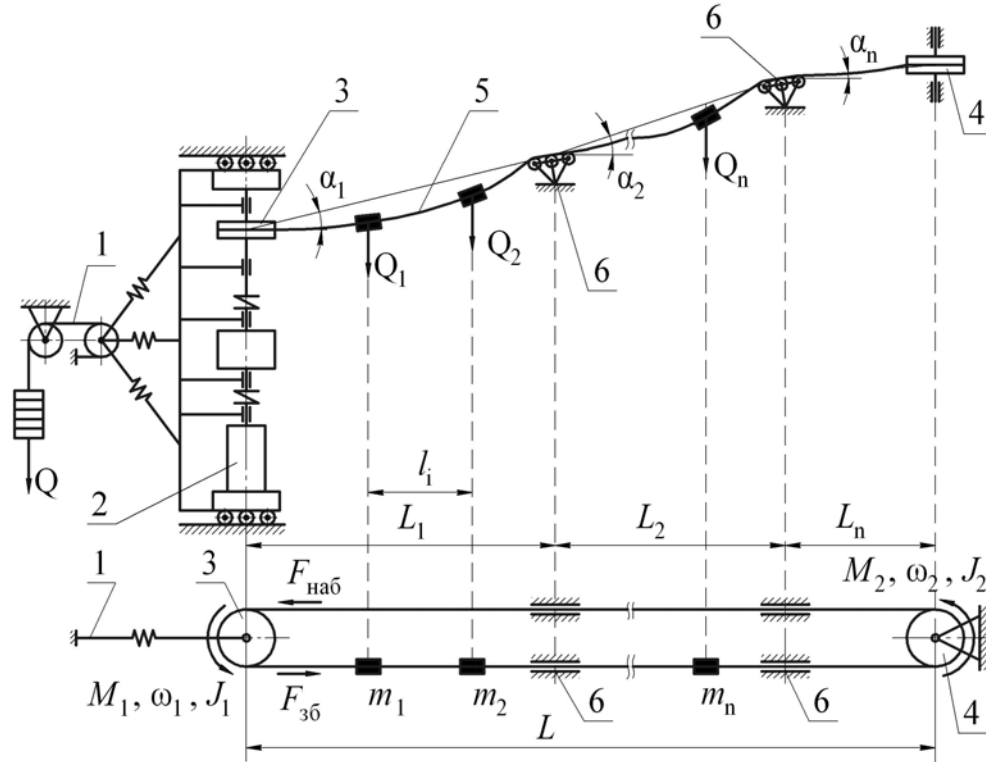


Рис. 1. Розрахункова схема канатного витягу:

1 – натяжна станція; 2 – привод; 3, 4 – відповідно приводний та направляючий блоки; 5 – тягово-несний канат, 6 – проміжні опори

Аналіз відомих досліджень та публікацій. На основі відомих методик можна розрахувати несний канат багатопробіжної установки, або тягово-несний завантажений одиничним вантажем [3, 4, 5]. Особливістю такої установки є те, що тягово-несний канат рухається з певною кількістю вантажів через ролики проміжних опор і направляючі блоки. Для визначення зусиль в тягово-несному канаті у відомих роботах [1, 2] дорогу розбивають на окремі частини, границями яких є проміжні опори, а ділянки канату між опорами вважають завантаженими рівномірно розподіленим навантаженням від ваги канату та вантажів. Зміна натягу в кожному відрізку канату визначається врахуванням величини опору рухові на роликах проміжної опори. Така модель не враховує перепадів провисань і

натягів канатів в точках підвіски вантажу, а особливо опору рухові при проходженні вантажами проміжних опор.

Мета роботи. З метою уточнення існуючих теоретичних досліджень і більш повного врахування динамічних навантажень запропонована модель багатопрогонної установки з вантажами прикладеними в певних точках тягово-несного канату. Це дозволяє врахувати особливості роботи канатних витягів.

