

УДК 621.873

Ромасевич Ю.О., д.т.н.; Ловейкін В.С., д.т.н.

Національний університет біоресурсів і природокористування України

## СИНТЕЗ КВАЗІОПТИМАЛЬНОГО ЗА ШВИДКОДІЄЮ КЕРУВАННЯ РУХОМ ВАНТАЖОПІДЙОМНОГО КРАНА. ЧАСТИНА 2

**Анотація.** Виконано модифікацію квазіоптимального за швидкодією керування рухом вантажопідйомним краном з вантажем на гнучкому підвісі. Визначення моментів зміни функції керування зведено до задачі нелінійного програмування, яка розв'язана за допомогою методу рою частинок. Досліджено вплив плавності зміни модифікованого квазіоптимального керування на небажані кінематичні та динамічні показники руху крана із вантажем на гнучкому підвісі.

**Ключові слова:** динамічні навантаження, модифікація, швидкодія, прольотний кран.

**Аннотация.** Выполнена модификация квазиоптимального по быстрдействию управления движением грузоподъемного крана с грузом на гибком подвесе. Определение моментов изменения функции управления сведено к задаче нелинейного программирования, которая решена с помощью метода роя частиц. Исследовано влияние плавности изменения модифицированного квазиоптимального управления на нежелательные кинематические и динамические показатели движения крана с грузом на гибком подвесе.

**Ключевые слова:** динамические нагрузки, модификация, быстрдействие, пролетный кран.

**Abstrakt.** Wir machten eine Änderung quasioptimal auf Geschwindigkeit Motion-Control-Kran mit einer Last auf einer flexiblen Aufhängung. Momente des Change Management wird zu einem nicht-linearen Programmierproblem reduziert, die durch das Verfahren der Partikelschwarm gelöst. Die Wirkung der glatten Änderung des modifizierten quasi-optimalen Steuerung unerwünschte kinematische und dynamische Leistung der Kranbewegungen mit der Last auf der flexiblen Aufhängung.

**Stichwort:** dynamische Belastung, Änderung, Leistung, Kranspanne.

### Постановка проблеми.

При експлуатації багатьох кранів (наприклад, портових перевантажувачів) важливим показником їх ефективної роботи є продуктивність. Тому доцільно їх режими руху вибирати із вимоги

оптимальної швидкодії. Як відомо [1], задача оптимальної швидкодії для лінійних систем має розв'язок, що характеризується релейною функцією. Практична реалізація таких результатів вимагає миттєвої зміни знака керування, у випадку керування вантажопідйомним краном – зусилля або прискорення. Через електромагнітну інерційність приводів «чиста» реалізація такого керування неможлива. Крім того, при оптимальному за швидкістю керуванні рухом вантажопідйомним краном у його елементах (металоконтрукції, валах, передачах, муфтах тощо) виникають значні динамічні навантаження, а приводний механізм працює в надзвичайно напруженому режимі.

#### **Аналіз останніх досліджень та публікацій.**

Для уникнення проблем, які виникають при розв'язуванні задач оптимальної швидкодії, виконують синтез квазіоптимального керування. Тут можна виділити два підходи: перший дозволяє наближено знайти гіперповерхню перемикання керування (релейність функції керування зберігається, а моменти перемикання керування визначаються лише наближено) [2-6]; другий – визначає модифікацію форми функції керування (наприклад, перехід від релейної функції до неперервної) [7, 8]. Зазначимо, що другий підхід визначається практичними умовами реалізації керування та умовами зменшення небажаних показників при його дії.

#### **Постановка мети і задач дослідження.**

Метою дослідження є зниження динамічних зусиль у елементах крана за рахунок модифікації квазіоптимального за швидкістю керування рухом крана з вантажем на гнучкому підвісі. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі: 1) модифікувати квазіоптимальне за швидкістю керування рухом крана з вантажем на гнучкому підвісі, для досягнення властивості непервної диференційованості у часі; 2) дослідити динаміку руху крана з вантажем на гнучкому підвісі при реалізації модифікованого квазіоптимального за швидкістю керування.

#### **Виклад основного матеріалу.**

Як і в першій частині дослідження спочатку розглянемо двомасову динамічну модель крана з вантажем на гнучкому підвісі, яка зображена на рис. 1.

