

УДК 621.867.3

Ловейкін В.С., д.т.н., Ловейкін А.В., к.ф.-м.н., Ткачук Л.Б., асп.  
Національний університет біоресурсів і природокористування України

## ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМУ ПУСКУ КОВШОВОГО ЕЛЕВАТОРА ЗА КРИТЕРІЄМ СЕРЕДНЬОКВАДРАТИЧНОГО ЗУСИЛЛЯ В ТЯГОВОМУ ОРГАНІ ПРИ ЗБІГАННІ З НАТЯЖНОГО БАРАБАНА

**Анотація.** Побудовано динамічну модель режиму руху ковшового елеватора. На основі побудованої динамічної моделі створено математичну модель для оптимізації режиму руху зернового елеватора. Розроблено методіку оптимізації за критерієм середньоквадратичного значення зусилля в тяговому органі. Методіка проілюстрована на прикладі використання в якості критерію оптимізації середньоквадратичного зусилля в тяговому органі. За допомогою розробленої математичної моделі отримані залежності кінематичних характеристик ланок з врахуванням оптимального режиму руху, на основі яких розраховано показники середньоквадратичних та максимальних значень кінематичних і силових характеристик приводного механізму та тягового органу.

**Ключові слова:** ковшовий елеватор, оптимізація, режим руху, критерій, середньоквадратичне зусилля, тяговий орган, натяжний барабан, привідний барабан, привідний механізм.

**Аннотация.** Построено динамическую модель режима движения ковшового элеватора. На основе построенной динамической модели создана математическая модель для оптимизации режима движения зернового элеватора. Разработана методика оптимизации по критерию среднеквадратического значения усилия в тяговом органе. Методика проиллюстрирована на примере использования в качестве критерия оптимизации среднеквадратического усилия в тяговом органе. С помощью разработанной математической модели получены зависимости кинематических характеристик звеньев с учетом оптимального режима движения, на основе которых рассчитаны показатели среднеквадратических и максимальных значений кинематических и силовых характеристик приводного механизма и тягового органа.

**Ключевые слова:** ковшовой элеватор, оптимизация, режим движения, критерий, среднеквадратическое усилие, тяговый орган, натяжной барабан, приводной барабан, приводной механизм.

**Abstract.** The dynamic model motion mode of bucket elevator was constructed. Based constructed a dynamic model created a mathematical

*model to optimize the mode of movement of the grain elevator. The technique of optimization to criterion mean efforts of traction body. The method is illustrated by the example of use as criterion optimization efforts mean traction body. Using the developed mathematical model dependences kinematic characteristics of units with regard to the optimal mode of movement on which the calculated mean-performance and maximum values of kinematic and power characteristics of the traction drive mechanism and authority.*

**Keywords:** *bucket elevator, optimization mode motion, criterion, mean efforts, traction body, tension drum, drum drive, the drive mechanism.*

**Постановка проблеми.** Підвищення ефективності зернових елеваторів є одним з головних напрямків покращення технологічного процесу обробки та транспортування зерна.

В процесі роботи зернового елеватора на ділянках перехідних процесів (пуск, гальмування, стопоріння або перехід з однієї швидкості на іншу) в елементах приводного механізму, тягового органу та несучих конструкцій виникають коливання [1], що призводить до підвищення в них динамічних навантажень. Це сприяє накопиченню втомних напружень в конструкції елеватора і, як наслідок, передчасному його руйнуванню, ускладнює технологічний процес перевантаження зернових матеріалів (осипання та пошкодження зерна) та негативно впливає на безпечну експлуатацію елеватора в цілому.

Вирішення цієї проблеми можливе шляхом оптимізації режимів руху зернового елеватора на ділянках перехідних процесів, що дозволить мінімізувати коливання елементів конструкції, приводного механізму та тягового органу.

**Аналіз останніх досліджень.** Для оптимізації режимів руху піднімально-транспортних і, зокрема, транспортуючих машин використовуються методи динамічного програмування [2], принципу максимуму [3] та варіаційного числення [4,5]. Серед цих методів найбільше поширення отримали методи варіаційного числення [5], які забезпечують плавну зміну як кінематичних характеристик ланок машин, так і рушійних сил. Однак при оптимізації режимів руху транспортуючих машин важливе значення має вибір критерію їхньої оцінки [6]. В роботі [7] проведено оптимізацію режимів пуску ковшового елеватора за кінематичними критеріями, які не завжди відображають динамічні процеси, що мають місце при роботі конвеєрів. Для зернових елеваторів основним елементом є тяговий орган (стрічка), тому для оптимізації режимів їхнього руху доцільно використовувати критерії, які відображають навантаження, що виникають в тяговому органі.

**Мета досліджень** полягає в мінімізації навантажень в тяговому органі зернового елеватора за рахунок оптимізації його режиму руху на ділянках перехідних процесів.

