

УДК 621.867.

Ловейкін В.С., д.т.н.; Ромасевич Ю.О., д.т.н.; Шалатовська К.М. асп.  
Національний університет біоресурсів і природокористування України

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ РУХУ СТРІЧКОВОГО ТРАНСПОРТЕРА

**Анотація.** Розроблено математичну модель динаміки руху стрічкового транспортера для розв'язку якої використано чисельні методи. Для встановлення раціонального ступеня деталізації математичної моделі було визначено динамічні показники роботи конвеєра для різної кількості зведених мас робочої гілки. Обґрунтовано раціональне число зведених мас у моделі, яке дозволяє адекватно відобразити динамічні процеси у елементах стрічкового конвеєра, що мають місце при його перехідних режимах руху.

**Ключові слова:** динамічна модель, стрічковий конвеєр, динамічні навантаження, рівняння руху.

**Аннотация.** Разработана математическая модель динамики движения ленточного транспортера для решения которой использованы численные методы. Для установления рациональной степени детализации математической модели были определены динамические показатели работы конвейера для разного количества приведенных масс рабочей ветви. Обосновано рациональное число приведенных масс в модели, которое позволяет адекватно отобразить динамические процессы в элементах ленточного конвейера, при его переходных режимах движения.

**Ключевые слова:** динамическая модель, ленточный конвейер, динамические нагрузки, уравнения движения.

**Abstrakt.** Das mathematische modell des bewegungs förder bandfürdielösung, die numerische method enverwendet. Umeinenachhaltige detailebene mathematischen modell setablieren wurde dynamic des förderers fürunterschie dlicheanzahlderar beitsmassenzweige definiert. Rational nummer geerdetgewichtinde mmodell, das inangemessenerart-brazyty dynamische nprozesse indenelementendes förder bandes, die stattfindeninseiner Übergang bewegungsarten.

**Stichwort:** dynamisches modell, förderer, dynamische belastung, die bewegungsgleichungen .

### Постановка проблеми.

Робота стрічкових транспортерів, особливо під час неусталених процесів, характеризується наявністю динамічних навантажень, які виникають при нерівномірному русі стрічки. Така нерівномірність

пов'язана з процесом пуску, що зумовлює додаткові динамічні навантаження від зростання швидкості барабанів і стрічки до моменту часу, коли система виходить на усталений рух. Такі навантаження негативно впливають на елементи конструкції та транспортуючий вантаж.

Одним із варіантів зменшення динамічних навантажень у стрічкових транспортерах є оптимізація режимів руху [1]. Для цього першим етапом у дослідженнях є побудова математичної моделі динаміки руху стрічкового конвеєра, яка дала б можливість отримати достовірні величини динамічних навантажень, що діють на елементи тягового органу і привідного механізму.

#### **Аналіз останніх досліджень та публікацій.**

При аналізі режимів роботи стрічкових конвеєрів та оцінці їх енергетичної ефективності важливим моментом є розгляд даного об'єкту як єдиної багатомасової електромеханічної системи. Такий підхід дозволяє врахувати вплив механічної частини транспортуючого пристрою на енергетичні характеристики електроприводу [2].

Дослідженню динаміки руху присвячені роботи [3-5] та аналізу їх енергетичній ефективності [7-10], в яких розглядається оптимальне керування рухом стрічкових конвеєрів.

У статті [6] досліджено характер змін втрат енергії в електромеханічній системі стрічкового конвеєра при стабілізації його об'ємної продуктивності за рахунок регулювання лінійної швидкості тягового органу та при використанні оптимального за енергетичною ефективністю регулятора напруги статора привідного асинхронного двигуна.

У роботах закордонних дослідників [11, 12] дана задача вирішується за допомогою методу «оцінка – розрахунок – оптимізація», який полягає у керуванні швидкості при пуску, що дозволяє покращити динамічні та енергетичні показники стрічкових конвеєрів.

Незважаючи на значну кількість наукових праць у сфері оптимізації стрічкових конвеєрів спрямованих на різнобічне вивчення даної проблеми, на сьогодні бракує ґрунтовних наукових праць, у яких дається системний аналіз динаміці руху. Побудова математичної моделі динаміки руху стрічкового конвеєра дає змогу адекватно відобразити динамічні процеси у елементах стрічкового конвеєра. З огляду на це актуальність пропонованого дослідження є очевидною.

