

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОБЛЕМИ КВАНТИФІКАЦІЇ Й ОЦІНЮВАННЯ ОСОБИСТИХ ЗНАТЬ

Постановка проблеми. Формування інформаційно-технологічного суспільства, докорінні зміни в соціальному, економічному та духовному розвитку держави вимагають підвищення якості вищої освіти, забезпечення її мобільності, привабливості, конкурентоспроможності на ринку праці. Це вимагає подальшого вдосконалення її організації, а також модернізації та розвитку освітнього процесу на шляху підвищення ролі й ефективності сучасних систем контролю навчальних досягнень студентів, які сприяють реалізації функції мотивації – спонукання їх до ефективної, творчої праці шляхом поглиблення, розширення й оновлення знань та вмій. У зв'язку з вказаним, виникає актуальна та недостатньо розроблена **проблема** об'єктивного оцінювання рівнів знань і вмій студентів, вирішення якої істотно залежить від ступеня досконалості математичних методів дослідження. Використання формалізованої мови, яка задовольняє умовам несуперечності та достатньої загальності, дозволяє не тільки адекватно описувати дидактичні об'єкти але й установлювати співвідношення надто складні, щоб їх можна було коротко вербально описувати. Проте мінімізувати в дослідженнях обсяг природної мови за рахунок побудови формалізованої мови, системи символічних, абстрактних, математичних об'єктів і теорій і, як наслідок, створити нову науку – **аналітичну дидактику**, досить складно. Однією із причин є відсутність теорії квантифікації знань, яка б дозволила перенести акцент з описового та прескриптивного стилів викладу результатів педагогічних досліджень на математично-формалізований та приписуючий стилі (об'єкти й операції формальної логіки, математичні моделі та методи, аксіоми, теореми, правила, алгоритми тощо).

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Теорія та методи оцінювання якості в педагогіці отримало широкий розвиток в останні десятиліття. Педагогічній кваліметрії та діагностиці присвячено багато наукових праць (А.М. Алексюк, С.Ф. Артюх, С.І.Архангельський, В.С. Безрукова, В.П. Беспалько, Б.П. Бітінас, Дж. Гласс, О.В. Глузман, Б.В. Гнеденко, Т.О. Дмитренко, Дж.Л. Зіннес, І.А. Зязюн, К. Ингенкамп, Л.Б. Ительсон, І.М.Козловська, О.Е. Коваленко, В.А.Козаков, В.В.Красвський, М.І. Лазарев, О.М.Леонтьев, В.І.Міхеєв, Б.І. Мокін, Н.М. Розенберг, Г.К. Селевко, П.І. Сікорський, Дж.Стенлі, С.С.Стівенс, П. Суппес, Л.Т. Турбович, В.В. Ягупов та ін.). Зокрема, концепції та методи оцінювання знань і вмій студентів (учнів) висвітлені в роботах [7; 13; 14; 17]. Проте відсутність національних стандартів науково-педагогічної термінології призводить до смислової нестійкості діагностичних і кваліметричних термінів і понять, неоднозначної їх трактовки. Педагогічна діагностика, яку започаткувала К. Ингенкамп, "...сьогодні все ще є більше активно дискусійною та невизначеною програмою, ніж сформованою науковою дисципліною" [7, с. 6]. До сьогодні ще недостатньо розроблені теоретичні питання адекватного шкалювання в дидактиці та відповідні кваліметричні моделі оцінювання якості знань студентів, не обґрунтовані межі застосування системи бальних оцінок.

Постановка завдання. Завданням даного дослідження є побудова кваліметричної моделі оцінювання якості знань студентів на основі концепції квантифікації.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо предметну область (ПО), тобто сукупність об'єктів (предметів, явищ, процесів тощо), які мають певні зв'язки між собою. З точки зору дослідника, певна сукупність взаємопов'язаних об'єктів, абстрагованих від багаточисленних другорядних властивостей, має назву "**емпірична структура**", а зв'язки між об'єктами ПО розглядаються як **емпіричні відношення** – "...твердження суб'єктів про суб'єктивні відношення між емпіричними об'єктами" [15, с. 11]. Структура емпіричних відношень, що відображає певні закони функціонування відповідних об'єктів оцінювання (закони збереження інваріанта) і є шкалоформуючою ознакою, має назву **реляційна система** [3]. Емпірична структура є основою **емпіричної системи з відношеннями** (ЕСВ), яка відображає фрагмент дійсності або ПО. Якщо n – число об'єктів a_i , $i = \overline{1, n}$, $i \in I$, де I – множина об'єктів ПО, а J – множина відношень R_j^* між об'єктами ПО, $j = \overline{1, m}$, m – число відношень, то ЕСВ, як модель фрагмента дійсності, можна подати у вигляді короткежу:

$$\langle \mathfrak{A}_i, \mathfrak{J} \rangle \in \mathbf{I}, \leftrightarrow; \mathfrak{R}_j^*, \mathfrak{J} \rangle \in \mathbf{J}, \leftrightarrow \rangle, \quad (1)$$

де знак « \leftrightarrow » означає еквівалентність.