Рух приведених мас системи, яка зображена на рис. 1, описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \ddot{x}_2 = F - W \operatorname{sign} \dot{x}_1; \\ \ddot{x}_2 + \frac{g}{l} (x_2 - x_1) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

де  $m_1$  – приведена до поступального руху маса крана і його приводу;  $m_2$  – маса вантажу;  $x_1, x_2$  – координати центрів мас відповідно крана і вантажу;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $l$  – довжина гнучкого

підвісу,  $F$  – тягове або гальмівне зусилля, що діє на кран;  $W$  – приведена сила опору переміщенню крана.

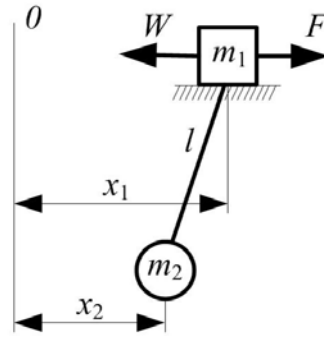


Рисунок 1 – Динамічна двомасова модель системи "кран-вантаж"

Будемо вважати, що при переміщенні крана протягом розгону (гальмування) швидкість крана не змінює свій знак, тобто  $sign\dot{x}_l = l$ .

Модифікація квазіоптимального за швидкодією керування, яке було знайдено у першій частині дослідження, полягає у неперевній диференційованості функції-керування. Таким чином, можемо записати вираз, який описує модифіковане квазіоптимальне за швидкодією керування рухом крана із вантажем на гнучкому підвісі:

$$\tilde{F}_{\text{quasi-opt}} = \begin{cases} -\Delta t^{-3} F_{\text{max}} t^2 (-2t + 3\Delta t), & 0 \leq t < \Delta t; \\ F_{\text{max}}, & \Delta t \leq t < t_1 - \Delta t; \\ F_{\text{min}} + \Delta t^{-3} 2(F_{\text{max}} - F_{\text{min}})(t - t_1)^3 + \\ + \Delta t^{-2} 3(F_{\text{max}} - F_{\text{min}})(t - t_1)^2, & t_1 - \Delta t \leq t < t_1; \\ F_{\text{min}}, & t_1 \leq t < t_1 + t_2; \\ \Delta t^{-3} (-2(F_{\text{max}} - F_{\text{min}})(t - t_1 - t_2)^3 + \\ + 3(F_{\text{max}} - F_{\text{min}})(-t + t_1 + t_2)^2 \Delta t + \\ + F_{\text{min}} \Delta t^3), & t_1 + t_2 \leq t < t_1 + t_2 + \Delta t; \\ F_{\text{max}}, & t_1 + t_2 + \Delta t \leq t < t_1 + t_2 + t_3 - \Delta t; \\ \Delta t^{-3} F_{\text{max}} (-t + t_1 + t_2 + t_3)^3 (2t - 2(t_1 + \\ + t_2 + t_3)^2 + 3\Delta t), & t_1 + t_2 + t_3 - \Delta t \leq t < t_1 + t_2 + t_3, \end{cases} \quad (2)$$

де  $t_1, t_2, t_3$  – тривалість відповідно першого, другого і третього етапів розгону крана при оптимальному керуванні;  $\Delta t$  – тривалість переходів від максимального значення  $F_{\text{max}}$  до мінімального, яка може змінюватись в залежності від вимог до плавності зміни керування: при збільшенні  $\Delta t$  збільшується плавність функції  $\tilde{F}_{\text{quasi-opt}}$ ;  $F_{\text{max}}$  та  $F_{\text{min}}$  – максимальне та мінімальне значення приводного зусилля, яке визначається перевантажувальною здатністю електроприводу та

характеристиками силового частотного перетворювача, що виступає у ролі джерела його живлення.

Вкажемо деякі математичні властивості функції (2), які впливають на динаміку руху системи. Бажаними властивостями функції (2) є те, що вона доставляє абсолютні мінімуми декільком інтегральним та термінальним критеріям:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{t_1+t_2+t_3} (\ddot{F}_{\text{quasi-opt}})^2 dt = \text{abs min} = 0; \\ \int_{\Delta t}^{t_1-\Delta t} (\ddot{F}_{\text{quasi-opt}})^2 dt + \int_{t_1}^{t_1+t_2} (\ddot{F}_{\text{quasi-opt}})^2 dt + \int_{t_1+t_2+\Delta t}^{t_1+t_2+t_3-\Delta t} (\ddot{F}_{\text{quasi-opt}})^2 dt = \text{abs min} = 0; \\ \ddot{F}_{\text{quasi-opt}}(0) = \ddot{F}_{\text{quasi-opt}}(\Delta t) = \ddot{F}_{\text{quasi-opt}}(t_1 - \Delta t) = \ddot{F}_{\text{quasi-opt}}(t_1) = \\ = \ddot{F}_{\text{quasi-opt}}(t_1 + t_2) = \ddot{F}_{\text{quasi-opt}}(t_1 + t_2 + \Delta t) = \ddot{F}_{\text{quasi-opt}}(t_1 + t_2 + t_3 - \Delta t) = \\ = \ddot{F}_{\text{quasi-opt}}(t_1 + t_2 + t_3) = \text{abs min} = 0. \end{array} \right. \quad (3)$$

