О.ГЛАДКІВСЬКА, *кандидат фізико-математичних наук*

ЗАДАЧІ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ В.М.ГЛУШКОВА

Одними з основних задач моделювання систем, що розвиваються, є задачі ідентифікації моделей та систем. Застосування інтегральних динамічних моделей до систем, що розвиваються, економічного, соціального, біологічного та екологічного характеру показало, що, з одного боку, в розглядуваному класі моделей важливу роль відіграють показники ефективності функціонування системи, яку моделюють, з іншого – в процесі їхнього знаходження виникають значні труднощі. Наявність мультиплікативного ядра не дає змоги використати його для ідентифікації стандартних алгоритмів побудови моделей. Саме тому робота присвячена питанню знаходження характеристик, фізичний зміст яких – показники ефективності функціонування названих систем.

Типове рівняння інтегральних динамічних моделей В.М.Глушкова, ґрунтовно описаних в [1], має вигляд

$$m(t)=\int_{a(t)}^{t}\alpha(\tau,t)\cdot y(\tau)\cdot m(\tau)\cdot d\tau\,,\quad 0\le a(t)<t\,,\quad t\in[0,T]\,. \qquad (1)$$

В розв'язуваних задачах ідентифікації для рівняння (1) всі функції, крім показника ефективності $\alpha(\tau,t)$ функціонування системи, вважають заданими. Для „стаціонарної" моделі $\alpha(\tau,t)=\alpha(t-\tau)$. Треба вибрати критерій оцінювання адекватності моделі та системи, що моделюється, знайти функцію $\alpha(\tau,t)$ шляхом мінімізації цього критерію, здійснити теоретичну оцінку його мінімуму для вибраного класу функцій та одержати числове значення.

Будемо використовувати такі відомі критерії оцінювання: I_1 - функціонал нев'язки рівняння (1), що дорівнює квадрату гільбертової норми нев'язки в просторі L_2, та I_2 - оцінка математичного очікування квадрату різниці лівої і правої частин цього рівняння:

$$I_1(\alpha)=\left\|m-A\alpha\right\|^2_{L_2[0,T]}\,,\quad A\alpha=\int_{a(t)}^{t}\alpha(t-\tau)\cdot y(\tau)\cdot m(\tau)\cdot d\tau\,;$$

$$I_2(\alpha,t)=M^*\left[m(t)-\int_{a(t)}^{t}\alpha(\tau,t)\cdot y(\tau)\cdot m(\tau)\cdot d\tau\right]^2,\qquad t\in[0,T]\,.$$

Для знаходження функції $\alpha(\tau,t)$ використаємо метод найменших квадратів в просторі L_2. Для простоти розглянемо випадок $\alpha(\tau,t)=\alpha(t-\tau)$, тоді алгоритм полягає в наступному:

1) Вибираємо апроксимуючий многочлен

$$\alpha(u)\approx\alpha_n(u)=\sum_{i=1}^{n}c_i\cdot\varphi(u)\ ,$$

де $u=t-\tau$; c_i - невідомі коефіцієнти; $\varphi_i(u)$ - задані координатні функції з простору L_2; $u\in[0,T]$; $i=\overline{1,n}$.

2) Знаходимо коефіцієнти c_i, $i=\overline{1,n}$, з умови

© Науково-дослідний центр правової інформатики
Академії правових наук України

$$I_1(\alpha_n) = \int_0^T \left[m(t) - \sum_{i=1}^{n} c_i \psi_i(t) \right]^2 dt \to \min_{\{c_i\}_{i=1}^n},$$

тобто із нормальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$(m, \psi_k) = \sum_{i=1}^{n} c_i (\psi_i, \psi_k), \ k = \overline{1, n},$$

де $\psi_i(t) = \int_0^{t-a(t)} \varphi_i(u) \cdot y(t-u) \cdot m(t-u) \cdot du$, $\quad (m, \psi_k) = \int_0^T m(t) \cdot \psi_k(t) \cdot dt$,

$$(\psi_i, \psi_k) = \int_0^T \psi_i(t) \cdot \psi_k(t) \cdot dt; \quad i, k = \overline{1, n}.$$