**Виклад основного матеріалу.** Для оптимізації режиму руху ковшового елеватора побудуємо його динамічну модель. При цьому вважаємо, що всі елементи елеватора є абсолютно тверді тіла, окрім тягового органу (стрічки) та передавального механізму приводу. Усі інерційні маси приводу приводимо до вісі повороту приводного барабана. До цієї ж вісі приводимо жорсткість основних пружних елементів приводу. Вважаємо, що ковзання між стрічкою і приводним та натяжним барабанами відсутнє. Таке припущення забезпечується необхідним попереднім натягом стрічки  $F_0$  та достатнім зчепленням приводного та натяжного барабанів зі стрічкою. Маси ковшів та стрічки замінюємо однією масою, сконцентрованою в їхньому центрі мас як на робочій, так і неробочій гілках елеватора. Жорсткості стрічки на робочій і неробочій гілках конвеєра вважаємо однаковими. Нехтуємо поперечними коливаннями ковшів та стрічки, оскільки вони є незначними в порівнянні з основними переміщеннями.

В динамічній моделі ковшового елеватора замкнений ланцюговий контур стрічки з ковшами та барабанами представлений у вигляді розімкненого ланцюгового контуру. Умовний розріз стрічки здійснено в точці збігання стрічки з приводного барабана. При цьому прийнято, що натяг у цій точці стрічки дорівнює попередньому натягу стрічки натяжним пристроєм із зусиллям  $F_0$ . Таке припущення є загальноприйнятим і використовується багатьма авторами при дослідженні стрічкових та ланцюгових конвеєрів [8-10].

В результаті прийнятих припущень ковшовий елеватор вважаємо голономною механічною системою з п'ятьма ступенями вільності, яка представлена у вигляді динамічної моделі (рис.1).

За узагальнені координати в цій моделі прийняті кутові координати приводного механізму, зведеного до осі приводного барабана  $\varphi_0$ , приводного  $\varphi_1$  і натяжного  $\varphi_2$  барабанів та лінійні повздовжні координати центрів мас робочої  $x_1$  та неробочої  $x$  гілок ковшового елеватора.

Крім того, на рис.1 прийняті такі позначення:  $J_0$ ,  $J_1$ ,  $J_2$  – моменти інерції відносно власних осей обертання відповідно приводного механізму, зведеного до осі повороту приводного барабана, приводного та натяжного барабанів;  $m_1$ ,  $m$ , – сумарні маси відповідно робочої та неробочої гілок елеватора;  $c$  – коефіцієнт жорсткості половини довжини стрічки на робочій (неробочій) гілці конвеєра,  $c_0$  – коефіцієнт жорсткості пружних елементів приводного механізму, зведений до осі повороту приводного барабана;  $M_0$  – рушійний момент на валу електродвигуна, зведений до осі повороту приводного барабана;  $M_2$  – момент опору від завантаження ковшів,

зведений до вісі повороту натяжного барабана;  $r$  – радіус приводного і натяжного барабанів, який приймається однаковим.

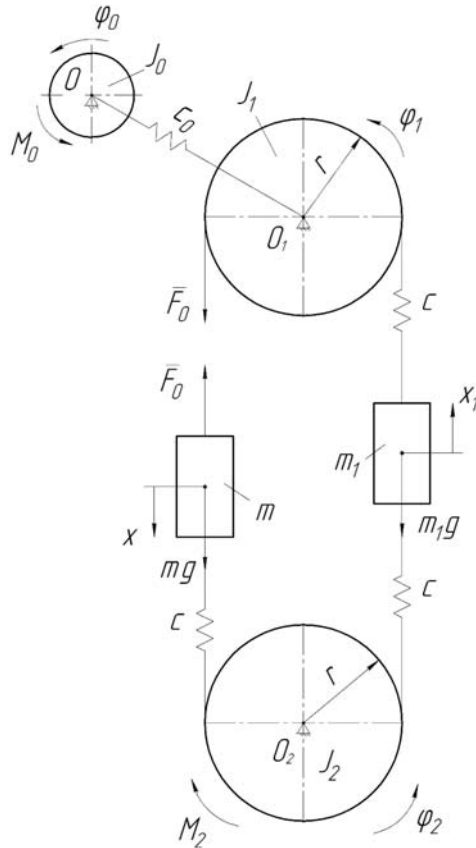


Рисунок 1 – Динамічна модель зернового елеватора

Для складання диференціальних рівнянь руху ковшового елеватора, представленого у вигляді п'ятимасової динамічної моделі (рис.1), використаємо рівняння Лагранжа другого роду, які мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_0} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_0} &= Q_{\varphi_0}; \\
 \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} &= Q_{\varphi_1}; \\
 \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} &= Q_{\varphi_2}; \\
 \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} - \frac{\partial T}{\partial x_1} &= Q_{x_1}; \\
 \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial T}{\partial x} &= Q_x,
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

де  $t$  – час;  $T$  – кінетична енергія механічної системи зернового елеватора, представлена у вигляді динамічної моделі (рис.1);  $Q_{\varphi_0}$ ,  $Q_{\varphi_1}$ ,  $Q_{\varphi_2}$ ,  $Q_{x_1}$ ,  $Q_x$  – узагальнені сили, що відповідають узагальненим координатам динамічної моделі відповідно  $\varphi_0$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $x_1$ ,  $x$ .