#### **Постановка мети і задач дослідження.**

Метою дослідження є синтез адекватної багатомасової математичної моделі руху стрічкового конвеєра. Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі: 1) побудувати узагальнену багатомасову динамічну модель динаміки руху

стрічкового транспортера; 2) обґрунтувати раціональний ступінь її деталізації.

**Виклад основного матеріалу дослідження.**

При побудові динамічної моделі стрічкового транспортера вважаємо, що всі елементи стрічкового конвеєра є абсолютно твердими тілами, крім елементів передавального механізму і тягового органу, які володіють пружними та дисипативними властивостями. При цьому корпус привода конвеєра й вали закріплено абсолютно жорстко. Для дослідження побудовано багатомасову динамічну модель, зображену на рис. 1.

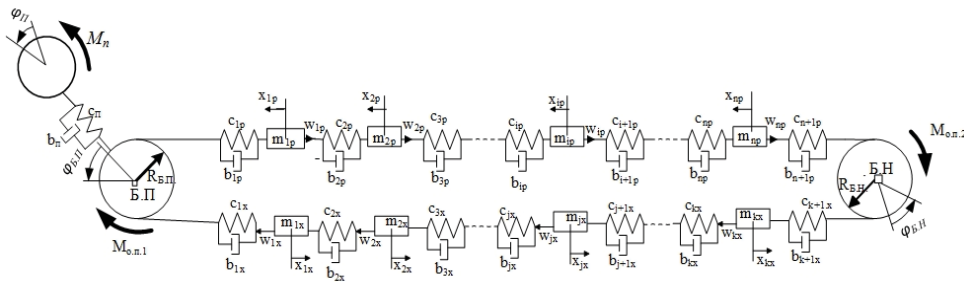


Рисунок.1 - Динамічна модель стрічкового конвеєра

На рис.1 всі параметри приведені до приводного барабану та прийняті такі позначення:

- $M_{\Pi}$  – приведений момент приводу;
- $M_{О.П.1}$  і  $M_{О.П.2}$  – приведені моменти опору приводного та натяжного барабанів відповідно;
- $c_{\Pi}$  – приведений коефіцієнт крутильної жорсткості приводу;
- $b_{\Pi}$  – приведений коефіцієнт дисипації приводу;
- $m_{i.p.}$  –  $i$ -та приведена маса робочої гілки транспортера із вантажем;
- $c_{i.p.}$  –  $i$ -те приведені значення коефіцієнта жорсткості робочої гілки;
- $b_{i.p.}$  –  $i$ -те приведені значення коефіцієнта дисипації робочої гілки;
- $n$  – кількість приведених мас робочої гілки транспортера;
- $k$  – кількість приведених мас холостої гілки транспортера;
- $w_{i.p.}$  – приведена сила тертя від обертання підтримуючих роликів, яка прикладена до  $i$ -тої маси робочої гілки;
- $w_{j.x.}$  – приведена сила тертя від обертання підтримуючих роликів, яка прикладена до  $j$ -тої маси холостої гілки;
- $R_{Б.П.}$  та  $R_{Б.Н.}$  – радіуси приводного та натяжного барабанів відповідно.
- $\mathcal{J}_{\Pi}$ ,  $\mathcal{J}_{Б.П.}$ ,  $\mathcal{J}_{Б.Н.}$  – приведені моменти інерції приводу, приводного та натяжного барабанів відповідно.

Сили  $w_{i,p.}$  та  $w_{j,x.}$  ( $i = (\overline{1, n}), j = (\overline{1, k})$ ) прикладені не до всіх приведених мас, а лише до тих, які взаємодіють з підтримуючими роликами. Ці маси більші за інші на величину приведеної до поступального руху маси  $m^*$ , яка визначається з наступної формули:

$$m^* = 2 \frac{G_{рол}}{R_{рол}^2},$$

де  $G_{рол}$  і  $R_{рол}$  – моменти інерції та радіус підтримуючого ролика відповідно.

