УДК 519.711.3

ГЛАДКІВСЬКА О.В., *кандидат фізико-математичних наук,*
старший науковий співробітник,
головний науковий співробітник НДІІП НАПрН України

ПРИКЛАД МОДЕЛЮВАННЯ СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМ ЗА ДОПОМОГОЮ ІНТЕГРАЛЬНИХ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ В.М. ГЛУШКОВА

Анотація. *Питання моделювання соціальних систем за допомогою інтегральних динамічних моделей В.М. Глушкова та знаходження окремих параметрів двопродуктової моделі.*

Ключові слова: *інформаційні системи, математична модель, інтегральні динамічні моделі В.М. Глушкова, вейвлет-аналіз.*

Аннотация. *Вопросы моделирования социальных систем при помощи интегральных динамических моделей В.М. Глушкова и определения отдельных параметров двухпродуктовой модели.*

Ключевые слова: *информационные системы, математическая модель, интегральные динамические модели В.М. Глушкова, вейвлет-анализ.*

Summary. *On modeling of social systems using Victor Glushkov integral dynamic models and finding certain parameters of two-product model.*

Keyword: *informational system, mathematical model, Victor Glushkov integral dynamic models, wavelet analysis.*

Постановка проблеми. Будь-який соціальний організм є активною саморегулюючою системою, що розвивається і функціонує, пристосовуючись до зовнішніх умов, взаємодіє з навколишнім суспільством і природним середовищем. До якісних особливостей соціальної системи відноситься те, що вона: є багатофакторною, імовірнісною системою; спирається на сукупність специфічних закономірностей, що повинні враховуватися при формуванні раціональної моделі механізму функціонування правової системи; має властиві їй цілі, що можуть або співпадати з цілями правового регулювання, або відрізнятися від них (наприклад, цілі окремих членів суспільства чи соціальних груп не співпадають з цілями і нормами, прийнятими в суспільстві); пов'язана не тільки з правовими, але й з іншими соціальними регуляторами (політичними, моральними, технічними нормами та ін.), що можуть виявляти себе як локально діючі регулюючі системи; характеризується динамізмом, включаючи і стрибкоподібний, що має враховуватися в процесі правового регулювання [1].

В інформатиці і кібернетиці важливу роль відіграє поняття складної динамічної системи. Складні динамічні системи є множиною більш простих, кожна з яких є, у свою чергу, самостійною системою (прості підсистеми). Стан усієї системи й окремих елементів характеризується значенням одного параметра або їх множиною, закономірності зміни яких можуть бути різні. Перехід системи з одного стану в інший називається процесом. Перехід системи з одного стану в інший шляхом впливу на її параметри називається керуванням. Інша характерна риса складної динамічної системи – це її розвиток. В усіх складних динамічних системах керування відбувається шляхом збору, поширення, збереження і переробки інформації, формування і передачі команд керування виконавчим органам.

Важливим прикладом динамічних систем, у яких відбуваються процеси керування, є інформаційні системи. Автоматизована інформаційна система – це людино-машинні комплекси з наявними процедурами введення, пошуку, опрацювання за певними алгоритмами даних, розміщення та видачі інформації. Всі дані інформаційної системи строго систематизовані та впорядковані. Структурними елементами інформаційних систем є: база даних; персонал, що обслуговує систему; програмні і технічні засоби; користувачі системи. В [1] виділено такі загальні властивості автоматизованих інформаційних систем:

- будь-яка інформаційна система може бути проаналізована, побудована і керована на основі загальних принципів конструювання систем;
- інформаційна система є динамічною системою, що розвивається;
- вихідним продуктом інформаційної системи є інформація, на основі якої приймаються рішення;
- інформаційну систему слід сприймати як людино-комп’ютерну систему опрацювання інформації.

В процесі створення та дослідження інформаційних систем застосовують метод моделювання. Моделювання – спосіб теоретичного або практичного опосередкованого пізнання, у процесі якого використовується деякий допоміжний об’єкт – модель. В процесі дослідження модель здатна давати нову інформацію про властивості об’єктивного явища або процесу, що моделюється. Модель, що використовується у процесі пізнання, перебуває у чітко визначеному відношенні з об'єктивною реальністю. Визначені в процесі дослідження моделі якості і властивості потім за аналогією переносяться на саме явище, що досліджується, моделюється. В основі даного методу лежить теорія подібності, що розроблена в сфері природничих наук. Моделювання спрямоване на виділення істотних елементів об’єкта пізнання, що підлягають формалізації і вираженню на мові системно-структурного аналізу.

