

УДК 681.326.74.06

Човнюк Ю.В., к.т.н.^{1,2}; Диктерук М.Г., к.т.н.²;Комоцкая С.Ю., ассистент²¹ *Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины*² *Киевский Национальный университет строительства и архитектуры*

ПРИМЕНЕНИЕ ДИСКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ СУЩЕСТВЕННО-НЕЛИНЕЙНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ В АНАЛИЗЕ КОЛЕБАНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ВЫБОРЕ СЛАБИНЫ КАНАТА ГРУЗОПОДЪЕМНОГО КРАНА

***Анотація.** Запропонована модель із зосередженими параметрами (т.з. дискретна модель), яка описує коливання у суттєво-нелінійних механічних системах. Вказана модель адекватно описує виникаючі у вантажопідйомному механізмі крана коливні процеси, котрі супроводжують вибір слабину канату з закріпленням на ньому вантажем. Нелінійні властивості системи «електромеханічна система підйому вантажу – канат – вантаж» обумовлені наявністю на цьому етапі функціонування крану люфтів й зазорів у вантажопідйомному механізмі. Визначені основні кінематичні характеристики (амплітуда, період, частота) виникаючих коливань аналітичним способом.*

***Ключові слова:** дискретна модель, суттєво-нелінійна механічна система, аналіз, коливання, вибір слабину каната, вантажопідйомний кран.*

***Аннотация.** Предложена модель со сосредоточенными параметрами (т.н. дискретная модель), описывающая колебания в существенно нелинейных механических системах. Указанная модель адекватно описывает возникающие в грузоподъемном механизме крана колебательные процессы, которые сопровождают выбор слабину каната с закрепленным на нем грузом. Нелинейные свойства системы «электромеханическая система подъема груза – канат – груз» обусловлены наличием на этом этапе функционирования крана люфтов и зазоров в грузоподъемном механизме. Определены основные кинематические характеристики (амплитуда, период, частота) возникающих колебаний аналитическим способом.*

***Ключевые слова:** дискретная модель, существенно-нелинейная механическая система, анализ, колебания, выбор слабину каната, грузоподъемный кран.*

Annotation. *A model with lumped parameters (so-called discrete model), which describes variations in the essentially non-linear mechanical systems, is discussed. The model adequately describes the arising lifting mechanisms vibrational processes that accompany slack of the rope with a load attached to it. Non-linear properties of the system “electromechanical system’s lifting - rope – cargo” ocupresence at the stage of the operation of the crane backlash and clearances in the hoisting mechanism. The main kinemacal characteristics (amplitude, period, frequency) of the appearing vibrations are determined by the analytical way.*

Key words: *discrete model, essentially nonlinear mechanical system, analysis, vibrations, slack rope crane.*

Постановка проблемы.

Известно, что мостовой кран является ведущей машиной по перемещению грузов (заготовок и деталей) между технологическими операциями, т.е. непосредственно участвует в изготовлении продукции.

Динамические нагрузки и разнообразные раскачивания удлиняют и одновременно снижают качество выполнения операций, что значительно увеличивает длительность всего производственного процесса (цикла производства продукции). Как правило, на одну производственную технологическую операцию приходится до 8...10 операций по перемещению.

По мнению авторов данного исследования, решение таких проблем лежит в плоскости повышения степени автоматизации электромеханической системы крана (ЭМС) и требует более глубокого исследования (аналитическим/численным способом) движения грузоподъемного механизма на всех этапах транспортирования груза, в особенности, в переходных режимах его эксплуатации (пуск, торможение, реверс). Для этого необходимо как можно точнее учитывать (и рассчитывать) основные кинематические параметры, которые влияют на динамические нагрузки в упругих элементах (канатах) грузоподъемного механизма, а также параметры грузов при их раскачивании в процессе перемещения.

Анализ публикаций по теме исследования.