Наведені вирази (3) свідчать про плавну зміну зусиль при реалізації модифікованого квазіоптимального керування рухом крана з вантажем на гнучкому підвісі, що зменшує динамічні навантаження в елементах крана.

Модифікація квазіоптимального керування полягає у тому, що стрибкоподібні ділянки цієї функції замінюються перервно-диференційованими.

Як і для квазіоптимального керування, яке знайдено у першій частині дослідження, однією з головних вимог, які ставляться до цієї функції є усунення коливань вантажу на гнучкому підвісі, що вимагає розв'язування наступної задачі нелінійного програмування:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^3 t_i \rightarrow \text{min}; \\ t_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3; \\ \dot{x}_1(t_1 + t_2 + t_3) = v_{\text{ном}}; \\ \ddot{x}_2(t_1 + t_2 + t_3) = \ddot{x}_2(t_1 + t_2 + t_3) = 0, \end{array} \right. \quad (4)$$

де  $v_{\text{ном}}$  – номінальна швидкість руху крана з вантажем в кінці розгону. Швидкість, прискорення та ривок вантажу у момент часу  $t_1+t_2+t_3$  знаходяться шляхом інтегрування системи диференціальних рівнянь (1), яке необхідно виконати сім разів (за кількістю кусків функції (2)). При цьому початкові умови руху системи для першого етапу прийняті нульовими. Для наступних етапів вони визначаються як кінцеві умови попередніх етапів руху системи.

Задачу (4) можна звести до знаходження глобального мінімуму наступної функції у просторі аргументів  $t_1, t_2$  та  $t_3$ :

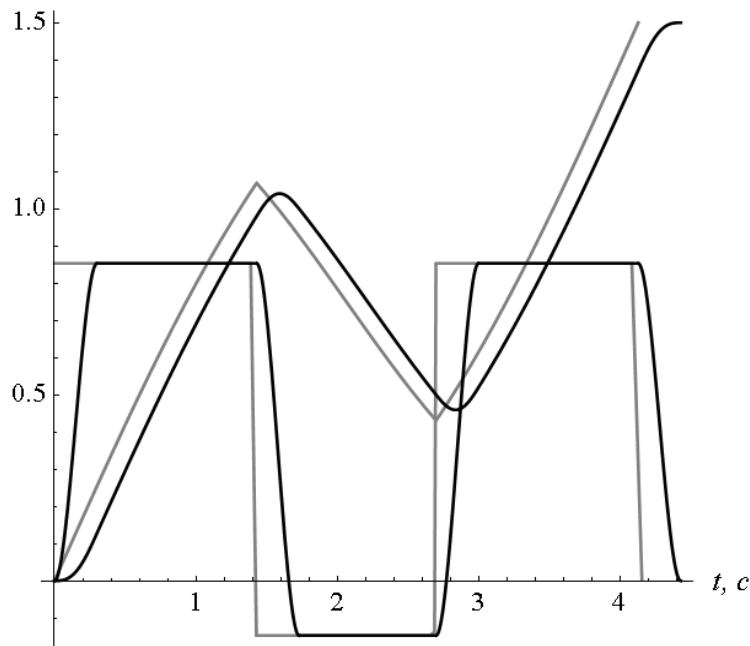
$$\sum_{i=1}^3 t_i^2 + (\dot{x}_1(t_1+t_2+t_3) - v_{ном})^2 + \ddot{x}^2(t_1+t_2+t_3) + \ddot{x}_2^2(t_1+t_2+t_3) \rightarrow \min. \quad (5)$$

При цьому можна використати метод рою часточок [9], оскільки він дозволяє знайти глобальний екстремум функції.