Особисте знання про об'єкт ПО – латентна, нечітка та ієрархічна структура понять, яка є результатом таких мнемонічних й інтелектуальних процесів, як сприймання, розуміння (осмислення, усвідомлення), застосування, перетворення (узагальнення, систематизація, трансформація) і запам'ятовування (закріплення в довготерміновій пам'яті порцій навчальної інформації у вигляді когнітивних структур або енграм). Обернений процес, тобто відтворення студентом засвоєного знання, пов'язаний з довільним чи рефлекторним виникненням в його свідомості образу та уявлення про раніше вивчений навчальний матеріал. Як показали А.Т. Ашеров, Г.І. Сажко, Т.В. Ящун [17], структурно-сміслова модель навчального матеріалу має вигляд графу понять ярусно-паралельної форми $\Gamma = \mathfrak{V}, \mathfrak{O}$, де $\mathfrak{V} = \mathfrak{V}_i, \mathfrak{J}$ множина цілих одиниць знання (понять), \mathfrak{O} – відображення множини \mathfrak{V} в \mathfrak{V} .

Припускаємо, що нечітка множина \mathbf{M} в деякому непустому просторі \mathbf{X} ($\mathbf{M} \subseteq \mathbf{X}$) формалізує особисте знання та визначається унімодальною функцією приналежності L . Заде $m_m(x)$ [22]:

$$\mathbf{M} = \{(x, m_m(x)); x \in \mathbf{X}\}, \quad (2)$$

де $m_m(x)$ являє собою ступінь приналежності x до \mathbf{M} , а $m_m: \mathbf{X} \rightarrow [0,1]$. Наприклад, знання студента про авіаційні двигуни задаються лінгвістичною змінною “*потужність*”, яка визначена на деякому базовому наборі значень $x_i, i = \overline{1,4}$ числової шкали \mathbf{X} {“незначна”

(1 МВт), “середня” (8 МВт), “велика” (40 МВт), “дуже велика” (500 МВт)}. Функція приналежності $m_m(x)$ визначає суб'єктивну ступінь упевненості студента про те, що певне значення x_i можна віднести до даної категорії двигунів: поршневі, турбогвинтові, турбореактивні, реактивні. Тоді значення нечіткої множини “велика потужність турбореактивного двигуна” можна задати таким чином:

$$\mathbf{M} = \{(1, 0,1), (8, 0,6), (40, 1), (500, 0,8)\} \quad (3)$$

Розглядаємо мозок у вигляді відкритої синергетичної системи, яка функціонує та розвивається завдяки наявності негентропійних потоків (речовинно-енергетичних та інформаційних), що утримують її далеко від рівноважного стану. Тоді, як ми показали [11], **відтворення студентом знання**, як латентної форми мнемонічно-інтелектуальних дій, пов'язано зі збільшенням ентропії системи в певних межах. У рамках феноменологічного підходу цей процес можна описати у першому наближенні такою динамічною моделлю:

$$\frac{\partial \mathbf{H}_v}{\partial t} = -\mathbf{div} \phi + \sigma, \quad (4)$$

де \mathbf{H}_v – ентропія одиниці об'єму; $\partial \mathbf{H}_v / \partial t$ – функція дисипації (приріст або вироблення ентропії); $d\mathbf{H}_v = -d\mathbf{I}_v$, де \mathbf{I}_v – інформація одиниці об'єму; ϕ – вектор густини потоку ентропії; σ – параметр, який відіграє роль бази знань людського мозку ($\sigma > 0$).

Оцінювання особистих знань – це прерогатива діагностики та кваліметрії. **Діагностика** – міждисциплінарна сфера досліджень, яка охоплює теорію, методи та засоби визначення станів і параметрів об'єктів. К.Інгенкамп у діагностичній діяльності виділила такі аспекти [7]: спостереження (порівняння), аналіз, прогнозування, інтерпретація (оцінювання, індексация), контроль за дією на учнів різних діагностичних методів. Оцінювання та контроль якості навчання є складовими частинами діагностування.