Можна виділити такі моделі, що стосуються сфери юридичної науки [1]: моделі механізму правового регулювання; логіко-математичні моделі правових норм; кримінологічні моделі стану, причин та динаміки злочинів; статистичні моделі.

Аналіз останніх досліджень та публікацій свідчить про те, що значна увага науковців приділена особливому виду моделей – математичним моделям реальних соціальних процесів. Математичне моделювання є важливим методологічним засобом розв’язання задач організаційно-правової діяльності й, як зазначається у [3], – *“на теоретичний дискурс і наукове вирішення чекають і проблеми розуміння інформації, ролі та ступеня її впливу на правову дійсність в цілому”*. Однією з підстав успішного моделювання соціальних процесів і прогнозування результатів певних соціальних процедур є врахування взаємозв’язку подій з інформаційним середовищем, зокрема з його найбільш динамічною та сучасною частиною – множиною інформаційних ресурсів мережі Інтернет [3]. Серед сучасних засобів аналізу часових рядів на прикладі дослідження інформаційних потоків веб-публікацій, зібраних з мережі Інтернет, використовується, зокрема, і вейвлет-аналіз [3].

Мета статті – опис математичної моделі системи, що розвивається, та розв’язання задачі заходження параметрів моделі, фізичний зміст яких – показники ефективності функціонування системи. Актуальність дослідження пов’язана з важливістю моделювання реальних соціальних процесів з метою розв’язання задач прогнозування для вироблення стратегії прийняття вірного й оптимального рішення.

Математична модель в загальному сенсі є множиною символічних математичних об’єктів та відношень між ними. Математична модель буде відтворювати вибрані сторони розглядуваної системи, якщо будуть встановлені правила відповідності, що поєднують специфічні об'єкти і відношення системи з певними математичними об'єктами та відношеннями. Модель – це система, що відображає іншу систему. З точки зору своєї форми математична модель виступає як рівняння, система рівнянь чи нерівностей, формула, функція, множина, вектор, матриця і таке інше.

Математична модель (образ, представлення і т.п.) соціального процесу – це формулювання таких його сторін, властивостей і якостей, що можуть бути виражені кількісно за допомогою методів і засобів сучасної математики.

Математичні моделі можуть насамперед кількісно характеризувати зв'язки між самими показниками соціально-правової статистики. Важливими є моделі, що кількісно характеризують статистичні зв'язки між соціально-правовими явищами і соціальними причинами (за умови, якщо ці причини будуть виявлені і зможуть знайти точне кількісне відображення), а також соціально-демографічними чинниками.

Виклад основних положень. Серед апарату моделювання складних систем значний інтерес представляє клас інтегральних динамічних моделей, розроблений академіком В.М. Глушковим та його учнями [4]. Ці моделі знайшли широке застосування при моделюванні систем, що розвиваються, а саме економічних, технічних, біологічних, екологічних та соціальних систем, окремих галузей і підприємств, наукових організацій, обчислювальних центрів і т.п. Інтегральні динамічні моделі В.М. Глушкова можна використовувати також для моделювання та дослідження програмно-технічних систем захисту інформації.

За допомогою динамічних моделей В.М. Глушкова можна описувати найскладніші еволюційні системи, зокрема, соціальні системи, з метою застосування в теорії управління соціальними системами для розв'язання певних оптимізаційних задач на практиці. Український вчений-кібернетик В.В. Іванов у роботі [5] описав математичну модель складної соціальної системи – цивілізації, використовуючи при цьому апарат інтегральних динамічних моделей В.М. Глушкова.

Пояснимо суть інтегральних динамічних моделей В.М. Глушкова, порівнявши їх з одним із класичних методів опису динамічних систем. Як відомо, довільну лінійну динамічну систему можна описати інтегральною динамічною моделлю, що визначає взаємозв'язок входу $u(t)$ і виходу $x(t)$ системи співвідношенням [6]:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{t} K(\tau,t) \cdot u(\tau) \cdot d\tau, \tag{1}$$