Моделирование и анализ различных характеристик (кинематических и динамических) движения элементов грузоподъемного (мостового) крана проведены в ряде работ [1–6]. Однако, авторам данного исследования не удалось обнаружить ни одной работы, которая бы была посвящена научно обоснованному анализу движения элементов грузоподъемного механизма крана в процессе выбора слабины каната. Именно на этом этапе возникают нежелательные колебания груза, подвешенного на упругом канате, которые потом следует быстро погасить. Кроме того, именно в

процессе выбора слабины каната проявляются нелинейные свойства таких существенно-нелинейных систем [7], обусловленные наличием в них люфтов и зазоров. Следует также отметить, что уточненный анализ этой стадии подъема груза требует применения специальных подходов, развитых в [8]. В данном исследовании будут частично использованы результаты работ [1–8].

Целью данной работы является обоснование дискретной модели существенно-нелинейной системы, описывающей колебания, возникающие в грузоподъемном механизме крана в процессе выбора слабины каната. На основании указанной модели рассчитаны основные кинематические характеристики колебаний (амплитуда, частота, период) методами, развитыми в [7, 8]. Полученные результаты могут использоваться для построения рациональных оптимальных режимов управления ЭМС грузоподъемных кранов (которые минимизируют необходимые внешние возникающие/движущие усилия, а значит, и динамические нагрузки на упругие элементы (канаты) грузоподъемного механизма). Как правило, для реализации таких режимов управления необходимо использовать современные мехатронные системы.

Изложение основного материала исследования.

Известно [2], что на грузоподъемных кранах (в частности, на мостовых кранах) наибольшие динамические нагрузки возникают при подъеме груза с основания (т.н. «подъем с подхватом») или при торможении. Если не учесть этого на самых первых этапах подъема, то длительность пуска значительно увеличивается.

В качестве объекта исследования принят процесс подъема грузов ЭМС мостового крана типа НК 1090А с основания «с подхватом»). При этом технические характеристики крана следующие: 1) номинальная масса груза $m_2 = 16 \cdot 10^3$ кг; 2) масса кранового моста $m_6 = 25 \cdot 10^3$ кг; 3) масса тележки $m_0 = 6 \cdot 10^3$ кг; 4) скорость подъема груза $V = 20$ м/мин $\approx 0,333$ м/с; 5) высота пролета балки $h = 2,5$ м; 6) система электропривода – тиристорный преобразователь частоты – асинхронный электродвигатель (ТПЧ-АД) с законом регулирования $u_{1m} / f_1 = \text{const}$. Предмет исследования – кинематические закономерности движения элементов ЭМС на первом этапе подъема груза с основания «с подхватом», когда происходит выбор слабины каната.

Следует отметить следующее, что разные части механизмов крана начинают свое движение неодновременно. Так как в первый момент пуска груз (m_2) еще не стал двигаться, а вращающиеся части механизма (m_1) разгоняются до определенной скорости, движения

m_2 происходит лишь с выбором половины зазора (δ) в одну и другую сторону. Пока зазор не выбран, в системе возникают дополнительные усилия, ведущие как к колебаниям ЭМС, так и самого груза, поскольку и груз (m_2), и части механизма подъема (ЭМС) (m_1) не являются абсолютно жесткими. Следствием колебательных процессов являются динамические нагрузки (в т.ч. и на упругие элементы механизма подъема груза – канаты).

При перемещении грузов ЭМС мостового крана должна обеспечивать минимум динамических нагрузок при заданной производительности функционирования/работы самого крана.