Визначимо кінетичну енергію ковшового елеватора

$$T = \frac{1}{2} (J_0 \dot{\varphi}_0^2 + J_1 \dot{\varphi}_1^2 + J_2 \dot{\varphi}_2^2 + m_1 \dot{x}_1^2 + m \dot{x}^2) \quad (2)$$

Взявши відповідні похідні від виразу (2), які відповідають рівнянню (1), будемо мати:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \varphi_0} = \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = \frac{\partial T}{\partial \varphi_2} = \frac{\partial T}{\partial x_1} = \frac{\partial T}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_0} = J_0 \dot{\varphi}_0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} = J_1 \dot{\varphi}_1; \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = J_2 \dot{\varphi}_2; \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = m_1 \dot{x}_1; \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m \dot{x}; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_0} = J_0 \ddot{\varphi}_0; \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} = J_1 \ddot{\varphi}_1; \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_2} = J_2 \ddot{\varphi}_2; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} = m_1 \ddot{x}_1; \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m \ddot{x}. \end{aligned} \quad (3)$$

Узагальнені сили визначено з умови рівності робіт усіх діючих сил на елеватор та узагальнених сил на можливих переміщеннях:

$$\begin{cases} Q_{\varphi_0} = M_0 - c_0(\varphi_0 - \varphi_1); \\ Q_{\varphi_1} = c_0(\varphi_0 - \varphi_1) - cr(\varphi_1 r - x_1) + F_0 r; \\ Q_{\varphi_2} = cr(x_1 - \varphi_2 r) - cr(\varphi_2 r - x) - M_2; \\ Q_{x_1} = c(\varphi_1 r - x_1) - c(x_1 - \varphi_2 r) - m_1 g; \\ Q_x = c(\varphi_2 r - x) + mg - F_0, \end{cases} \quad (4)$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння.

Після підстановки залежностей (3) і (4) в рівняння (1) отримаємо систему диференціальних рівнянь, які описують динаміку руху зернового елеватора, представленого у вигляді динамічної моделі (рис.1):

$$\begin{cases} J_0 \ddot{\varphi}_0 = M_0 - c_0(\varphi_0 - \varphi_1); \\ J_1 \ddot{\varphi}_1 = c_0(\varphi_0 - \varphi_1) - cr(\varphi_1 r - x_1) + F_0 r; \\ m_1 \ddot{x}_1 = c(\varphi_1 r - x_1) - c(x_1 - \varphi_2 r) - m_1 g; \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 = cr(x_1 - \varphi_2 r) - cr(\varphi_2 r - x) - M_2; \\ m \ddot{x} = c(\varphi_2 r - x) + mg - F_0. \end{cases} \quad (5)$$

Розглянемо процес оптимізації режиму руху зернового елеватора за критерієм середньоквадратичного значення зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана.

Зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана може бути визначене з передостаннього рівняння системи (5)

$$R_3 = c(x_1 - \varphi_2 r) = [J_2 \ddot{\varphi}_2 + cr(\varphi_2 r - x) + M_2] / r = J_2 \ddot{\varphi}_2 / r + m\ddot{x} - mg + F_0 + M_2 / r. \quad (6)$$

З останнього рівняння системи (5) виразимо кутову координату натяжного барабана через лінійну координату та прискорення центра мас неробочої гілки елеватора

$$\varphi_2 = \left[ x + \frac{m}{c}(\ddot{x} - g) + \frac{F_0}{c} \right] / r. \quad (7)$$

Взявши похідні за часом від виразу (7), знайдемо кутову швидкість та прискорення натяжного барабана:

$$\dot{\varphi}_2 = \left( \dot{x} + \frac{m}{c} \ddot{x} \right) / r; \quad (8)$$

$$\ddot{\varphi}_2 = \left( \ddot{x} + \frac{m}{c} \overset{IV}{x} \right) / r. \quad (9)$$

Підставивши вираз (9) в залежність (6), отримаємо

$$R_3 = \frac{J_2}{r^2} \left( \ddot{x} + \frac{m}{c} \overset{IV}{x} \right) + m\ddot{x} - mg + F_0 + M_2 / r = \frac{mJ_2}{cr^2} \overset{IV}{x} + \left( m + \frac{J_2}{r^2} \right) \ddot{x} - mg + F_0 + M_2 / r. \quad (10)$$

Середньоквадратичне значення зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана визначається у вигляді інтегрального функціонала

$$R_{зск} = \left[ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} R_3^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

де  $t$  – час;  $t_1$  – тривалість перехідного процесу (пуску, гальмування, зміни швидкості, реверсування).