Нехай c_i^*, $i = \overline{1, n}$ - розв'язок цієї системи. Тоді апроксимуючий многочлен та функціонал нев'язки мають вигляд

$$\alpha_n^*(u) = \sum_{i=1}^{n} c_i^* \cdot \varphi(u), \ I_1(\alpha_n^*) = \left\| m - A\alpha_n^* \right\|_{L_2[0,T]}^2.$$

Одержано теоретичну оцінку мінімуму функціоналу I_1 для диференційованих функцій:

Т е о р е м а 1. Якщо $\alpha(u) \in C^r[0,T]$, $r = 1,3,5,...$, а $\alpha_n(u)$ - алгебраїчний поліном $n-1$ степеня, то з точністю до головних членів відносно n справджується така оцінка мінімуму функціоналу I_1 :

$$\left\| m - A\alpha_n^* \right\|_{L_2[0,T]} \le \|A\| \cdot \frac{K_r \cdot \sqrt{T}}{2n^r} \cdot \omega\left(\frac{T^r}{2^r} \alpha^{(r)}, \frac{\pi}{n} \right),$$

де $\|A\| \le \left[\int_0^T \int_{a(t)}^t |y(\tau)|^2 \cdot |m(\tau)|^2 \cdot d\tau \cdot dt \right]^{\frac{1}{2}}$; ω - модуль неперервності функції α ;

K_r - константи Фавара, $r = 1,3,5,...$.

У випадку нестаціонарної моделі апроксимуючий многочлен вибираємо у вигляді

$$\alpha(\tau, t) \approx \alpha_n(\tau, t) = \sum_{i=1}^{n} c_i \cdot \varphi_i(\tau) \cdot \psi_i(t),$$

після чого для кожного моменту часу $t \in [0, T]$ та заданих значень функцій $m_l(t)$, $y_l(t)$, $a_l(t)$, $l = \overline{1, R}$, знаходимо невідомі коефіцієнти c_i, $i = \overline{1, n}$, з умови мінімізації критерію

$$I_2(\alpha_n, t) = \frac{1}{R} \sum_{l=1}^{R} \left[m_l(t) - \int_{a_l(t)}^{t} \alpha_n(\tau, t) \cdot y_l(\tau) \cdot m_l(\tau) \cdot d\tau \right]^2,$$

де l - номер досліджуваного об'єкту, R - їхня кількість.

© Науково-дослідний центр правової інформатики
Академії правових наук України

Одержано оцінки мінімумів критерію $I_2(\alpha,t)$ та функціоналу $\hat{I}_2(\alpha)=\frac{1}{T}\int_0^T I_2(\alpha,t)\cdot dt$ для деяких класів диференційованих функцій α. Знайдено також теоретичні оцінки мінімумів критеріїв I_1 та I_2 з врахуванням обмежень $\alpha \ge 0, \alpha_n \ge 0$. Ці результати та доведення теореми1 детально описано в [2].

Розв'язок інтегральних рівнянь часто існує не в звичайних класах функцій, а в узагальнених. Щоб знайти наближення для таких узагальнених розв'язків методом найменших квадратів, треба мати приклади повних систем узагальнених функцій, які просто обчислюються. Побудуємо один з таких прикладів.

Наведемо необхідні визначення і позначення, додержуючись [3].

Нехай $C^1[0,T]$ - множина неперервних, диференційованих на $[0,T]$ функцій $x(\tau)$, для яких

$$x(\tau)\big|_{\tau=T}=\frac{dx}{d\tau}\big|_{\tau=0}=0,\qquad (x,y)_1=\int_0^T\left(\frac{dx}{d\tau}\cdot\frac{dy}{d\tau}\right)\cdot d\tau,$$

$$\|x\|_1=\left(\int_0^T\left|\frac{dx}{d\tau}\right|^2 d\tau\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad (2)$$

а W^{+1} - поповнення множини $C^1[0,T]$ за нормою (2).