Виклад основного матеріалу. В канатних витягах лижників транспортують вгору по трасі. Тому одна з віток канату є не завантаженою, а її натяг дорівнює монтажному натягу. Зусилля в характерних точках тягово-несного канату можна визначити користуючись методом „обходу за контуром” [7]. Граничними точками виступають місця кріплення вантажів, точки набігання та збігання канату на приводний і направляючий блоки, а також початок та кінець проміжних опор. Така розрахункова схема показана на рис. 2.

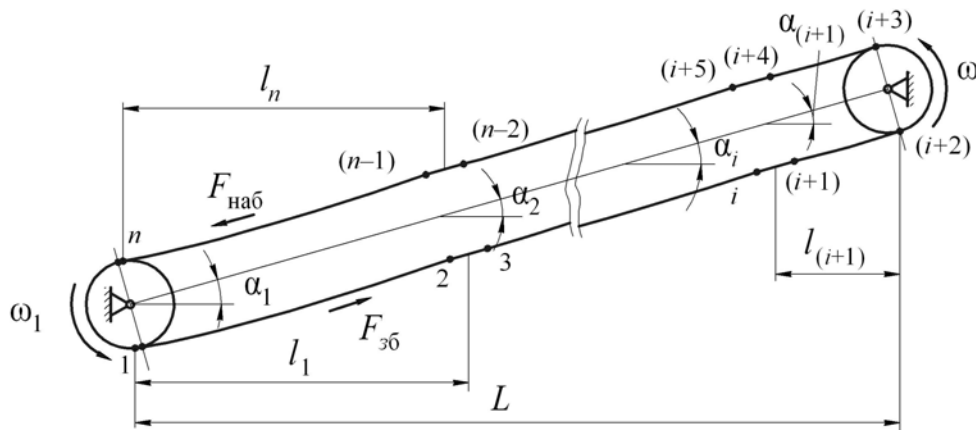


Рис. 2. Схема для визначення опору рухові замкнутого тягово-несного канату витягу

Рушійна сила витягу при відомих зусиллях у набігаючій на приводний шків і збігаючій з нього вітках тягово-несного канату визначається за формулою:

$$F_0 = F_{наб} - F_{зб} + W_{пр}. \quad (1)$$

F_0 – рушійна сила в тягово- несному канаті; $F_{наб}$ – натяг у набігаючій вітці; $F_{зб}$ – натяг у збігаючій вітці; $W_{пр}$ – опір на приводному блоці.

Для забезпечення надійного зчеплення каната із шківом необхідно задовільнити співвідношення:

$$\frac{T_{\min}(e^{\mu\alpha} - 1)}{(T_{\max} - T_{\min})} \geq 1,25, \quad (2)$$

де T_{\min} , T_{\max} – відповідно мінімальний та максимальний натяги канату з врахуванням інерційних зусиль [1]; e – основа натурального логарифму; μ – коефіцієнт тертя канату з шківом; α – центральний кут дуги охоплення канатом шківа.

Тобто, для силового режиму

$$\begin{aligned} T_{\min} &= F_{зб} - N_{iзб}; \\ F_{зб} &= T_{\min} + N_{iзб}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для гальмівного режиму

$$\begin{aligned} T_{\min} &= F_{наб} - N_{iнаб}; \\ F_{наб} &= T_{\min} + N_{iнаб}. \end{aligned} \quad (4)$$

де $N_{iзб}$; $N_{iнаб}$ – відповідно динамічні зусилля від сил інерції набігаючої та збігаючої віток канату.

Для силового режиму

$$\begin{aligned} T_{\max} &= F_{наб} + N_{iнаб}; \\ F_{наб} &= T_{\max} + N_{iнаб}. \end{aligned} \quad (5)$$

Для гальмівного режиму

$$\begin{aligned} T_{\max} &= F_{зб} + N_{iзб}; \\ F_{зб} &= T_{\max} + N_{iзб}. \end{aligned} \quad (6)$$

Мінімальний натяг канату вибирається з умови забезпечення допустимої стрілки провисання, яка повинна задовольняти співвідношенню [1]:

$$f_{\max} = 0,01l_{\max}, \quad (7)$$

де f_{\max} – максимальна стрілка провисання канату; l_{\max} – довжина максимального прогону витягу.