Після підстановки виразу (10) в критерій (11) будемо мати

$$R_{зск} = \left\{ \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} \left[ \frac{mJ_2}{cr^2} \overset{IV}{x} + \left( m + \frac{J_2}{r^2} \right) \ddot{x} - mg + F_0 + M_2 / r \right]^2 dt \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (12)$$

Підінтегральний вираз функціонала (12) має вигляд

$$f = \left[ \frac{mJ_2}{cr^2} \overset{IV}{x} + \left( m + \frac{J_2}{r^2} \right) \ddot{x} - mg + F_0 + M_2 / r \right]^2. \quad (13)$$

Умовою мінімуму критерію (12) є рівняння Ейлера-Пуассона

$$\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f}{\partial \dot{x}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial f}{\partial \ddot{x}} - \frac{d^3}{dt^3} \frac{\partial f}{\partial \overset{IV}{x}} + \frac{d^4}{dt^4} \frac{\partial f}{\partial \overset{IV}{x}} = 0. \quad (14)$$

Диференціюючи вираз (13) відповідно до складових (14), маємо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} &= 0; \quad \frac{\partial f}{\partial \dot{x}} = 0; \quad \frac{\partial f}{\partial \ddot{x}} = 0; \\ \frac{\partial f}{\partial \ddot{x}} &= 2 \left( m + \frac{J_2}{r^2} \right) \left[ \frac{mJ_2}{cr^2} x + \left( m + \frac{J_2}{r^2} \right) \ddot{x} - mg + F_0 + M_2 / r \right]; \\ \frac{\partial f}{\partial x} &= 2 \frac{mJ_2}{cr^2} \left[ \frac{mJ_2}{cr^2} x + \left( m + \frac{J_2}{r^2} \right) \ddot{x} - mg + F_0 + M_2 / r \right]; \\ \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial f}{\partial \ddot{x}} &= 2 \left( m + \frac{J_2}{r^2} \right) \left[ \frac{mJ_2}{cr^2} x + \left( m + \frac{J_2}{r^2} \right) \ddot{x} \right]; \\ \frac{\partial f}{\partial x} &= 2 \frac{mJ_2}{cr^2} \left[ \frac{mJ_2}{cr^2} x + \left( m + \frac{J_2}{r^2} \right) \ddot{x} \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Після підстановки складових (15) в рівняння (14) отримаємо

$$\left( \frac{mJ_2}{cr^2} \right)^2 x + 2 \frac{mJ_2}{cr^2} \left( m + \frac{J_2}{r^2} \right) \ddot{x} + \left( m + \frac{J_2}{r^2} \right) \ddot{x} = 0. \quad (16)$$

Розділивши всі члени рівняння (16) на коефіцієнт біля найстаршої похідної і зробивши заміну

$$k = \sqrt{\frac{m + J_2/r^2}{mJ_2}} cr^2, \quad (17)$$

отримаємо

$$x + 2k^2 \ddot{x} + k^4 \ddot{x} = 0. \quad (18)$$

Рівняння (18) з урахуванням залежності (17) являє собою однорідне диференціальне рівняння восьмого порядку з постійними коефіцієнтами. Для його розв'язку складемо характеристичне рівняння

$$r^8 + 2k^2 r^6 + k^4 r^4 = 0,$$

яке представимо у такому вигляді

$$r^4 (r^4 + 2k^2 r^2 + k^4) = 0. \quad (19)$$

Розв'язок рівняння (19) дає:

$$r^4 = 0; \quad (20)$$

$$r^4 + 2k^2 r^2 + k^4 = 0. \quad (21)$$

З рівняння (20) отримуємо чотири корені

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0, \quad (22)$$

а рівняння (21) являє собою бікватратне рівняння, в якому після заміни  $p = r^2$  маємо

$$p^2 + 2k^2 p + k^4 = 0. \quad (23)$$

Розв'язок рівняння (23) дає

$$p_{1,2} = -k^2 \pm \sqrt{k^4 - k^4} = -k^2;$$

$$p_1 = p_2 = -k^2.$$

Тоді

$$r_{5,6} = \sqrt{p_1} = \sqrt{-k^2} = \pm k_i;$$

$$r_{7,8} = \sqrt{p_2} = \sqrt{-k^2} = \pm k_i. \tag{24}$$

Тоді загальний розв’язок рівняння (18), виходячи з коренів (22) та (24) характеристичного рівняння (19), має вигляд:

$$x = B_1 + B_2 t + B_3 t^2 + B_4 t^3 + (B_5 + B_6 t) \sin kt + (B_7 + B_8 t) \cos kt;$$

$$\dot{x} = B_2 + 2B_3 t + 3B_4 t^2 + (B_6 - B_7 k - B_8 kt) \sin kt + (B_8 + B_5 k + B_6 kt) \cos kt;$$

$$\ddot{x} = 2B_3 + 6B_4 t - (2B_8 + B_5 k + B_6 kt) k \sin kt + (2B_6 - B_7 k - B_8 kt) k \cos kt;$$

$$\ddot{\ddot{x}} = 6B_4 - (3B_6 - B_7 k - B_8 kt) k^2 \sin kt - (3B_8 + B_5 k + B_6 kt) k^2 \cos kt;$$

$$x^{IV} = (4B_8 + B_5 k + B_6 kt) k^3 \sin kt - (4B_6 - B_7 k - B_8 kt) k^3 \cos kt, \tag{25}$$