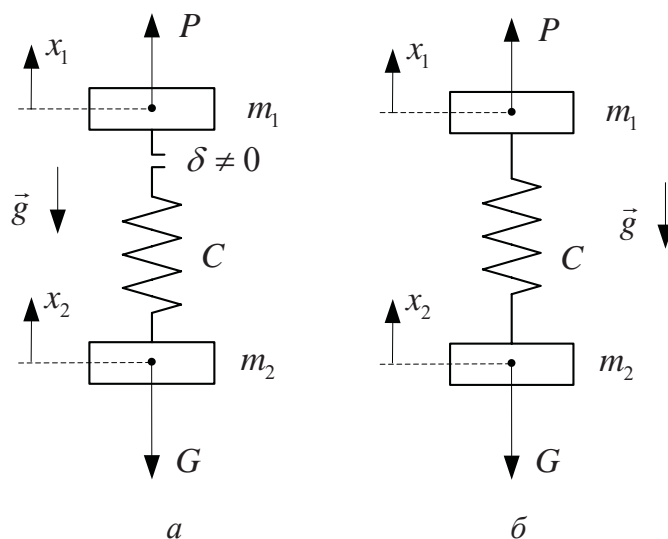


Рисунок - 1. Расчетная схема ЭМС мостового крана при подъеме груза: а) ($\delta \neq 0$) – есть зазор; б) $\delta = 0$ – зазор отсутствует

Для исследования технологических операций подъема за расчетную модель ЭМС [2] принимаем двухмассовую модель, представленную на рис.1. ЭМС имеет две поступательно перемещающиеся массы m_1 и m_2 , соединенные упругим элементом (канатом) с жесткостью C , где m_1 – приведенная масса вращающихся частей ЭМС подъема, m_2 – масса груза. К массе m_1 приложено движущее усилие $P(t)$, являющееся функцией времени (t), к массе m_2 – вес груза $G = m_2 \cdot g$ (после момента отрыва груза от основания). В момент отрыва груза m_2 от основания упругий элемент (канат) находится в натянутом состоянии и динамическое усилие в нем (S) составляет величину G . При дальнейшем движении системы усилие в упругом звене состоит из суммы двух составляющих:

$S = G + C \cdot (x_1 - x_2)$. В процессе выбора слабины каната и до момента отрыва груза m_2 от основания усилие $P(t)$ меняется от $P_1 = \alpha \cdot m_k \cdot g$, $\alpha > 1$, $m_k = \rho_k \cdot S_k \cdot l_k$ где ρ_k – плотность материала каната, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$; S_k – площадь поперечного сечения каната, м^2 ; l_k – длина висячей части каната. Коэффициент $\alpha > 1$, т.к. ЭМС необходимо поднимать сам канат, навивая его на барабан, и при этом преодолевать силы трения, возникающие в нем (барабане) при навивке на него каната. Когда слабина каната полностью выбрана (зазор $\delta = 0$), происходит натяжение каната, и он уже имеет исходную жесткость C , а сила $P(t)$, движущая ЭМС, должна быть больше G , т.е. $P_2 = \beta \cdot m_2 g$, $\beta > 1$, чтобы быть способной оторвать груз m_2 от основания. При этом, в пересчете на поступательное движение вдоль координаты x_1 , смещение массы m_1 составляет $\Delta = \frac{P_2}{C}$ (рис.2).

Если скорость подъема груза m_2 составляет V , то сила $P(t)$ изменяется от значения P_1 до значения P_2 за конечное время $\tau = \frac{P_2}{CV}$ (рис.3). Величина $\beta > 1$, поскольку существуют силы сцепления груза с основанием, которые следует преодолеть. Кроме того, груз в зимнее время может просто примерзнуть к основанию. При этом масса m_2 неподвижна, а движется лишь m_1 .