Тоді

$$T_{\min} = \frac{ql_{\max}^2}{8f \cos^2 \alpha} + \frac{\sum_{i=1}^n Q_i l_{\max}}{4f \cos \alpha}. \quad (8)$$

Враховуючи залежність (7), мінімальний натяг канату можна визначити за формулою:

$$T_{\min} = \frac{1,25}{\cos^2 \alpha} \left(ql_{\max} + \sum_{i=1}^n Q_i \cos \alpha \right), \quad (9)$$

де q – вага погонного метра канату; Q_i – вага вантажу, що передається на канат; n – кількість вантажів в прогоні; α – кут нахилу хорди прогону до горизонту.

Мінімальний натяг канату буде в точці збігання канату з ведучого шківів. Тобто, якщо привод розташований біля нижньої опори, це буде точка 1, якщо біля верхньої – точка $i + 3$ (рис. 2). Якщо привод знаходиться біля нижньої опори тоді:

$$\begin{aligned} F_1 &= T_{\min}; \\ F_2 &= T_{\min} + W_{1-2}; \\ F_3 &= F_2 + W_{2-3}; \\ F_{наб} &= T_{\min} + \sum_{i=1}^m W_i. \end{aligned} \tag{10}$$

де W_{1-2} – опір рухові вітки канату з вантажем; W_{2-3} – опір рухові при проходженні канатом проміжної опори; m – кількість ділянок витягу, що характеризується певними опорами рухові канату. Вказані опори рухові можна визначити із наступних залежностей, [1]:

$$W_{1-2} = W_{\kappa} = (nQ + ql) \cdot (f_1 \cos \alpha \pm \sin \alpha), \tag{11}$$

де n – число вантажів в межах одного прогону; f_1 – коефіцієнт опору рухові канату; α – кут нахилу хорди прогону до горизонту.

$$W_{2-3} = W_{on} = (2\mu \frac{d_u}{D} \sin \frac{\beta}{2} + 0,1 \frac{d_{\kappa}^2 + 0,3}{D - 10}) T_{cp}, \tag{12}$$

де d_u – діаметр цапфи; D – діаметр блока опори; d_{κ} – діаметр канату; μ – коефіцієнт тертя в цапфах та окремих блоках; β – кут огинання канатом блоку опори; T_{cp} – середній натяг канату, ($T_{cp} = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2}$).

Опір канату на приводному блоці можна визначити, враховуючи жорсткість зігнутого канату [5], а також зусилля на подолання опору, що виникає при крученні блоку на якому запасований натягнутий канат. Тоді формула для визначення W_{np} прийме наступний вид:

$$\begin{aligned} W_{np} &= \gamma(G_{uu} + T_{\max} - T_{\min}) f_2 \frac{d_e}{D_{uu}} + (T_{\max} + T_{\min}) \times \\ &\times f_2 \frac{d_e}{D_{uu}} + \frac{2B_{\kappa}}{\pi D_{uu} d_{\kappa}} = f_2 \frac{d_e}{D_{uu}} (\gamma G_{uu} + \gamma(T_{\max} - T_{\min}) + \\ &+ T_{\max} + T_{\min}) + \frac{2B_{\kappa}}{\pi D_{uu} d_{\kappa}}. \end{aligned} \tag{13}$$

де f_2 – коефіцієнт тертя в опорах ведучого блоку; d_e – діаметр ведучого шківів в місцях посадки підшипників; D_{uu} – діаметр шківів; γ

– коефіцієнт, що враховує підгальмовування на гальмі приводу, [7]; $G_{ш}$ – вага шківа; d_k – діаметр канату; B_k – згинальна жорсткість канату [4].