Для ілюстрації отриманого закону руху крана із вантажем на гнучкому підвісі наведемо графіки (рис. 2), які побудовані при наступних параметрах:  $m_1=100000$  кг;  $m_2=50000$  кг;  $l=12$  м;  $v_{ном}=1,5$  м/с;  $W=14700$  Н;  $F_{max}=100000$  Н,  $\Delta t=0,3$ . На рис. 2 графіки сірого кольору відповідають відомому квазіоптимальному за швидкодією керуванню, а чорного – модифікованому квазіоптимальному керуванню рухом крана (2). Динамічна складова рушійного зусилля, що діє на кран, на рис. 2 показана у одиницях від  $F_{max}$ .

З рис. 2 видно, що рушійне зусилля приводу та швидкість руху крана змінюються плавно, що не викликає значних динамічних зусиль у елементах крана. Амплітуда коливань вантажу для обох керувань практично однакова. Графік потужності приводного механізму (рис. 2, в) показує, що при модифікованому квазіоптимальному керуванні вона змінюється плавно, а на другому етапі розгону крана двигун вимкнений. Це дозволяє зменшити енергетичні втрати у приводі та "пом'якшує" умови експлуатації силових частотних перетворювачів, які керують роботою приводу механізму переміщення крана.

$F$ , відн.од.;  $\dot{x}_1$ , м/с



а)

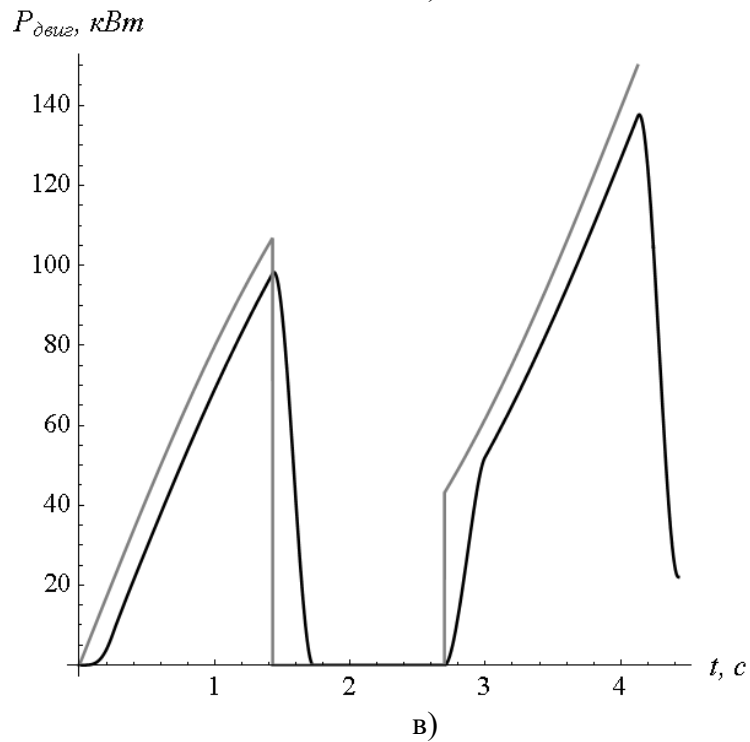
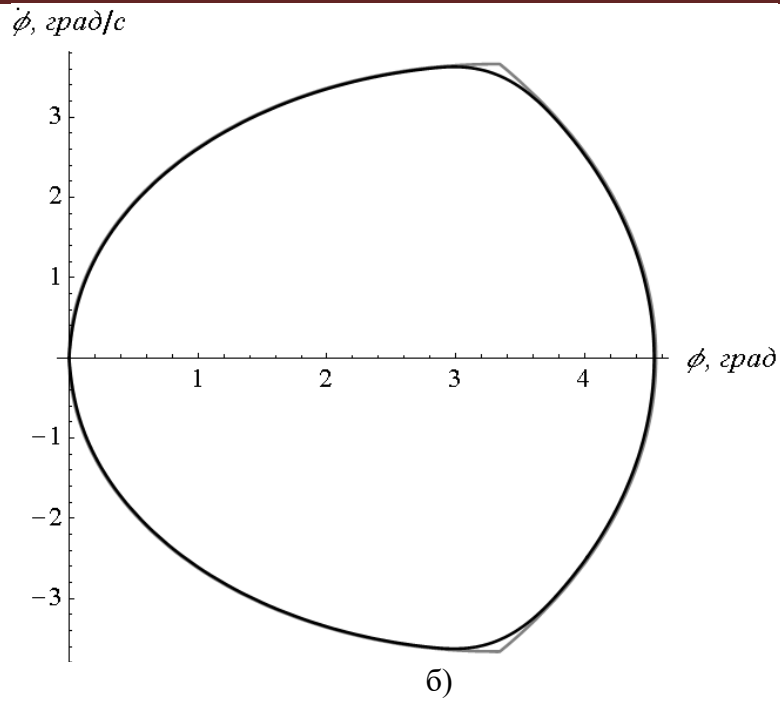