де: $K(\tau,t)$ – імпульсна перехідна функція системи (ядро інтегрального рівняння). Якщо функція $K(\tau,t) \neq 0$ для всіх $t-\tau > 0$, то динамічна система має так звану нескінченну пам'ять. На практиці на вихід системи $x(t)$ впливають вхідні сигнали, моменти τ подачі яких відстають від t не більше ніж на деякий час $T > 0$, тобто $t-\tau \le T$. У цьому випадку маємо динамічну систему з так званою скінченною пам'яттю, для якої $K(\tau,t) \equiv 0$ при $t-\tau > T$, а модель (1) записуємо у вигляді:

$$x(t) = \int_{t-T}^{t} K(\tau,t) \cdot u(\tau) \cdot d\tau. \tag{2}$$

У випадку не збудженої системи при $t \le 0$, для якої $u(\tau) \equiv 0$, $\tau \le 0$, модель (1) має вигляд:

$$x(t) = \int_{0}^{t} K(\tau,t) \cdot u(\tau) \cdot d\tau. \tag{3}$$

Якщо система стаціонарна (параметри не змінюються з часом), то її реакція на сигнал залежить тільки від часу $t-\tau$ після моменту подачі сигналу τ, і в даному випадку $K(\tau,t)=K(t-\tau)$.

Введемо функцію $a(t)$, значеннями якої є або 0, або ∞, або $t-T$ при $a(t)\le t$, тоді формально одержуємо один математичний запис моделей (1)-(3):

$$x(t)=\int_{a(t)}^{t} K(\tau,t)\cdot u(\tau)\cdot d\tau\,. \tag{4}$$

Таким чином, будь-яку лінійну динамічну систему можна описати інтегральною моделлю “вхід-вихід” (4). Така модель відноситься до непараметричних моделей, які використовують метод “чорного ящика”, тобто не враховують фізичну природу об’єкта моделювання, його структуру. Суттєвим недоліком цього підходу є складність визначення функції $K(\tau,t)$.

Якщо структурні зв’язки між вхідними і вихідними сигналами лінійної системи задані лінійною залежністю $u(\tau)=Y(\tau)\cdot x(\tau)+u_0(\tau)$, причому типи та інтенсивності зв’язків визначаються матрицею $Y(\tau)$, то замість моделі (4) одержимо таку неявну інтегральну динамічну модель з урахуванням структури:

$$x(t)=\int_{a(t)}^{t} K(\tau,t)\cdot Y(\tau)\cdot x(\tau)\cdot d\tau+f(t)\,, \tag{5}$$

де: $f(t)=\int_{a(t)}^{t} K(\tau,t)\cdot u_0(\tau)\cdot d\tau$ – задана функція.

Залежність (5) – це лінійне інтегральне рівняння Вольтерра другого роду відносно вихідного сигналу $x(t)$, його розв’язання еквівалентне задачі визначення імпульсної перехідної функції в моделі (4).

Розглянемо важливі модифікації динамічних моделей, запропоновані В.М. Глушковим, на прикладі найпростішої двопродуктової моделі.

Будемо враховувати тільки дві загальні функції системи моделювання: перша (внутрішня), що забезпечує її існування, і друга (зовнішня), що є результатом її взаємодії з зовнішнім середовищем. Матеріальні носії першої функції назвемо продуктами першого (I) виду, другої – продуктами другого (II) виду. Об’єкт моделювання поділимо на дві підсистеми А і Б наступним чином: система А за допомогою одної частини раніше вироблених продуктів I виду створює продукти I виду, система Б за допомогою іншої частини раніше вироблених продуктів I виду створює продукти II виду.

Найпростіша двопродуктова модель системи має вигляд [5]:

$$m(t)=\int_{a(t)}^{t} \alpha(\tau,t)\cdot y(\tau)\cdot m(\tau)\cdot d\tau\,; \tag{6}$$

$$c(t)=\int_{a(t)}^{t} \beta(\tau,t)\cdot[1-y(\tau)]\cdot m(\tau)\cdot d\tau\,; \tag{7}$$

$$M(t)=\int_{0}^{t} m(\tau)\cdot d\tau\,,\quad P(t)=\int_{a(t)}^{t} m(\tau)\cdot d\tau\,,\quad C(t)=\int_{0}^{t} c(\tau)\cdot d\tau\,,\quad G(t)=\int_{0}^{a(t)} m(\tau)\cdot d\tau\,;$$

$$0\le y\le 1;\quad 0\le t_0\le t;\quad 0\le a(t)<t;\quad a(t_0)=0;\quad t,\tau\in[0,T];$$

де: t_0 – початковий момент дослідження;

$m(t)$ – швидкість створення нових продуктів І виду в момент t;

$y(t)$ – доля продуктів І виду, що використовуються для створення продуктів І виду, в момент t;

$\alpha(\tau,t)$ – продуктивність створення продуктів І виду для виконання внутрішніх функцій системи;

$c(t)$ – швидкість створення продуктів ІІ виду в момент $\boldsymbol{t}$;