Динамічні зусилля від сил інерції для набігаючої та збігаючої віток визначаються при запуску та гальмуванні витягу.

Для вантажної вітки

$$N_{i_{ван}} = \frac{a}{g} \left[\sum_{i=1}^n (Q_i + ql_i) + \sum_{k=1}^m \frac{G_k D_k^2}{D^2} \right];$$

$$N_{i_{нор}} = \frac{a}{g} \left[\left(\sum_{i=1}^n ql_i \right) + \sum_{k=1}^m \frac{G_k D_k^2}{D^2} \right].$$
(14)

де a – максимально допустиме пришвидшення, або сповільнення при зупинці витягу; g – пришвидшення вільного падіння; Q_i – вага вантажів; q – вага погонного метра канату; l_i – довжина окремих ділянок канату; G_k, D_k – вага та діаметр обертових елементів (шківів, роликів) зведених до їх ободу; D – діаметр обертових елементів; n – число ділянок канату між вантажами; m – число обертових елементів витягів.

При розміщенні приводу біля нижньої опори: $N_{i_{ван}} = N_{i_{зб}}$, а при розміщенні приводу біля верхньої опори – $N_{i_{ван}} = N_{i_{наб}}$.

Для дослідження роботи приводу та вибору потужності двигуна необхідно розглянути рівняння руху його елементів. Привод можна представити як тримасову систему, що містить двигун, редуктор та канатоведучий шків [3]. При перевантаженні канатоведучого шківа, або двигуна тримасова система отримує защемлення. Тоді на таку систему діє момент двигуна M_1 та момент сил опору M_2 , що створюється тягово-несним канатом і прикладений до ведучого шківа. В такому випадку рівняння руху елементів приводу приймуть наступний вид:

$$I_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + C_1(\varphi_1 - \varphi_2) = 0;$$

$$I_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} + C_1(\varphi_1 - \varphi_2) - C_2(\varphi_2 - \varphi_3) = M_1; \quad (15)$$

$$I_3 \frac{d^2 \varphi_3}{dt^2} - C_2(\varphi_2 - \varphi_3) = -M_2.$$

де I_1, I_2, I_3 – відповідно моменти інерції двигуна, редуктора та ведучого шківа зведені до валу двигуна; C_1, C_2 – жорсткості

відповідних елементів з'єднання; $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ – кути повороту окремих мас; M_1 – момент на валі двигуна; M_2 – момент опору, що діє на веденому шківі.

Для розв'язування системи рівнянь (15) моменти інерції мас та силові моменти зведемо до валу двигуна і введемо відповідні позначення:

$$\begin{aligned} \varphi_1 - \varphi_2 &= x; \varphi_2 - \varphi_3 = y; \\ \frac{C_1}{I_1 I_2} (I_1 + I_2) &= a; \\ \frac{C_2}{I_2 I_3} (I_2 + I_3) &= b; \\ \frac{C_2}{I_1} = C; \frac{C_1}{I_1} &= d; \frac{M_1}{I_1} - \frac{M_2}{I_2} = Q; \frac{M_1}{I_1} = R. \end{aligned} \quad (16)$$

Тоді систему (15) можна записати в наступному виді:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} + ax - Cy - Q &= 0; \\ \frac{d^2 y}{dt^2} + by - dx - R &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

Диференціюючи отримані рівняння двічі отримаємо відповідні рівняння для визначення параметрів x та y .

$$\frac{d^4 x}{dt^4} + (a + b) \frac{d^2 x}{dt^2} + (ab - Cd)x = bQ + CR + \frac{d^2 Q}{dt^2}; \quad (18)$$

$$\frac{d^4 y}{dt^4} + (a + b) \frac{d^2 y}{dt^2} + (ab - Cd)y = aR + Qd + \frac{d^2 R}{dt^2}. \quad (19)$$