Нехай $x(\tau)\in L_2$, $y(\tau)\in W^{+1}$, $\tau\in[0,T]$. Позначимо через W^{-1} поповнення простору L_2 за нормою:

$$\|x\|_{-1}=\sup_{y\neq 0, y\in W^{+1}}\frac{1}{\|y\|_1}\left|\int_0^T x(\tau)\cdot y(\tau)\cdot d\tau\right|.$$

Як вказано, наприклад, в [3], дельта-функцію δ можна розглядати як елемент простору W^{-1}, і для $x\in W^{-1}$ виконуються співвідношення

$$\|x\|_{-1}=\sup_{y\neq 0, y\in W^{+1}}\frac{|\langle x,y\rangle|}{\|y\|_1},\qquad \langle x,y\rangle=\lim_{i\to\infty}\int_0^T x_i(\tau)\cdot y(\tau)d\tau,$$

де $x_i\in L_2$, причому $\|x_i-x\|_{-1}\to 0$, якщо $i\to\infty$.

Позначимо через D оператор диференціювання $\frac{d}{d\tau}$ (маємо на увазі похідну по Соболєву). Оператор D відображає простір W^{+1} на L_2, причому виконується рівність $\|Dy\|_{L_2}=\|y\|_1$, а оператор диференціювання $D^*=-\frac{d}{d\tau}$ – простір L_2 на W^{-1}, тобто $\|D^*X\|_{-1}=\|X\|_{L_2}$ [3].

© Науково-дослідний центр правової інформатики
Академії правових наук України

Розділимо інтервал $[0,T]$ на n підінтервалів довжиною $h_n = T/n$ і покладемо $\tau_k^{(n)} = k\cdot T/n = k\cdot h_n$, $k=\overline{0,n}$; $e_k^{(n)}(\tau)=\delta(\tau-\tau_k^{(n)})$, $\tau\in[0,T]$, $k=\overline{0,n-1}$. Будемо використовувати інтегральний модуль неперервності функції з простору L_2 [4]:

$$\omega_2(X,h_n)=\sup_{0<\gamma\le h_n}\left(\int_0^T |X(u+\gamma)-X(u)|^2\,du\right)^{\frac{1}{2}},\quad X\in L_2,\ 0\le h_n\le T .$$

Справедливе твердження:

Т е о р е м а 2. Нехай $x\in W^{-1}$, $X\in L_2$ і $D^*X = x$. Існують такі числа $\alpha_k^{(n)}$, що

$$\left\| x-\sum_{k=0}^{n-1}\alpha_k^{(n)}\cdot\delta(\tau-\tau_k^{(n)})\right\|_{-1}\le\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\cdot\omega_2(X,h_n),\quad n=1,2,\dots .$$

Доведення теореми 2 наводиться в [5].

Як наслідок, одержуємо, що система узагальнених функцій $\{\delta(\tau-\tau_k^{(n)})\}$ є повною в просторі W^{-1}. Крім цього, за допомогою алгоритму Шмідта в просторі W^{-1} можна побудувати ортонормовану систему функцій $\{\tilde{e}_k^{(n)}(\tau)\}$, еквівалентну системі $\{e_k^{(n)}(\tau)\}$, $k=\overline{1,n}$, яка має вигляд:

$$\tilde{e}_1^{(n)}(\tau)=\frac{\delta(\tau-\tau_1^{(n)})}{\sqrt{T-\tau_1^{(n)}}};$$

$$\tilde{e}_k^{(n)}(\tau)=\frac{\sqrt{T-\tau_{k-1}^{(n)}}\cdot\delta(\tau-\tau_k^{(n)})}{\sqrt{(T-\tau_k^{(n)})\cdot(\tau_k^{(n)}-\tau_{k-1}^{(n)})}}-\frac{\sqrt{T-\tau_k^{(n)}}\cdot\delta(\tau-\tau_{k-1}^{(n)})}{\sqrt{(T-\tau_{k-1}^{(n)})\cdot(\tau_k^{(n)}-\tau_{k-1}^{(n)})}};\ k=2,3,\dots;$$

$n=1,2,\dots;$ k,n - взаємно прості числа.