Система диференціальних рівнянь, яка описує динамічні процеси в стрічковому конвеєрі, має такий вигляд:

$$\left\{ \begin{aligned} &M_{Б.П.} = \ddot{\varphi}_{П.П.} + c_{П.П.}(\varphi_{П.П.} - \varphi_{Б.П.}) + b(\dot{\varphi}_{П.П.} - \dot{\varphi}_{Б.П.}); \\ &c_{П.П.}(\varphi_{П.П.} - \varphi_{Б.П.}) + b(\dot{\varphi}_{П.П.} - \dot{\varphi}_{Б.П.}) = \ddot{\varphi}_{Б.П.} \nu_{Б.П.} + M_{ОП.} + c_{1p}(\varphi_{Б.П.} R_{Б.П.} - x_{1p}) + \\ &+ b_{1p}(\dot{\varphi}_{Б.П.} R_{Б.П.} - \dot{x}_{1p}) + c_{1x}(\varphi_{Б.П.} R_{Б.П.} - x_{1x}) + b_{1x}(\dot{\varphi}_{Б.П.} R_{Б.П.} - \dot{x}_{1x}); \\ &c_{1p}(\varphi_{Б.П.} R_{Б.П.} - x_{1p}) + b_{1p}(\dot{\varphi}_{Б.П.} R_{Б.П.} - \dot{x}_{1p}) = m_{1p} \ddot{x}_{1p} + w_{1p} + c_{2p}(x_{1p} - x_{2p}) + b_{2p}(\dot{x}_{1p} - \dot{x}_{2p}); \\ &..... \\ &c_p(x_{i-1,p} - x_{ip}) + b_{ip}(\dot{x}_{i-1,p} - \dot{x}_{ip}) = m_{ip} \ddot{x}_{ip} + w_{ip} + c_{i+1p}(x_i - x_{ip}) + b_{i+1p}(\dot{x}_i - \dot{x}_{i+1}); \\ &..... \\ &c_{n,p}(x_{n-1,p} - x_{n,p}) + b(\dot{x}_{n-1,p} - \dot{x}_{n,p}) = m_{n,p} \ddot{x}_{n,p} + w_{n,p} + c_{n+1,p}(x_{n,p} - \varphi_{Б.П.} R_{Б.П.}) + \\ &+ b_{n+1,p}(\dot{x}_{n,p} - \dot{\varphi}_{Б.П.} R_{Б.П.}); \\ &..... \\ &R_{Б.П.} c_{n+1,p}(x_{n,p} - \varphi_{Б.П.} R_{Б.П.}) + b_{n,p}(\dot{x}_{n,p} - \dot{\varphi}_{Б.П.} R_{Б.П.}) R_{Б.П.} = c_{k+1x}(\varphi_{Б.П.} R_{Б.П.} - x_{k+1x}) + \\ &+ b_{k+1x}(\dot{\varphi}_{Б.П.} R_{Б.П.} - \dot{x}_{k+1x}) = w_{kx} + m_{kx} \ddot{x}_{kx} + c_{kx}(x_{kx} - x_{k-1x}) + b_{kx}(\dot{x}_{kx} - \dot{x}_{k-1x}) = \nu_{Б.П.} \ddot{\varphi}_{Б.П.} + M_{ОП.} + \\ &+ c_{k+1x}(\varphi_{Б.П.} R_{Б.П.} - x_{k+1x}) R_{Б.П.} + b_{k+1x}(\dot{\varphi}_{Б.П.} R_{Б.П.} - \dot{x}_{k+1x}) R_{Б.П.}; \\ &..... \\ &c_{j+1x}(x_{j+1x} - x_{j,x}) + b_{j+1x}(\dot{x}_{j+1x} - \dot{x}_{j,x}) = m_{jx} \ddot{x}_{j,x} + w_{j,x} + c_{j,x}(x_{j,x} - x_{j-1x}) + b_{jx}(\dot{x}_{j,x} - \dot{x}_{j-1x}); \\ &..... \\ &c_{2x}(x_{2x} - x_{1x}) + b_{2x}(\dot{x}_{2x} - \dot{x}_{1x}) = m_{1x} \ddot{x}_{1x} + w_{1x} + c_{1x}(x_1 - R_{Б.П.} \varphi_{Б.П.}) + b_{1x}(\dot{x}_1 - R_{Б.П.} \dot{\varphi}_{Б.П.}). \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Диференціальні рівняння системи (1) є нелінійними рівняннями другого порядку, тому їх аналітично не вдається проінтегрувати. Для їх розв'язку використані чисельні методи.

Для встановлення раціонального ступеня деталізації математичної моделі (1) було визначено динамічні показники роботи конвеєра для різної кількості мас робочої гілки  $n$ . Такими показниками виступали:

- 1) максимальне значення моменту у муфті  $M_{\max}$ ,  $Нм$ ;
- 2) середньоквадратичне значення моменту в муфті  $M_{\text{сер.кв.}}$ ,  $Нм$ ;
- 3) максимальне значення сили у стрічці, що набігає на приводний барабан  $F_{\max}$ ,  $Н$ ;
- 4) середньоквадратичне значення сили у стрічці, що набігає на приводний барабан,  $F_{\text{сер.кв.}}$ ,  $Н$ .