Відповідне однорідне рівняння буде мати вигляд:

$$\frac{d^4 x}{dt^4} + (a + b) \frac{d^2 x}{dt^2} + (ab - Cd)x = 0. \quad (20)$$

Загальний розв'язок однорідного рівняння запишемо в наступному виді:

$$x = A \cos kt + B \sin kt + C \cos qt + D \sin qt. \quad (21)$$

Аналогічно для коливань, які визначаються різницею $(\varphi_2 - \varphi_3)$, отримаємо:

$$y = A_1 \cos kt + B_1 \sin kt + C_1 \cos qt + D_1 \sin qt. \quad (22)$$

Частковий розв'язок має вигляд:

$$\begin{aligned} x' &= C_0 + C_1 \cos at + C_2 \cos 2at + \dots \\ &+ D_1 \sin at + P_2 \sin 2at + \dots \end{aligned} \quad (23)$$

Підставивши значення x' в рівняння (18) визначимо коефіцієнти рівняння (23):

$$C_0 = \frac{A_0}{ab + Cd}; C_1 = \frac{A_1}{a^4 - (a+b)\alpha^2 + ab - Cd}; \quad (24)$$

$$D_2 = \frac{B_2}{(2\alpha)^4 - (a+b)(2\alpha)^2 + ab - Cd}.$$

Доданки однорідних рівнянь (21) і (22) характеризують вільні коливання системи, які швидко затухають. Коефіцієнт $\frac{A_0}{ab + Cd}$ характеризує середні значення кута закручування, а значення C_1 і D_2 характеризують ряд вимушених гармонійних коливань. При відомих значеннях коефіцієнтів рівнянь (21, 22, 23) легко знайти амплітуди коливань.

Момент сил пружності і лінії передач можна знайти з залежності, [5]:

$$M = M_n(1 - \cos pt), \quad (25)$$

де

$$M_n = \frac{I_3 M_1 + (I_1 + I_2) M_2}{I_1 + I_2 + I_3}. \quad (26)$$

Пусковий або гальмівний момент M_1 можна визначити з диференційного рівняння, [3]:

$$\frac{dM_1}{dt} + \frac{1}{\partial\tau} M_1 + \frac{1}{\mathfrak{g}\omega_0\partial\tau} \dot{\phi}_1 = \frac{1}{\mathfrak{g}\partial\tau}, \quad (27)$$

де M_1 – обертовий момент двигуна; $\partial\tau$ – складова часу, що враховує перехідні процеси в двигуні; \mathfrak{g} – коефіцієнт крутизни статичної характеристики двигуна; ω_0 – кутова швидкість ідеального холостого ходу.

Момент опору залежить від зміни натягу тягово-несного канату і визначається за формулою:

$$M_2 = \frac{F_0 D_{\text{бл}}}{2}, \quad (28)$$

де F_0 – рушійна сила в тягово-несному канаті, за формулою (1); $D_{\text{бл}}$ – діаметр ведучого блоку.

Висновок. На основі наведених залежностей (1...28) можна визначити натяг в характерних точках канату витягу при різних режимах експлуатації, оцінити зміну динамічних навантажень при перехідних режимах роботи, визначити амплітудно-частотні характеристики приводу канатного витягу і обґрунтувати його основні

параметри, які забезпечать оптимальні умови роботи і унеможливають виникнення резонансу при роботі витягу.

Для прикладу наведено аналіз роботи приводу канатного витягу (рис. 3) для наступних даних: довжина витягу – $L = 1000$ м; кількість