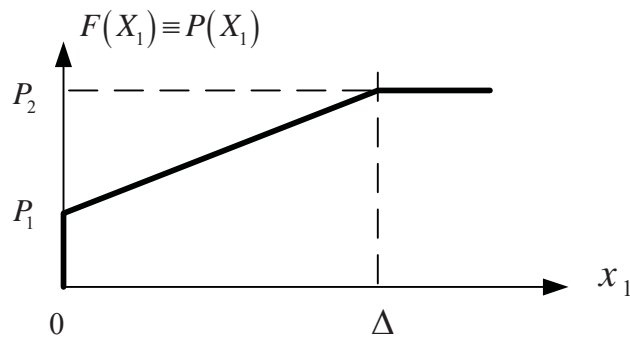


Рисунок - 2. Упругая характеристика ЭМС при выборе слабины

каната: $\Delta = \frac{P_2}{C} = V \cdot \tau$

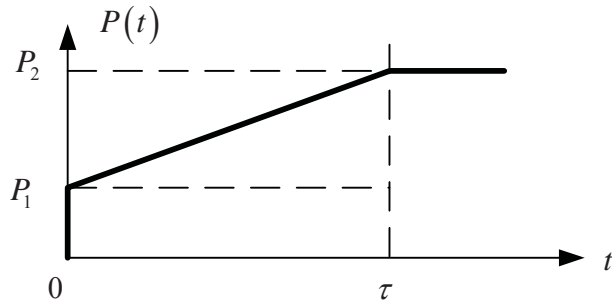


Рисунок - 3. Зависимость $P(t)$: $\tau = \frac{P_2}{CV}$

Естественно, что $P_2 > (m_k + m_2) \cdot g$.

1. Анализ уточненного решения задачи о колебаниях массы m_1 для зависимости $P(t)$ (рис. 3). Поскольку в реальной ситуации $P_1 \ll P_2$, можно принять $P_1 \rightarrow 0$, тогда зависимость $P(t)$ приобретает вид, изображенный на рис. 4.

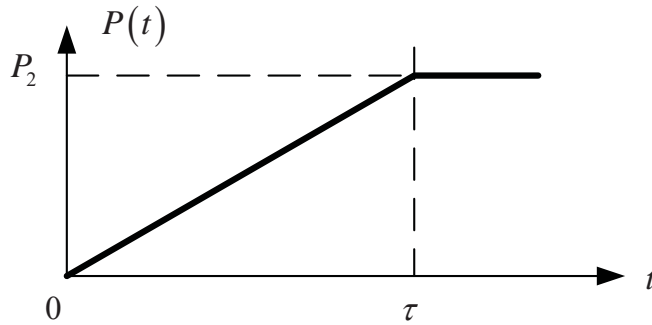


Рисунок - 4. Зависимость $P(t)$ при $P_1 \rightarrow 0$

Следует отметить, что при $\tau \rightarrow 0$, колебания массы m_1 описываются уравнением, характерным для исследования колебаний механического осциллятора без трения, возникающих в результате приложения к нему (осциллятору) постоянной силы P_2 :

$$m_1 \ddot{x}_1 + Cx_1 = P_2, \quad \ddot{x}_1 = \frac{d^2 x_1}{dt^2}. \quad (1)$$

При нулевых начальных условиях:

$$x_1|_{t=0} = 0, \quad \dot{x}_1|_{t=0} = 0, \quad \dot{x}_1 \equiv \frac{dx_1}{dt}. \quad (2)$$

Уравнение (1) можно легко проинтегрировать и получить решения:

$$x_1(t) = \frac{P_2}{m_1 \omega_0^2} \cdot [1 - \cos(\omega_0 \cdot t)], \quad 0 \leq t < \infty, \quad \omega_0^2 = \frac{C}{m_1}. \quad (3)$$

Максимальное значение выражение (3) приобретает при условии:

$$\cos(\omega_0 \cdot t) = -1 \Leftrightarrow \omega_0 \cdot t = \pi + 2k_1 \cdot \pi, \quad k_1 = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

Минимальное значение выражения (3) приобретает при условии:

$$\cos(\omega_0 \cdot t) = +1 \Leftrightarrow \omega_0 \cdot t = \pi + 2k_2 \cdot \pi, \quad k_2 = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