Повна ортонормована система функцій $\{\tilde{e}_k^{(n)}(\tau)\}$ використовується для апроксимації ядра

$\alpha(\tau,t)$ рівняння (1) у вигляді $\tilde{\alpha}_n(\tau,t)=\sum_{k=1}^{n}c_k\cdot\tilde{e}_k^{(n)}(\tau)\cdot\psi_k(t)$ і для оцінки критерію

$$I_2(\tilde{\alpha}_n^*,t)=\min_{\{\tilde{\alpha}_n\}}\frac{1}{R}\sum_{l=1}^{R}\left[m_l(t)-\int_{a_l(t)}^{t}\tilde{\alpha}_n(\tau,t)\cdot y_l(\tau)\cdot m_l(\tau)\cdot d\tau\right]^2 .$$

Справедливе наступне твердження [2]:

Т е о р е м а 3. Нехай $\alpha(\tau,t)\in W^{-1}\times C$, $X(\tau,t)\in L_2\times C$ і для всіх $t\in[0,T]$

$$D^*X(\tau,t)=\alpha(\tau,t)\ \ (D^*=-\frac{d}{d\tau}),\quad \omega_t(X,\frac{T}{n})=\sup_{0<h\le\frac{T}{n}}\left(\int_0^T|X(\tau+h,t)-X(\tau,t)|^2d\tau\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Тоді для зафіксованого $t=b$ виконується така оцінка критерію $I_2(\tilde{\alpha}_n^*,t)$:

© Науково-дослідний центр правової інформатики
Академії правових наук України

$$I_2(\tilde{\alpha}_n^{\ *}, b) \le \tilde{A} \cdot \left[\omega_b\left(X, \frac{T}{n} \right) \right]^2,$$

$$\text{де } \tilde{A} = \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2} \right) \cdot \frac{1}{R} \sum_{l=1}^{R} \int_0^T \left| \frac{d(m_l(\tau) \cdot y_l(\tau))}{d\tau} \right|^2 d\tau .$$

Одержані теоретичні результати можна застосовувати для розв'язування практичних задач моделювання систем, що розвиваються, в економіці, техніці, біології та ін., зокрема, для оцінки точності ідентифікації. Розроблена процедура ідентифікації динамічних об'єктів з мультиплікативним ядром може бути використана за побудови теорії систем, що розвиваються, і систем керування для них.

Використана література

1. Глушков В.М., Иванов В.В., Яненко В.М. *Моделирование развивающихся систем*. – М., 1983.

2. Гладкивская О.В. *Исследование задач идентификации для одного класса динамических систем*: Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. – К., 1990.

3. Диденко В.П., Ляшко И.И. *Динамические системы с разрывными характеристиками*. – К.: Изд-во Киев. ун-та, 1977.

4. Корнейчук Н.П. *Экстремальные задачи теории приближения*. – М., Наука, 1976.

5. Гладківська О.В. *Приклад повної ортонормованої системи в гільбертовому просторі узагальнених функцій.* – К.:Український математичний журнал. Т. 49, 1997. – № 5.

~~~~~~~~~~~ ● ● ● ~~~~~~~~~~~~

КАЛЮЖНИЙ Р.А., *доктор юридичних наук, професор,*
ХАХАНОВСЬКИЙ В.Д., *кандидат юридичних наук, доцент*
ЦИМБАЛЮК В.С., *кандидат юридичних наук*

СТРУКТУРА НАУКИ І НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ "ІНФОРМАЦІЙНЕ ПРАВО"

Структура науки і дисципліни "Інформаційне право" визначається з позицій системного підходу з урахуванням положень, розроблених наукою. Обсяг тем для вивчення визначається на основі часу, виділеного для даної дисципліни відповідно до програми навчального закладу.

Об'єкт і предмет науки і навчальної дисципліни "Інформаційне право" визначається відповідно до суті інформаційного законодавства:

Об'єкт – суспільні інформаційні відносини.

Провідний предмет суспільних відносин – інформація.

Безпосередніми предметами виступають конкретні види та форми інформації щодо конкретних інформаційних відносин, інформаційної діяльності тощо.

Система інформаційного права як науки знаходиться у стадії формування та розвитку. Структурно, у відповідності з традиціями юридичної науки вона повинна мати дві частини:

Загальну частину – визначення основних понять та категорій інформаційних правовідносин; суб'єкти та об'єкти інформаційних правовідносин; принципів інформаційних правовідносин; система правового регулювання інформаційних правовідносин; провідні інститути інформаційних правовідносин.

© Науково-дослідний центр правової інформатики
Академії правових наук України
~~~~~~~~~~~