Рисунок 2 – Графіки руху системи при квазіоптимальному та модифікованому квазіоптимальному керуванні: а) швидкість та динамічна складова рушійного зусилля, що діє на кран; б) фазовий портрет коливань вантажу на гнучкому підвісі; в) потужність приводного двигуна

Для подальших досліджень перейдемо до складнішої тримасової динамічної системи крана із вантажем на гнучкому підвісі, яка дозволяє оцінити динамічну навантаженість кранової металоконструкції (рис. 3).

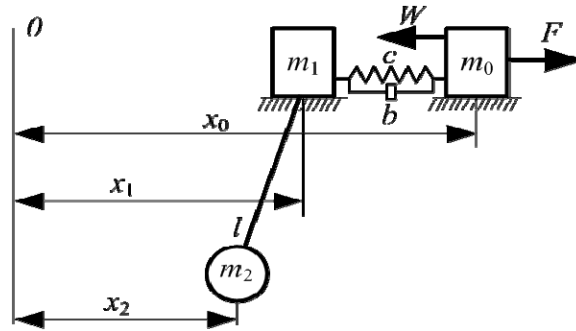


Рисунок 3 – Динамічна тримасова модель системи "кран-вантаж"

На рис. 3 введені наступні позначення:  $c$  – зведене значення пружності кранових балок в поперечному напрямку;  $b$  – зведене значення коефіцієнта дисипації кранових балок в поперечному напрямку;  $m_0$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  – зведені до поступального руху маси крана, кранового візка і вантажу відповідно;  $x_0$ ,  $x_1$ ,  $x_2$  – узагальнені координати відповідних мас. Інші позначення аналогічні прийнятим на рис. 1. Рух динамічної моделі, яка зображена на рис. 3, описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m_0 \ddot{x}_0 + c(x_0 - x_1) + b(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) = F - W \operatorname{sign} \dot{x}_0; \\ m_1 \ddot{x}_1 + m_2 \frac{g}{l}(x_1 - x_2) = c(x_0 - x_1) + b(\dot{x}_0 - \dot{x}_1); \\ \ddot{x}_2 + \frac{g}{l}(x_2 - x_1) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Перевагою модифікованого квазіоптимального керування є плавність зміни керування у часі. Очевидно, що вказана властивість залежить від величини  $\Delta t$ , яка, в свою чергу, визначає динаміку руху системи. Для встановлення залежності основних кінематичних та динамічних показників від величини  $\Delta t$  було проведено дослідження, результати якого показані у вигляді графіків (рис. 4). На рис. 4 лінія чорного кольору показує величини, які відносяться до оптимального за швидкодією керування, а сірого – до квазіоптимального, яке було знайдено у першій частині дослідження. На рис. 4 максимальне зусилля у мостових балках та середньоінтегральне значення зусилля у мостових балках показані в долях від  $F_{max}$ . З рис. 4 випливає, що зі збільшенням плавності розгону крана тривалість перехідного процесу збільшується практично за лінійною залежністю. Аналіз даних, які

наведені на рис. 4 б та в показує значне зниження динамічних навантажень у кранових балках.

Насамкінець зазначимо, що виникнення пікових максимальних зусиль у кранових баках визначається не лише плавністю зміни керування, а і фазою їх коливань в моменти зміни знака керування.