Поэтому размах колебаний в этом приближении ($\tau \rightarrow 0$) составляет:

$$A = x_{1\max} - x_{1\min} = \frac{P_2 \cdot 2}{m_1 \cdot \omega_0^2}. \quad (6)$$

Используя подход, развитый в [8], интегрирование уравнения:

$$m_1 \ddot{x}_1 + Cx_1 = P(t) = \begin{cases} P_2 \cdot \frac{t}{\tau}, & 0 \leq t < \tau, \\ P_2, & t \geq \tau. \end{cases} \quad (7)$$

при нулевых начальных условиях (2), дает следующий результат:

$$x_1(t) = \frac{P_2}{m_1 \omega_0^2} \cdot \left[1 - \frac{\sin u}{u} \cdot \cos(\omega_0 t - u) \right], \quad \tau \leq t < \infty, \quad u = \frac{\omega_0 \tau}{2}. \quad (8)$$

Таким образом, мы получаем поправку (по сравнению с результатом (3) как в амплитуде колебаний массы m_1 , так и в фазе колебаний. Максимальное значение выражение (8) приобретает при условии:

$$\begin{cases} \cos(\omega_0 \cdot t - u) = -1 \Leftrightarrow (\omega_0 \cdot t - u) = \pi + 2k_3 \cdot \pi, \quad k_3 = 0, 1, 2, 3, \dots, \\ \tilde{x}_{1\max} = \frac{P_2}{m_1 \cdot \omega_0^2} \cdot \left[1 + \frac{\sin u}{u} \right]. \end{cases} \quad (9)$$

Минимальное значение выражение (8) приобретает при условии:

$$\begin{cases} \cos(\omega_0 \cdot t - u) = 1 \Leftrightarrow (\omega_0 \cdot t - u) = 2k_4 \cdot \pi, \quad k_4 = 0, 1, 2, 3, \dots, \\ \tilde{x}_{1\max} = \frac{P_2}{m_1 \cdot \omega_0^2} \cdot \left[1 - \frac{\sin u}{u} \right]. \end{cases} \quad (10)$$

Размах колебаний в этом случае (при $\tau \neq 0$) составляет:

$$A = x_{1\max} - x_{1\min} = \frac{2P_2}{m_1 \cdot \omega_0^2} \cdot \frac{\sin u}{u}. \quad (11)$$

Учитывая, что $\left(\frac{\sin u}{u}\right) \rightarrow 1$ при $\tau \rightarrow 0$ ($\tau \rightarrow 0$), легко

показать, что при $\tau \rightarrow 0$ результаты (3) – (6) совпадают с результатами (8) – (11).

Установим условия, при которых можно пользоваться результатами (3) – (6), справедливыми при $\tau \rightarrow 0$, вместо результатов (8) – (11), справедливых при $\tau \neq 0$ и являющихся физически обоснованными, поскольку сила (ввиду эффекта инерционности) не может мгновенно возрастать на конечную величину. Примем, как и в [8], для определенности, что применение зависимости (3) допустимо, если подсчитанная по ней амплитуда колебаний массы m_1 отличается от результата, который дает уточненная формула (8), не более чем на 5%. Тогда мы получаем неравенство $(\sin u)/u \geq 0,95$, откуда $u < 0,53$, т.е. $\omega_0 \tau < 1,06$. Другими словами, длительность τ этапа возрастания силы $P(t)$ от P_1 до P_2 должна быть меньше периода $T = 2\pi / \omega_0$ (свободных колебаний) по крайней мере в шесть раз:

$$\omega_0 \cdot \tau < 1,06 \Leftrightarrow \frac{2\pi}{T} \cdot \tau < 1,06 \Leftrightarrow \tau / T < \frac{1,06}{2\pi} \approx 0,169. \quad (12)$$

Это и есть условие применимости более грубой формулы (3) (а также формул (4) – (6)).

2. Анализ кинематических характеристик колебаний массы m_1 для упругой характеристики ЭМС, изображенной на рис. 2.