$a(t)$ – часова межа ліквідації застарілих продуктів І та ІІ виду (ніякі продукти, створені в момент $\tau < a(t)$, в момент t не використовуються);

$1 - y(t)$ – доля продуктів І виду, що використовуються для створення продуктів ІІ виду, в момент t;

$\beta(\tau,t)$ – продуктивність створення продуктів І виду для виконання зовнішньої функції системи;

$M(t)$ – загальна кількість продуктів І виду;

$C(t)$ – кількість продуктів ІІ виду;

$P(t)$ – кількість продуктів І виду, що функціонують в системі;

$G(t)$ – кількість застарілих ресурсів, що вже не використовуються в системі для забезпечення виконання зовнішньої і внутрішньої функції;

T – кінцевий момент дослідження.

Наведена модель – лінійна. У випадку нелінійної двопродуктової моделі функції α, β залежать не тільки від моментів часу τ, t, але й від функцій m, y, a, тобто $\alpha = \alpha(\tau,t,m,a,y)$, $\beta = \beta(\tau,t,m,a,y)$. З математичної точки зору α – це ядро інтегрального рівняння (6), β – рівняння (7).

Питання побудови математичних моделей різних процесів та об’єктів тісно пов’язані з задачами ідентифікації як задачами визначення (оцінювання) параметрів і структури об’єктів за результатами експериментальних досліджень.

Алгоритми знаходження параметрів α, β моделей В.М. Глушкова, фізичний зміст яких – показники ефективності функціонування системи, описані, наприклад, в [7].

Слід зазначити, що розв’язок інтегральних рівнянь часто існує не в звичайних, а в узагальнених класах функцій. Щоб знайти наближення для таких узагальнених розв’язків, наприклад, методом найменших квадратів, треба мати приклади повних систем узагальнених функцій, які просто обчислюються.

Так як в досліджуваній моделі функція $\alpha(\tau,t)$ входить під знак інтеграла, то доцільно знаходити її в класі узагальнених функцій по одній змінній τ. Дослідження проводились для функцій x з негативного простору W^{-1} [8].

В цьому просторі, зокрема, побудовано повну ортонормовану систему $\{\tilde{e}_k^{(n)}(\tau)\}$, $k = \overline{1,n}$, яка використовується для апроксимації ядра $\alpha(\tau,t)$ рівняння (6) по змінній τ, і має вигляд:

$$\begin{cases} \tilde{e}_1^{(n)}(\tau) = \dfrac{\delta(\tau - \tau_1^{(n)})}{\sqrt{T - \tau_1^{(n)}}}; \\ \tilde{e}_k^{(n)}(\tau) = \dfrac{\sqrt{T - \tau_{k-1}^{(n)}} \cdot \delta(\tau - \tau_k^{(n)})}{\sqrt{(T - \tau_k^{(n)}) \cdot (\tau_k^{(n)} - \tau_{k-1}^{(n)})}} - \dfrac{\sqrt{T - \tau_k^{(n)}} \cdot \delta(\tau - \tau_{k-1}^{(n)})}{\sqrt{(T - \tau_{k-1}^{(n)}) \cdot (\tau_k^{(n)} - \tau_{k-1}^{(n)})}}; \quad k = 2,3,...; \end{cases} \tag{8}$$

де: δ – позначення дельта-функції; $n = 1,2,...$; k, n – взаємно прості числа; $\tau_k^{(n)} = k \cdot T / n = kh_n$, $k = \overline{0, n}$.

Похибка апроксимації функції $x \in W^{-1}$ в даному випадку виражається через інтегральний модуль неперервності функції X з простору L_2, а саме:

$$\left\| x - \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_k^{(n)} \cdot \delta(\tau - \tau_k^{(n)}) \right\|_{-1} \le (1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) \cdot \omega_2(X, h_n), \qquad n = 1,2,... \ .$$

Застосування системи (8) приводить до функцій, які просто обчислювати (при умові, що просто обчислюються задані функції). Наприклад, у випадку лінійного інтегрального оператора $Kx(t) = \int_0^T K(\tau, t) \cdot x(\tau) d\tau$, $K(\tau, t) \in L_2 \times C$, одержуємо:

$$K\widetilde{e}_1^{(n)}(t) = \frac{1}{\sqrt{T - \tau_1^{(n)}}} K(t, \tau_1^{(n)});$$

$$K\widetilde{e}_k^{(n)}(t) = \frac{\sqrt{T - \tau_{k-1}^{(n)}} \cdot K(t, \tau_k^{(n)})}{\sqrt{(T - \tau_k^{(n)}) \cdot (\tau_k^{(n)} - \tau_{k-1}^{(n)})}} - \frac{\sqrt{T - \tau_k^{(n)}} \cdot K(t, \tau_{k-1}^{(n)})}{\sqrt{(T - \tau_{k-1}^{(n)}) \cdot (\tau_k^{(n)} - \tau_{k-1}^{(n)})}}; \ k = 2,3,... \ .$$

Отримані результати представляють інтерес в моделюванні інформаційних систем соціального призначення, в загальній теорії ідентифікації систем та апроксимації функцій.