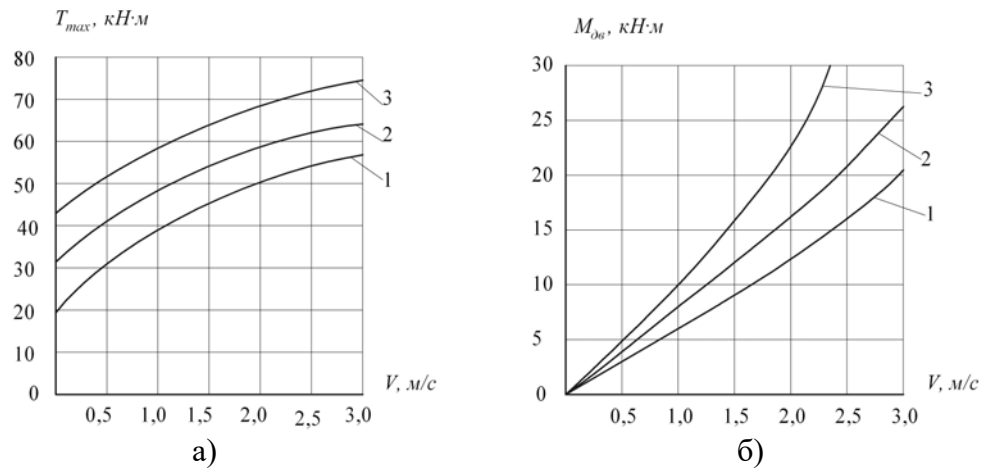


Рис. 3. Графіки залежності силових параметрів витягу від експлуатаційних та геометричних параметрів: а) $T_{\max} = f(V)$;

б) $M_{\text{дв}} = f(V)$: 1 – при $\frac{f}{l} = \frac{1}{10}$; 2 – при $\frac{f}{l} = \frac{1}{20}$; 3 – при $\frac{f}{l} = \frac{1}{30}$

прогонів $m = 3$, відповідно $l_1 = 350$ м; $l_2 = 350$ м; $l_3 = 300$ м; $\alpha_1 = 20^\circ$; $\alpha_2 = 30^\circ$; $\alpha_3 = 30^\circ$; момент інерції двигуна $I_1 = 13$ кг·м²; момент інерції передачі $I_2 = 8$ кг·м²; момент інерції шківа $I_3 = 15$ кг·м²; діаметр шківа $D = 2,0$ м, інші параметри прийнято за рекомендаціями наведеними в роботах [1,3,4].

Розв’язання наведених рівнянь та відповідні математичні розрахунки виконано за допомогою пакета прикладних програм „MATHEMATICA FOR WINDOWS 22”.

Із графіків видно, що із збільшенням швидкості руху канату значно зростає натяг канату, а отже і необхідний діаметр, що приводить до збільшення металоємності установки. Зменшення стрілки провисання канату також приводить до збільшення $M_{\text{дв}}$, а отже і потужності приводу. За даними T_{\max} та $M_{\text{дв}}$ можна вибрати канат та електродвигун необхідні для оснащення витягу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Берхман М. Б., Бовський Г. И., Куйбида Г. Г., Леонтьев Ю. С. Подвесные канатные дороги. – М.: Машиностроение, 1984. – 264 с.
2. Дукельский А. И. Подвесные канатные дороги и кабельные краны. Изд. 4-е, перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1966. – 484 с.
3. Мартинців М. П., Сологуб Б.В., Матїшин М. В. Динаміка та надійність підвісних канатних систем. – Львів. Видавництво Львівської політехніки, 2011. – 188 с.
4. Мартинців М. П., Адамовський М. Г., Баріляк В. В., Сологуб Б. В. Особливості розрахунку систем із рухомим тягово-несучим канатом. // Науковий вісник. Збірник науково-технічних праць. Вип.. 19.8. – Львів: НЛТУ України, 2009. – с. 146 – 152.
5. Мартинців М. П. Розрахунок основних елементів підвісних канатних лісотransпортних установок. – К.: Ясмина, 1996. – 175 с.
6. Энтин Г. Я. Распределение усилий в гибких растяжимых нитях, охватывающих абсолютно жесткие шкивы // Функциональный привод гибкого тягового органа. – М.: Машгиз, 1963. – 86 с.
7. Иванченко Ф. К. Конструкция и расчет подъемно-транспортных машин. – К.: Вища школа, 1988. – 424 с.