У порівняльних розрахунках прийнята кількість мас на робочій гілці  $n=100, 80, 60, 40, 20, 18, 16, 14, 12, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2$ . При цьому кількість мас на холостій гілці визначалась за формулою  $k = \frac{n}{5}$ , за умови що  $k \geq 2$ . У результаті проведених досліджень, які полягли у визначенні запропонованих показників для різної кількості приведених мас  $n$ , побудовані графіки, які показані на рис. 2-5.

Аналізуючи дані графіки ми бачимо зміну динамічних показників відносно кількості приведених мас робочої стрічки динамічної моделі транспортера. Збільшення кількості приведених мас  $n$  більше двадцяти значно збільшує кількість розрахунків при виконанні динамічного розрахунку транспортера, однак при цьому точність визначення динамічних зусиль і моментів у елементах транспортера не зростає. Таким чином, можна прийняти  $n=20$  як раціональну границю при використанні розробленої математичної моделі стрічкового транспортера.

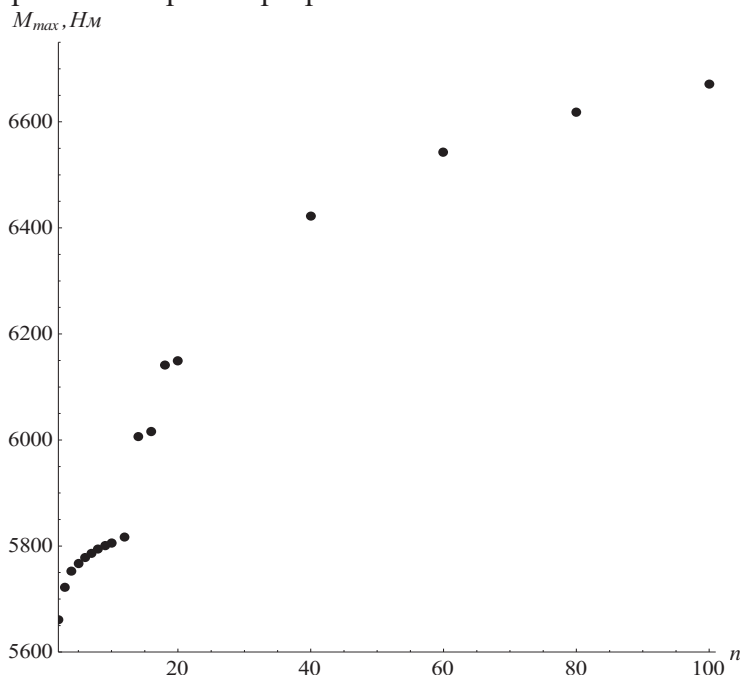


Рисунок. 2 - Максимальне значення моменту у муфті при зміні кількості приведених мас у моделі

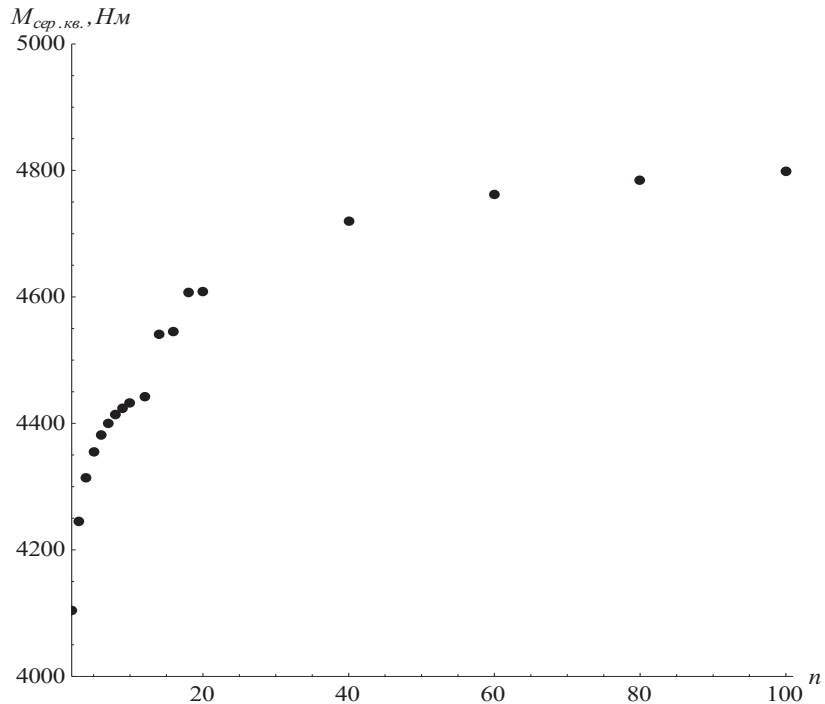


Рисунок. 3 - Середньоквадратичне значення моменту в муфті при зміні кількості приведених мас у моделі