де  $B_1, B_2, \dots, B_8$  – постійні інтегрування, які знаходяться з крайових умов руху

$$t = 0 : x = \dot{x} = \ddot{x} = \ddot{\ddot{x}} = 0;$$

$$t = t_1 : \dot{x} = v_y, \ddot{\ddot{x}} = \ddot{\ddot{x}} = x^{IV} = 0. \tag{26}$$

Підставивши крайові умови (26) у вирази (25), отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення постійних  $B_i$  ( $i=1, 2, \dots, 8$ ):

$$\begin{cases} B_1 + B_7 = 0; \\ B_2 + B_8 + B_5 k = 0; \\ 2B_3 + 2B_6 k - B_7 k^2 = 0; \\ 6B_4 - 3B_8 k^2 - B_5 k^3 = 0; \\ B_2 + 2B_3 t_1 + 3B_4 t_1^2 + (B_6 - B_7 k - B_8 kt_1) \sin kt_1 + (B_8 + B_5 k + B_6 kt_1) \cos kt_1 = v_y; \\ 2B_3 + 6B_4 t_1 - (2B_8 + B_5 k + B_6 kt_1) k \sin kt_1 + (2B_6 - B_7 k - B_8 kt_1) k \cos kt_1 = 0; \\ 6B_4 - (3B_6 - B_7 k - B_8 kt_1) k^2 \sin kt_1 - (3B_8 + B_5 k + B_6 kt_1) k^2 \cos kt_1 = 0; \\ (4B_8 + B_5 k + B_6 kt_1) k^3 \sin kt_1 - (4B_6 - B_7 k - B_8 kt_1) k^3 \cos kt_1 = 0. \end{cases} \tag{27}$$

В результаті розв’язку системи рівнянь (27) знаходимо постійні інтегрування  $B_i$  ( $i=1, 2, \dots, 8$ ) і підставляємо в залежності (25), які являють собою оптимальний режим руху неробочої гілки елеватора.

Знаючи оптимальний режим руху неробочої гілки елеватора, за допомогою останнього рівняння системи (5) знаходимо при цьому режимі режим руху натяжного барабана:



$$\begin{aligned}\varphi_2 &= \frac{1}{r} \left[ x + \frac{m}{c} (\ddot{x} - g) + \frac{F_0}{c} \right]; \\ \dot{\varphi}_2 &= \frac{1}{r} \left( \dot{x} + \frac{m}{c} \ddot{x} \right); \\ \ddot{\varphi}_2 &= \frac{1}{r} \left( \ddot{x} + \frac{m}{c} \dot{x} \right).\end{aligned}\quad (28)$$

З передостаннього рівняння системи (5) знайдемо закон руху робочої гілки елеватора, який відповідає оптимальному режиму руху неробочої гілки:

$$\begin{aligned}x_1 &= 2\varphi_2 r - x + \frac{J_2}{cr} \ddot{\varphi}_2 + \frac{M_2}{cr}; \\ \dot{x}_1 &= 2\dot{\varphi}_2 r - \dot{x} + \frac{J_2}{cr} \ddot{\varphi}_2; \\ \ddot{x}_1 &= 2\ddot{\varphi}_2 r - \ddot{x} + \frac{J_2}{cr} \dot{\varphi}_2.\end{aligned}\quad (29)$$

З третього рівняння системи (5) знайдемо закон руху приводного барабана, який відповідає оптимальному режиму руху неробочої гілки елеватора:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{2x_1}{r} - \varphi_2 + \frac{m_1}{cr} (\ddot{x}_1 + g); \\ \dot{\varphi}_1 &= \frac{2\dot{x}_1}{r} - \dot{\varphi}_2 + \frac{m_1}{cr} \ddot{x}_1; \\ \ddot{\varphi}_1 &= \frac{2\ddot{x}_1}{r} - \ddot{\varphi}_2 + \frac{m_1}{cr} \dot{x}_1.\end{aligned}\quad (30)$$

З другого рівняння системи (5) визначимо закон руху ротора електродвигуна, зведений до приводного барабана, який відповідає оптимальному режиму руху неробочої гілки елеватора:

$$\begin{aligned}\varphi_0 &= \left( 1 + \frac{cr^2}{c_0} \right) \varphi_1 - \frac{cr}{c_0} x_1 + \frac{J_1}{c_0} \ddot{\varphi}_1 - \frac{F_0 r}{c_0}; \\ \dot{\varphi}_0 &= \left( 1 + \frac{cr^2}{c_0} \right) \dot{\varphi}_1 - \frac{cr}{c_0} \dot{x}_1 + \frac{J_1}{c_0} \ddot{\varphi}_1; \\ \ddot{\varphi}_0 &= \left( 1 + \frac{cr^2}{c_0} \right) \ddot{\varphi}_1 - \frac{cr}{c_0} \ddot{x}_1 + \frac{J_1}{c_0} \dot{\varphi}_1.\end{aligned}\quad (31)$$