Исследуем, используя методы и подходы авторов [7], свободные колебания массы m_1 на этапе выбора слабины каната. При этом считаем, что упругая характеристика ЭМС описывается законом $F(x_1) \equiv P(x_1)$, изображенном на рис. 2. Понятно, что при этом необходимо исследовать специфическую механическую систему (ЭМС), относящуюся к классу существенно-нелинейных механических систем [7].

Введем следующие обозначения (в соответствии с обозначениями работы [7]):

$$\tilde{p}_1^2 = \frac{(P_2 - P_1)}{m_1 \cdot \Delta}; \quad \tilde{f} = \frac{P_1}{m_1}. \quad (13)$$

Тогда, считая амплитуду свободных колебаний, возникающих в системе с упругой характеристикой, соответствующей рис. 2, равной A , для периода \bar{T} этих колебаний и круговой частоты \bar{p} получим следующее соотношения:

$$\bar{T} = \frac{2}{\tilde{p}_1} \cdot \arccos \left[\frac{1}{\left(1 + \frac{A \cdot \tilde{p}_1^2}{\tilde{f}} \right)} \right];$$

$$\bar{p} = \frac{2\pi}{\bar{T}} = \frac{\pi \cdot \tilde{p}_1}{\arccos \left\{ \left(1 + \frac{A \tilde{p}_1^2}{\tilde{f}} \right)^{-1} \right\}} \quad (14)$$

Скелетная кривая, характеризующая зависимость $|A|$ от \bar{p} , для данного вида свободных колебаний представлена на рис. 5.

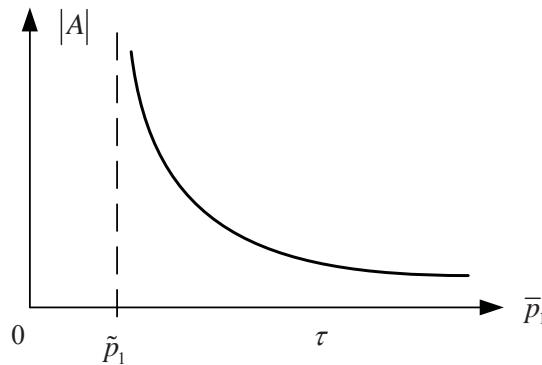


Рисунок - 5. Скелетная кривая, характеризующая зависимость $|A|$ от \bar{p} для свободных колебаний ЭМС подъема груза при выборе слабины каната

Из анализа графика, представленного на рис.5 следует, что при $\bar{p} \rightarrow \tilde{p}_1 = \sqrt{\frac{(p_2 - p_1)}{m_1 \cdot \Delta}} = \sqrt{\frac{(p_2 - p_1)}{m_1 \cdot V \cdot \tau}} = \sqrt{\frac{(p_2 - p_1) \cdot C}{m_1 \cdot p_2}}$ амплитуда свободных колебаний (A) данной существенно-нелинейной системы резко возрастает, что приводит к нежелательным раскачиваниям на этом этапе подъема груза элементов ЭМС мостового крана (обозначенных в модели как масса m_1).

В [6] было установлено, что на динамические нагрузки можно влиять, варьируя величиной T_m – электромеханической постоянной времени электропривода крана, которая определяется из соотношения:

$$T_m = \frac{J_1}{\tilde{\beta}}, \quad (15)$$

где J_1 – момент инерции двигателя, $\tilde{\beta}$ – модуль жесткости механической характеристики. Для снижения динамических нагрузок можно применить более мягкое, не скачкообразное нарастание сигнала внешнего воздействия. Кроме того, построение рациональных режимов управления ЭМС мостового крана должно базироваться на обеспечении при заданном изменении движущего усилия снижения динамических нагрузок, длительности переходных режимов (в т.ч. T_m) с учетом люфтов и зазоров, встречающихся в передачах. Безусловно, это приведет к повышению уровня производительности крана. Введение в систему механизма подъема груза мостового крана специального демпфера, способствующего процессу ускоренного гашения нежелательных колебаний, также положительно повлияет на его (крана) функционирование в режимах реальной эксплуатации.