Кваліметрія розглядає закономірності, принципи, логіку та алгоритми оцінювання якості об'єктів дійсності. Результат оцінювання якості \mathbf{Q} (the quality) об'єкта (\mathbf{Ob}) – це **оцінка якості** $\mathbf{O}(\mathbf{Q})$ об'єкта, яка залежить від таких факторів [3]: множини властивостей $\mathfrak{A}_i, \mathfrak{J} \in \overline{1, m}$ об'єкта оцінювання \mathbf{Ob} ; характеристик $\mathfrak{S}_j, \mathfrak{J} \in \overline{1, n}$ суб'єкта оцінювання (\mathbf{Sb}), тобто його цілей, мотивів, потреб, інтересів; бази порівняння (\mathbf{B}) (система шкал, еталонів, нормативів якості, критеріїв тощо); логіки оцінювання, що формалізується послідовністю операторів і виражається алгоритмом оцінювання (\mathbf{Al}). Враховуючи той очевидний факт, що названі компоненти змінюються з плином часу t (фізичні чи моральні зноси, зміни світового технічного рівня, економічних потреб, соціальних нормативів та ін.), то оцінка якості є динамічною моделлю, яка зображується кортежем

$$OQ \approx \langle \mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, A, t \rangle. \quad (5)$$

Оцінювання якості продуктів навчальної діяльності може здійснюватися суб'єктивно (на основі інтуїції та дискурсивного мислення) або об'єктивно (на основі креативного мислення та певних методів). Об'єктивне оцінювання – процес прийняття детерміновано-стохастичного рішення, яке, – як показав М.І.Лазарев, – здійснюється шляхом "...створення та динамічного перетворення як еталонів (критеріїв), так і поточних образів (моделей) ситуації, а також їх структурне порівняння" [13, с.188]. Проте еталонів правильних рішень немає тому, що в цьому випадку оцінка може виявитися надто суб'єктивна. Ось чому звертаються до альтернативи припустимих рішень, серед яких вибирається оптимальне рішення на основі наперед заданого якісного чи кількісного критерію або сукупності критеріїв (однокритеріальний або багатокритеріальний вибір в умовах визначеності чи невизначеності).

Повертаючись до виразу (5), зазначимо, що будь-яка оцінка обов'язково залежить від суб'єкта, проте ступінь цієї залежності визначається природою системи оцінювання. Максимальна суб'єктивність спостерігається коли суб'єкт і об'єкт оцінювання ототожнюються (самооцінювання знань), а мінімальна – у випадку оцінювання якості фізичного предмета (наприклад, оцінювання експертом чи групою експертів якості виготовленої деталі). Проміжний стан займає оцінювання суб'єктом (викладачем) продуктів навчально-пізнавальної діяльності студентів. В залежності від природи суб'єкта й об'єкта, а також від характеру зв'язків між ними, здійснюється вибір бази порівняння \mathbf{B} , зокрема критеріїв якості. За критерії якості можуть бути прийняті тільки такі параметри об'єкта, які припускають можливість ефективного оцінювання якості за однією із кваліметричних шкал.

Розглядаємо студента, як емпіричний об'єкт (ЕО), який має певні суб'єктивні властивості, зокрема інтелектуально-мнемонічні. Їх роль може відігравати наявність у студента особистих технічних знань, які гомоморфно відображають предмети ПО, їх атрибути, різноманітні зв'язки між предметами (структурні, асоціативні, причинні тощо), закономірності функціонування та розвитку предметів, а також явища, процеси, перебіг ситуацій, що відбуваються в ПО. У першому наближенні особисті знання Ω можна уявити, як множину \mathbf{I} понять \mathbf{p}_i , пов'язаних між собою множиною \mathbf{J} відношень \mathbf{r}_j :

$$\Omega = \langle \mathcal{A}, \mathcal{B}_i : i \in \mathbf{I}, \mathcal{C}_j : j \in \mathbf{J} \rangle \quad (6)$$

Якість особистого знання (\mathbf{Q}) є інтегральною властивістю ЕО та одночасно об'єктом оцінювання, а також характеризується такими основними відмітними **ознаками**, як: 1) змістовність ($\exists, \xi_i, i = \overline{1, n}$); 2) повнота ($\mathcal{C}, \sigma_j, j = \overline{1, m}$); 3) глибина ($\Theta, \vartheta_g, g = \overline{1, d}$). До інших, переважно структурних, процедурних і прагматичних ознак знання відносяться: конкретність й узагальненість, згорнутість і розгорнутість, відкритість, структурованість, систематичність, системність, оперативність, гнучкість, усвідомленість, ґрунтовність тощо. **Змістовність знання** характеризується семантичним аспектом, тобто наявністю у свідомості особи понять, поєднаних структурними та змістовно-логічними зв'язками. Лінгвістичні та синтаксичні форми знання служать виразом змістовності. Експлікація **повноти знання** пов'язана зі ступенем адекватності особистого знання реальному стану ПО (абсолютна адекватність відповідає максимальній повноті знання). **Глибина знання** – ступінь сприйняття особою "...неявних, глибинних елементів семантичної структури, з рівня якого виявляє сенс інформація про об'єкти ПО" [4, с.51].