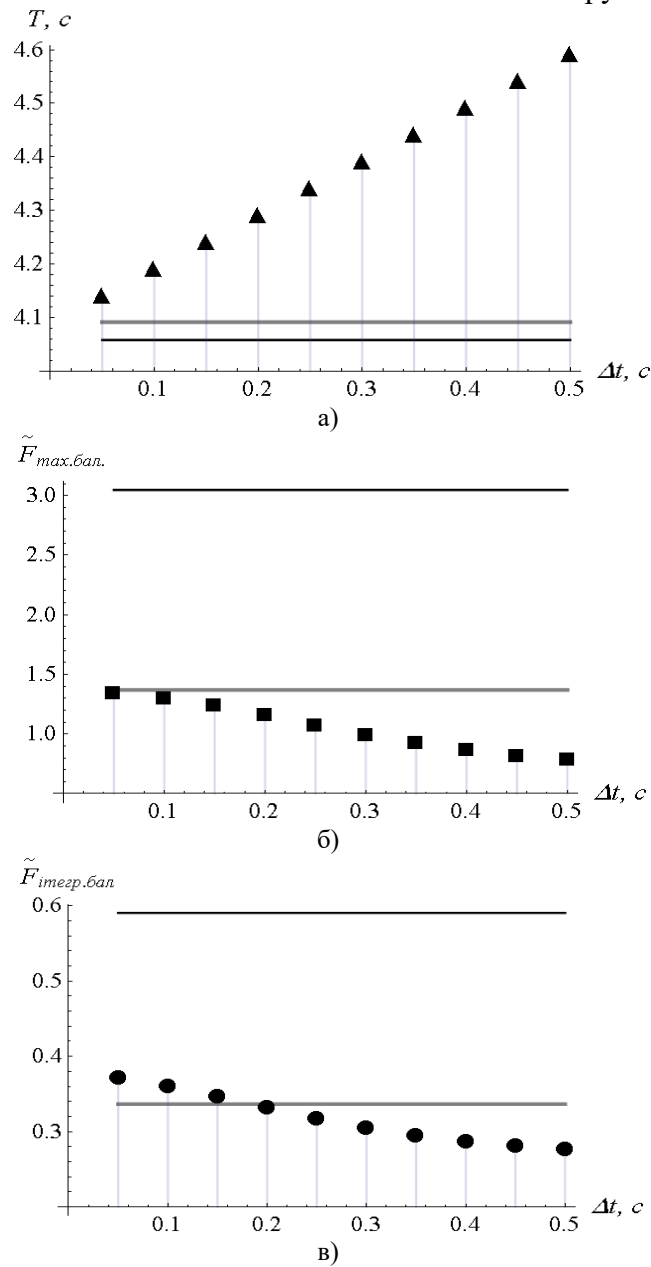


Рисунок 4 – Графіки залежності кінематичних показників руху системи від величини  $\Delta t$ : а) тривалість перехідного режиму руху крана  $T$ ; б) максимальне зусилля у мостових балках; в) середньоінтегральне значення зусилля у мостових балках



**Висновки.** Отримані у другій частині дослідження результати доцільно застосовувати для механізмів переміщення кранів до яких пред'являються вимоги значної швидкодії і електроприводи яких керуються частотними перетворювачами. Застосування модифікованого квазіоптимального керування рухом крана із вантажем на гнучкому підвісі дозволяє у 3,81-2,19 разів зменшити небажані динамічні зусилля у кранових балках та усунути коливання навантажу у момент виходу крана на усталену швидкість або у момент його зупинки.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1969. – 384 с.
2. Ловчаков В.И. Синтез квазиоптимальных по быстродействию систем управления высокого порядка / В.И. Ловчаков, А.М. Сапожников // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2012. – Вып. 2. – С. 136-147.
3. Вохрышев В.Е. Синтез оптимального и субоптимального по быстродействию управления динамическими объектами методом диверсификации экстремумов фазовых координат / В.Е. Вохрышев // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2005. – №1 – Том 7. – С. 149-154.
4. Павлов А.А. Синтез релейных систем, оптимальных по быстродействию. Метод фазового пространства / А.А. Павлов. – М.: Наука, 1966. – 392 с.
5. Замятин Д.В. Синтез оптимальных по быстродействию систем высокого порядка / Д.В. Замятин, А.Н. Ловчиков // Вестник СибГАУ. – № 2(48.) – 2013. – С. 24-28.
6. Нейдорф Р.А. Эффективная аппроксимация кусочных функций в задачах квазиоптимального по быстродействию управления / Р.А. Нейдорф // Сб. трудов междунар. науч. конф. "Математические методы в технике и технологиях ММТТ-2000". 2000. – Т. 2. – С.18-22.
7. Найденко Е.В. Управление асинхронным электроприводом механизма поворота с подвешенным грузом: 05.09.03 / Найденко Елена Валерьевна. – О., 2009. – 149 с.
8. Ключев В.И. Ограничение динамических нагрузок электропривода / В.И. Ключев. – М.: Энергия, 1971. – 320 с.
9. Kennedy J. Particle swarm optimization / J. Kennedy, R.C. Eberhart // Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks. – 1995. – P. 1942–1948.