Существует [6] некоторая оптимальная жесткость $\tilde{\beta}_{opt}$, при которой ξ_{max} – коэффициент демпфирования колебаний максимален и принимает значение:

$$\xi_{max} = 0,5(\sqrt{\gamma} - 1), \quad (16)$$

где $\gamma = \frac{J_1 + J_2}{J_1}$ – коэффициент соотношения моментов инерции (J_1 – момент инерции двигателя, J_2 – момент инерции груза).

При этом величина $\tilde{\beta}_{opt}$ определяется из соотношения:

$$\tilde{\beta}_{opt} = J_1 \cdot \bar{p} \cdot \gamma^{1/4}. \quad (17)$$

Следует отметить, что в отличие от результатов, представленных в [6], в формуле (17) фигурирует частота свободных колебаний \bar{p} системы именно на этапе выбора слабины каната, которая определяется соотношением (14).

Выводы

1. Предложена и обоснована дискретная модель (модель со сосредоточенными параметрами), которая адекватно описывает кинематические характеристики процесса подъема груза ЭМС мостового крана в переходном режиме его функционирования (на этапе выбора слабины каната).
2. Определены параметры демпфера, который эффективно гасит колебания, возникающие в процессе подъема груза на этом этапе, с учетом имеющейся точной (в рамках дискретной модели нелинейной механической системы) формулы частоты

собственных колебаний.

3. Полученные в работе результаты могут в дальнейшем быть использованы для уточнения и совершенствования имеющихся инженерных методов расчета механизмов подъема груза мостовых кранов, а также для улучшения, рационализации и оптимизации процессов управления ЭМС указанных механизмов как на этапах проектирования / конструирования, так и в режимах эксплуатации подобных устройств, близких к реальным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Герасимьяк Р. П. Анализ и синтез крановых электромеханических систем / Р.П. Герасимьяк, А.А. Лещев. – Одесса: СМІЛ, 2008. – 198 с.
2. Александров М.П. и др. Динамика грузоподъемных кранов / М.П. Александров и др. – М.: Высшая школа, 1986. – 400 с.
3. Климченкова Н.В. Повышение степени автоматизации технологического процесса перемещения груза кранами / Н.В. Климченкова, С.В. Корниенко и др. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – Харьков: Технологический центр, 2008. – №41 (31). – С. 41-44.
4. Патент №27558 Україна, В 66719/00. Спосіб вертикального переміщення вантажів краном / Клімченкова Н.В., Спаська А.М.; заявник та патентовласник Донбаська державна машинобудівна академія. – № 200705695; заявл. 23.05.07; опубл. 12.11.2007. Бюл. №18.
5. Корнієнко С.В. Шляхи удосконалення ЕМС крану на підставі підвищення ступеню автоматизації / С.В. Корнієнко, Н.В. Клімченко, З.О. Березніченко // ЕМС: Методи, моделювання та оптимізація: Збірник матеріалів конференції. – Кр.-2: Изд-во КНТУ, 2012. – С. 30–34.
6. Березниченко З.А. Разработка рациональных режимов управления электромеханической системой мостового крана / З.А. Березниченко, Н.В. Климченкова, С.В. Лагуненков // Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. – 2012. – №4(29). – С. 6-11.
7. Закржевский М.В. Колебания существенно-нелинейных механических систем / М.В. Закржевский. – Рига: Зинатне, 1980. – 190 с.
8. Блехман И.И. Механика и прикладная математика: Логика и особенности приложений математики / И.И. Блехман, А.Д. Мышкис, Я.Г. Пановко. – М.: Наука, 1983. – 328 с.