Що стосується актуального наукового напрямку моделювання інформаційних потоків засобами вейвлет-аналізу, то систему (8), тобто повну ортонормовану систему $\{\widetilde{e}_k^{(n)}(\tau)\}$, $k = \overline{1, n}$, можна використовувати як базисний вейвлет.

Вейвлет-аналіз є важливим інструментом для дослідження частотно-часової поведінки сигналів і дає опосередковану інформацію про частотний склад сигналу та його зміну в часі. Це досягається через розклад сигналу на сукупність складових з компактним носієм, кожна з яких є розтягнутою або стиснутою копією єдиної материнської вейвлет-функції. При проведенні аналізу сигналів за допомогою неперервного вейвлет-перетворення (НВП) основним етапом є розрахунок вейвлет-коефіцієнтів. Для розрахунку вейвлет-перетворень сигналів переважно використовується апроксимація неперервного вейвлет-перетворення, при цьому необхідно мати формульний вираз для розрахунку значень материнського вейвлету, до того ж, материнська функція має утворювати при масштабуванні ортогональний базис.

Також відомі дослідження [9], в яких неперервний сигнал побудований на основі дискретного сигналу у вигляді суми зміщених дельта-функцій, і у виразі для НВП дискретних сигналів, із врахуванням фільтруючої властивості дельта-функції, використовуються лише значення відліків сигналу і значення вейвлету в моменти відліків. Тобто розрахунки не вимагають проведення апроксимації та чисельного інтегрування, що позбавляє від необхідності додаткових обчислень.

Висновки.

В статті зроблено опис математичної моделі системи, що розвивається. Дається постановка задачі ідентифікації інтегральних динамічних моделей В.М. Глушкова, що полягає в знаходженні функцій, фізичний зміст яких – показники ефективності функціонування системи, яку моделюють. Наведено приклад розв'язання задачі ідентифікації, оснований на використанні методу найменших квадратів та побудові повної ортонормованої системи узагальнених функцій. Одержані результати представляють інтерес в моделюванні інформаційних систем соціального призначення, в загальній теорії ідентифікації систем та апроксимації функцій, а також при моделюванні інформаційних потоків засобами вейвлет-аналізу.

Використана література

1. Гаврилов О.А. Курс правової інформатики / О.А. Гаврилов. – М. : НОРМА, 2000. – 432 с.
2. Дзьобань О.П. До проблеми коеволюції права й інформації // Інформація і право. – 2012. – № 3(6). – С. 7-13.
3. Горбулін В.П. Інформаційні операції та безпека суспільства: загрози, протидія, моделювання: монографія / В.П. Горбулін, О.Г. Додонов, Д.В. Ланде. – К. : Інтертехнологія, 2009. – 164 с.
4. Глушков В.М. Моделирование развивающихся систем / В.М. Глушков, В.В. Иванов, В.М. Яненко. – М. : Наука, 1983. – 352 с.
5. Ivanov V.V. Model Development and Optimization / Viktor V. Ivanov. – Dordrecht. – Boston-London : Kluwer Academic Publishers, 1999. – 249 p.
6. Солодовников В.В. Спектральная теория нестационарных систем управления / В.В. Солодовников, В.В. Семенов. – М. : Наука, 1974. – 336 с.
7. Гладківська О.В. Дослідження окремих параметрів систем, що розвиваються // Правова інформатика. – № 1(21). – 2009. – С. 24 – 28.
8. Гладківська О.В. Приклад повної ортонормованої системи в гільбертовому просторі узагальнених функцій / Укр. мат. журн. – 1997. – Т. 49. – № 5. – С. 725-28.
9. Попов А.О. Вейвлет-аналіз дискретних сигналів для довільних масштабів // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2010. – № 2. – С. 16-23.

~~~~~~~~~~~~ * * * ~~~~~~~~~~~~~
~~~~~~~~~~~~