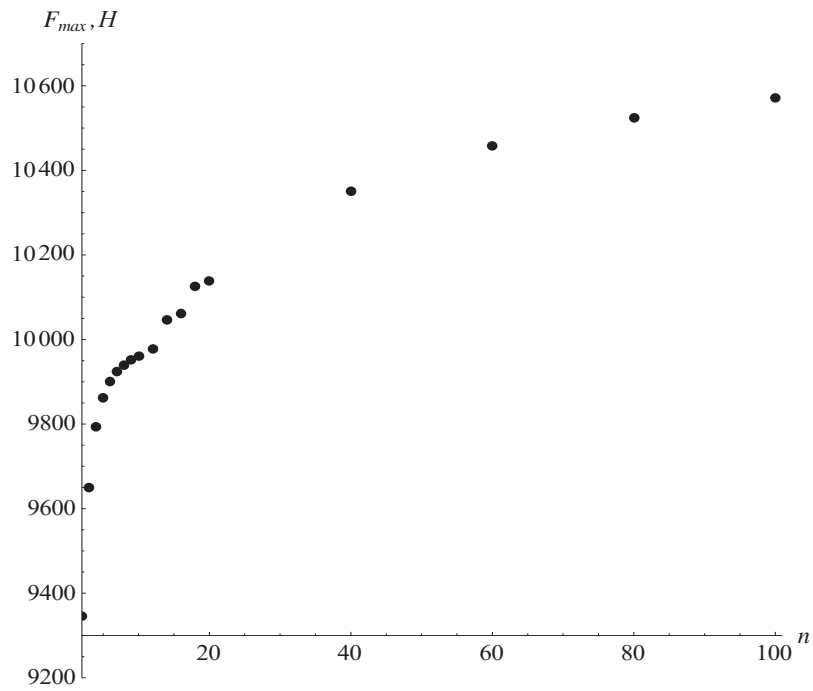


Рисунок. 4 - Максимальне значення сили у стрічці, що набігає на приводний барабан при зміні кількості приведених мас у моделі

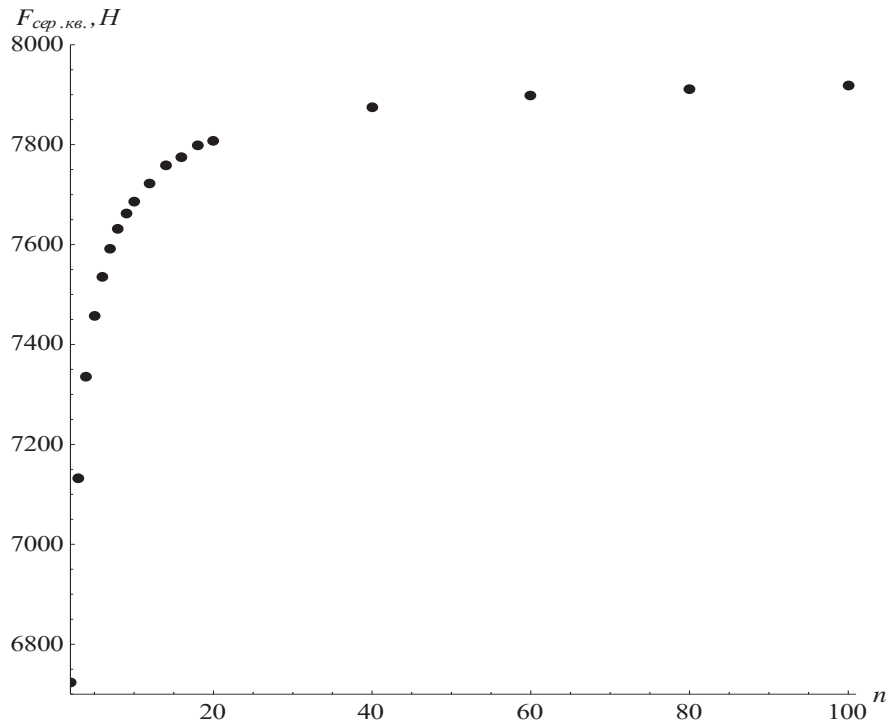


Рисунок. 5 - Середньоквадратичне значення сили у стрічці, що набігає на приводний барабан при зміні кількості приведених мас у моделі