При оптимальному режиму руху неробочої гілки елеватора з системи (5) знайдемо силові характеристики елеватора:

- рушійний момент на валу приводного двигуна, зведений до вісі повороту приводного барабана

$$M_0 = J_0 \ddot{\varphi}_0 + c_0 (\varphi_0 - \varphi_1); \quad (32)$$

- пружний момент в приводному механізмі, зведений до вісі повороту приводного барабана

$$M_{01} = c_0(\varphi_0 - \varphi_1); \tag{33}$$

- зусилля в тяговому органі при набіганні на приводний барабан

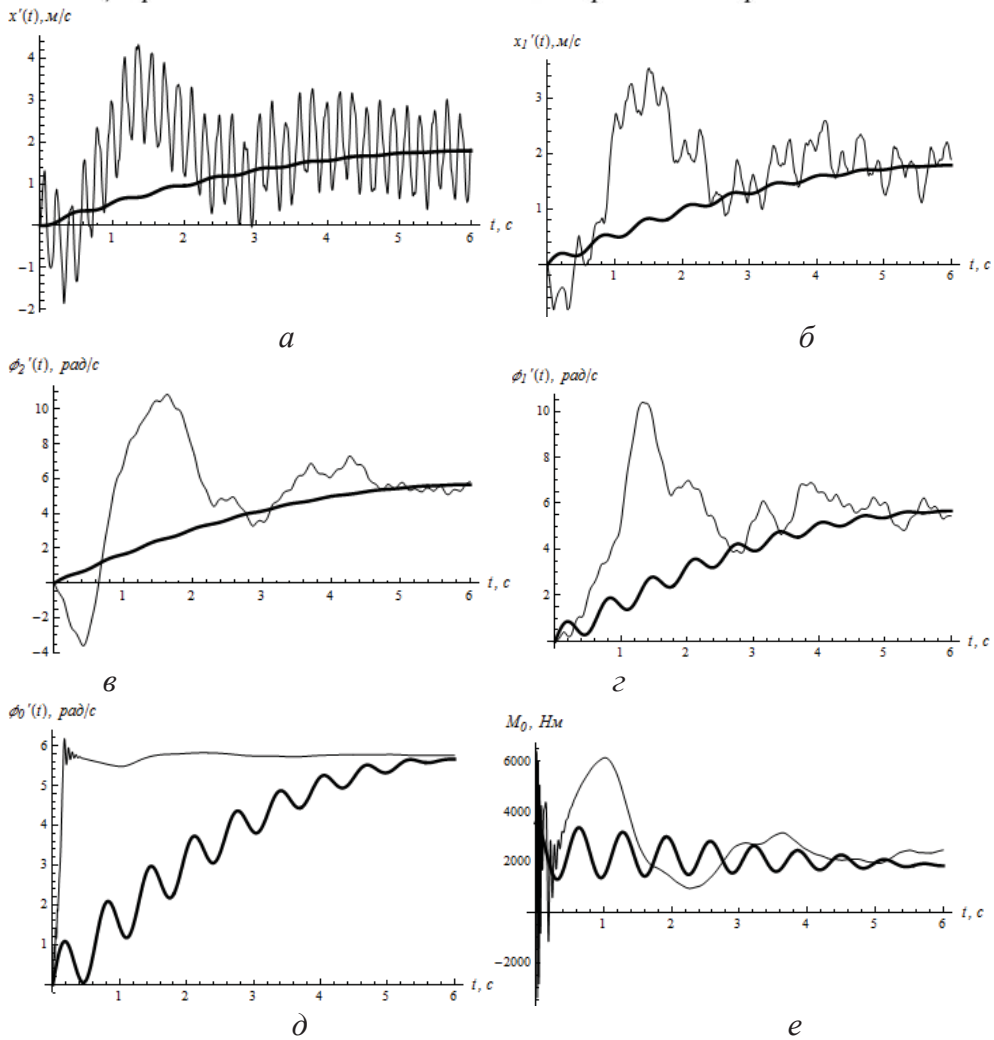
$$R_{набіг1} = c(\varphi_1 r - x_1); \tag{34}$$

- зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана

$$R_{збіг2} = c(x_1 - \varphi_2 r). \tag{35}$$

Для ковшового елеватора з параметрами:  $J_0=65 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ,  $J_1=78,4 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ,  $J_2=78,4 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ,  $R=0,315 \text{ м}$ ,  $c_0=2000 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$ ,  $c=330000 \text{ Н}/\text{м}$ ,  $n_1=32$ ,  $n_2=32$ ,  $m_в=9 \text{ кг}$ ,  $m_к=9 \text{ кг}$  в програмі *Mathematica 9.0* [11] визначені оптимальні режими руху неробочої гілки тягового органа та інших ланок для повних крайових умов, характеристики яких представлені у вигляді графіків на рис.2:

— оптимальний режим;  
— режим з динамічною характеристикою приводного електродвигуна елеватора, що представлений 32 масовими моделями на робочій та неробочій гілках



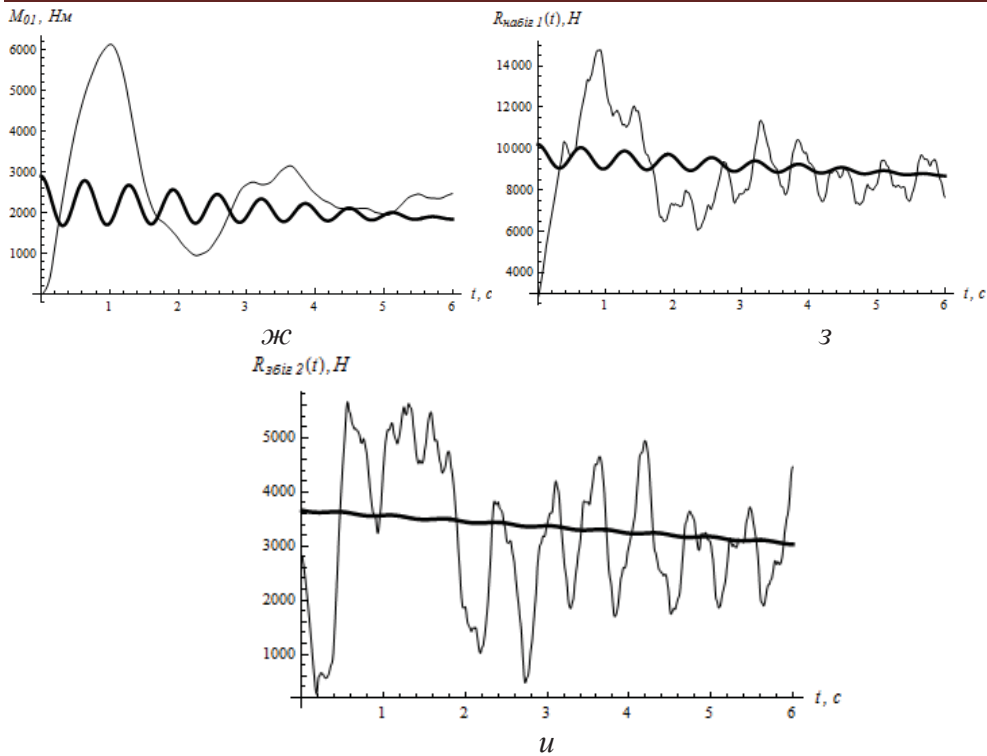


Рисунок 2 – Графічні залежності динаміки руху ковшового елеватора: *a*, *б* - зміна лінійних швидкостей мас, що знаходиться на середній частині робочої та холостої гілок відповідно; *в*, *г*, *д* – зміна кутових швидкостей відповідно натяжного і приводного барабанів та ротора приводного механізму; *e* – зміна рушійного моменту на валу приводного механізму; *ж* – зміна пружного моменту в приводному механізмі; *з* – зусилля в тяговому органі при набіганні на привідний барабан; *и* – зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана

З отриманих графічних залежностей видно, що під час пуску реального елеватора з 32-ма завантаженими ковшами, в його рухомих елементах виникають значні коливальні процеси. Величина цих коливань залежить від точності моделювання робочої і неробочої гілок конвеєра. Для спрощення оптимізації режиму руху за критерієм середньоквадратичного значення зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана, використано динамічну модель з однією масою на робочій та холостій гілках відповідно.

В програмі Mathematica 9.0 розраховано для оптимального режиму та реального елеватора з 32 масами на робочій та неробочій гілках середньоквадратичні та максимальні значення таких показників:

- кутові швидкості валу приводного механізму  $\dot{\phi}_0$ , приводного  $\dot{\phi}_1$ , та натяжного  $\dot{\phi}_2$  барабанів;

- лінійні швидкості зведених мас, що знаходяться в середній частині робочої  $\dot{x}_1$  та холостої  $\dot{x}$  гілок;
- рушійний момент на валу приводного механізму  $M_0$ ;
- пружний момент в приводному механізмі  $M_{01}$ ;
- зусилля в тяговому органі при набіганні на привідний барабан  $R_{набіг1}$  ;
- зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана  $R_{збіг2}$  .