Можна також відмітити, що максимальне відхилення динамічних показників, за якими був проведений аналіз, для кількості приведених мас робочої гілки 100 та 20 складає: 1) для максимального моменту у муфті та максимального значення сили у стрічці 1,5 %; 2) для середньоквадратичного значення моменту у муфті та середньоквадратичного значення сили у стрічці 4,7 %. Ці відхилення є незначними, що підтверджує попередні висновки.

**Висновки.** В роботі побудовано багатомасову динамічну модель стрічкового конвеєра та відповідно їй систему диференціальних рівнянь. Для розв'язку отриманої математичної моделі використано чисельні методи. Обґрунтовано раціональне число приведених мас у моделі, яке для робочої гілки транспортера рівне 20. Доведено, що така кількість мас дозволяє адекватно відобразити динамічні процеси у елементах стрічкового конвеєра, які мають місце при його перехідних режимах руху.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Ловейкін В.С. Динамічна оптимізація підйомних машин / В.С. Ловейкін, А.П. Нестеров. – Х.:ХНАДУ, 2002. – 291.
2. Ловейкін В.С. Оптимізація режиму руху зернового елеватора за

- критерієм середньоквадратичного відхилення зусилля в тяговому органі при набіганні на натяжний барабан / В.С. Ловейкін, А.В. Ловейкін А.В, Л.Б. Ткачук // Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів. – 2016. – №6. – С. 163–174.
3. Печеник М. В. Особливості підвищення енергетичної ефективності електромеханічної систем конвеєра / М.В. Печеник, С.О. Бур'ян, А.О. Горбатовський //Вісник НТУУ“ХПІ”, Серія : Проблеми автоматизованого електропривода теорія і практика. – Харків . – 2013. –№ 36. – С. 382 – 384.
  4. Жигула Т.И. Динамическое воздействие подвижной нагрузки на канатный став ленточного конвейера /Т.И. Жигула // Геотехническая механика: Межвед. сб. науч. тр. — Днепропетровск: ИГТМ НАНУ, 2012. — Вип. 105. — С. 185-191.
  5. Поліщук Л.К. Розрахунок перехідних режимів стрічкових конвеєрів / Л.К. Поліщук, Р.Д. Іскович-Лотоцький , А.Л. Штурма // Наукові нотатки. – Луцьк. – 2001. – №8. – С. 152–160.
  6. Поліщук Л. К. Математична модель гідравлічного мотор-барабана стрічкового конвеєра / Л.К. Поліщук, О.О. Адлер // Наукові нотатки. – Луцьк. – 2005. – №17. – С. 273–282.
  7. Ловейкін В.С. Аналіз динаміки руху стрічкового ковшового елеватора / Ловейкін В.С., Бортун В.А. // ТДАТУ. – 2013. – №2. – С. 74–82.
  8. Шахмейстер Л. Г. Теория и расчет ленточных конвейеров / Л.Г. Шахмейстер, В.Г. Дмитриев. –М.: Машиностроение, 1978. – 392 с.
  9. Поліщук Л.К. Дослідження динаміки привода конвеєра зі змінним навантаженням/Л.К. Поліщук, О.О.Адлер //Вібрації в техніці та технологіях – Вінниця. –2009. - №3 (55). – С.35 - 37
  10. Печеник М. В. Розробка моделі електромеханічної системи стрічкового конвеєра з врахуванням енергозберігаючих режимів роботи електроприводу/ М. В. Печеник, О.А. Зайченко // Наукові вісті НТУУ«КПІ». – 2007.–№ 1.–С. 115 – 120.
  11. Kisielewski W. Testing belt conveyor resistance to motion in underground mine conditions / W. Kisielewski, D. Kaszuba // International journal of mining reclamation and environment. – 2017. – Vol. 31. - № 1. – pp. 78-90.
  12. Pang YS. Green operation of belt conveyors by means of speed control / YS. Pang, G. Lodewijks // Applied Energy. – 2017. – Vol. 188. – pp. 330-341.