В результаті проведених розрахунків отримано дані, які наведені в табл.1:

Таблиця 1 – Середньоквадратичні та максимальні значення

Показники	Середньоквадратичне значення		Максимальне значення	
	оптимальний режим	32 маси	оптимальний режим	32 маси
$\dot{x}$ , м/с	1.291	2.019	1.788	4.330
$\dot{x}_1$ , м/с	1.288	1.907	1.786	3.537
$\dot{\varphi}_2$ , рад/с	4.092	6.130	5.673	10.852
$\dot{\varphi}_1$ , рад/с	4.091	5.819	5.666	10.387
$\dot{\varphi}_0$ , рад/с	4.094	5.678	5.663	6.177
$M_0$ , Нм	2191	2991	3546	6481
$M_{01}$ , Нм	2093	2932	2906	6146
$R_{набіг1}$ , Н	9181	9221	10205	14777
$R_{збіг2}$ , Н	3359	3434	3658	5660

Аналізуючи результати табл.1 видно, що максимальні значення показників реального конвеєра з 32 ковшами на робочій та неробочій гілках практично вдвічі перевищують ці ж показники з оптимальним режимом руху. Максимальне значення рушійного моменту ковшового елеватора з 32-ма масами складає 6,5кН, що є в 1,8 раз більшим від максимального значення рушійного моменту елеватора з однією масою при оптимальному режимі. Також видно, що максимальні значення при оптимальному режимі практично не перевищують середньоквадратичних значень для реального елеватора. Різниця між оптимальним та реальним режимом руху ковшового зернового елеватора за середньоквадратичним значенням складає від 27% до 36%, а показники зусилля в тяговому органі при набіганні на привідний та збіганні з натяжного барабанів при реальному режимі лише на 1-2% є більшими від оптимального.

**Висновки.** Побудовано динамічну модель режиму руху ковшового елеватора у вигляді голономної механічної системи з п'ятьма ступенями вільності. На основі побудованої динамічної моделі створено математичну модель для оптимізації режиму руху зернового

елеватора за критерієм середньоквадратичного значення зусилля в тяговому органі при збіганні з натяжного барабана. За допомогою розробленої математичної моделі отримані залежності кінематичних характеристик ланок для конкретного елеватора з 32-ма завантаженими ковшами та ланок побудованої динамічної моделі з врахуванням оптимального режиму руху. Проаналізувавши результати таблиці 1, видно, що при оптимальному режимі руху ковшового елеватора максимальні та середньоквадратичні значення є значно меншими, в порівнянні з реальним режимом руху конвеєра на динамічній характеристиці приводного електродвигуна.

Також слід зазначити, що в проведені досліджень отриманий оптимальний режим руху при постійній силі опору зачерпування зерна. Доцільно було б розглянути вплив змінного опору зачерпування зерна, як це зроблено для скребкових конвеєрів в роботі [12].

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Ловейкін В.С. Аналіз руху ковшового елеватора з динамічною механічною характеристикою двигуна / В.С. Ловейкін, Л.Б. Ткачук // Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: техніка та енергетика АПК. – К., 2016. – Вип. 254 – С. 397-407.
2. Беллман Р. Динамическое программирование / Беллман Р. [под. ред. Воробьева Н.Н.] – М.: Издательство иностранной литературы, 1960. – 400 с.
3. Математическая теория оптимальных процессов / [Понтрягин Л.С., Болтнянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.]. – М.: Физматгиз, 1961. – 392 с.
4. Петров Ю.П. Вариационные методы теории оптимального управления / Петров Ю.П. – Л.: Энергия, 1977. – 280 с
5. Ловейкин В.С. Расчеты оптимальных режимов движения механизмов строительных машин / Ловейкин В. С. – К.: УМК ВО, 1990. – 168 с.
6. Ловейкін В.С. Динамічна оптимізація підйомних машин / В.С. Ловейкін, А.П. Нестеров. – Х.: ХНАДУ, 2002. – 291 с.
7. Ловейкін В.С. Динаміка режиму руху вертикального ківшового елеватора із завантаженою гілкою / В.С. Ловейкін, В.А. Бортун. – Підйомно-транспортна техніка. – 2011. – №1(37). – с. 67-78.
8. Кондрахин В.П. Моделирование пусковых режимов скребкового конвейера типа КСД // Кондрахин В.П., Борисенко В.Ф., Мельник А.А. и др. – Наукові праці Донецького національного технічного університету, вип. 13, Серія: гірничо-електромеханічна. – Донецьк: ДонНТУ. – 2008. – С. 132-140.

- 
9. Спиваковский А.О. Теория ленточных конвейеров / А.О. Спиваковский, В.Г. Дмитриев. – М., 1982. – 192 с.
  10. Хорольський І.М. Динаміка ланцюгових систем і замкнутих контурів машин неперервного транспорту / Хорольський І.М. – Л.: Вид-во держ. ун-ту «Лвівська політехніка», 1999. – 194 с.
  11. Введение в Wolfram Mathematica Л. Выговский. – [Электронный ресурс] – Режим доступа: URL: [http://www.exponenta.ru/educat/vygovskiy/vygovskiy.asp\\_\(01.02.16\)](http://www.exponenta.ru/educat/vygovskiy/vygovskiy.asp_(01.02.16)) – Назва з екрана.
  12. Ловейкін В.С. Дослідження динаміки пуску скребкового конвеєра зі змінним навантаженням в процесі пуску / В.С. Ловейкін, О.Ю. Костина // Motrol: International journal on operation of farm and agri-food industry machinery. – 2011. – Vol. 13B, №3. – s. 42-48.