Очевидно, що основні ознаки якості особистого знання знаходяться в полі названих семантичних, релевантних й інтенсивних характеристик. Тому доцільно використати унітарне поняття, яке об'єднує вказані основні відмітні ознаки якості знання. **Цілісність особистого знання** (\mathbf{Z}) – інтегративна та латентна ознака, яка виражає синкретизм змісту знання, як абстрактної системи, його експлікацію як єдність, а також неадитивність сенсу. Семантика відношень понять у знанні може мати декларативний характер (відношення "одночасно", "причина-наслідок", "бути поруч" тощо) або процедурний характер (відношення "аргумент-функція"). Якість особистого знання \mathbf{Q} , яка у першому наближенні віддзеркалюється його цілісністю \mathbf{Z} , формалізуємо таким чином:

$$\mathbf{Q} \approx \mathbf{Z} \equiv \sum_{i,j,g} \zeta_{ijg} \leftrightarrow \sum_{i,j,g} \langle \mathcal{P}_i \exists \xi_i \rangle \cup \langle \mathcal{P}_j \exists \sigma_j \rangle \cup \langle \mathcal{P}_g \exists \vartheta_g \rangle, \quad (7)$$

$$i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}; g = \overline{1, d}.$$

Відтворення особою знання являє собою реконструкцію результатів навчання, а саме відновлення множини ідеальних образів емпіричних об'єктів і відношень між ними. Перехід від цілісності знання до його обсягу являє собою *процедуру операціоналізації*. Результатом цієї процедури є знаходження кількісної ознаки, яка з онтологічної точки зору являє собою спостережуване явище, що використовується, щоб вказати на наявність іншого явища, недоступного для прямого спостереження. Отже, *обсяг знання (V)* являє собою латентну кількісну ознаку, яка є мірою (понятійним індикатором) якісної ознаки знання – цілісності *Z*. Встановлення кореляції між понятійним індикатором *V* та якісною інтегративною ознакою *Z* являє собою часто складну проблему внаслідок "...істотно нелінійного характеру відповідних залежностей, про які на сьогодні можна будувати лише евристичні гіпотези, що ґрунтуються на загальних закономірностях складних систем, на експертних оцінках, а інколи на інтуїції та міркуваннях здорового глузду" [21, с. 201].

Для переходу від обсягу знання до емпіричного індикатора, дискретної емпіричної кількісної ознаки – *рівня знання (L, від англ. level)*, потрібно вирішити проблеми теорії вимірювання, вперше сформульованих П.Суппесом і Дж.Зінесом [19], а саме проблеми репрезентації, єдності й адекватності. На наш погляд, вказана проблематика має конструктивне вирішення в межах інноваційної концепції квантифікації.

Квантифікація (від лат.quantum – скільки, facere – робити, діяти) – способи кількісної репрезентації якісних ознак об'єкта ПО, зокрема це процедура формалізованого опису емпіричних змінних за допомогою числових змінних. Як відмічає К.Берка, у відповідності з характером числового припису, "... можна розрізнити три різних рівні квантифікації, що відповідають процедурам нумерації (цифрового приписування), числового упорядкування (шкалування) та вимірювання" [5, с.128]. Питання квантифікації відносяться до типу складних і слабо структурованих проблем, пов'язаних зі прихованими ознаками об'єктів, неоднозначним характером цифрового приписування, невизначеністю дескриптивного та метричного шкалування. Разом з тим, значення ролі квантифікації визначається формулюванням У.Томсона (барона Кельвіна): "Якщо ви в стані виміряти те, про що ви говорите, і виражати це в числах, значить, ви щось знаєте в даній галузі; але якщо ви не зможете виміряти, не виразити свої знання в числах, то ваші знання по обговорюваному предмету незадовільні: може бути, що це лише початок пізнання, перші уявні намітки..." [6, с.45]. Аналогічне висловлювання Дж. Холтона: "...вищий сенс застосування кількісних мір у науці полягає в тому, що вони можуть у кінцевому рахунку спричинити до розуміння фундаментальних рис об'єкта, який пов'язаний з поняттями, що виражаються в числовому вигляді, проте аж ніяк не повністю мотивуються, описуються або пояснюються ними. Вказані риси описуються в таких термінах, як простота, симетрія, гармонія, упорядкованість і узгодженість" [20, с. 31].

Нами в педагогічну кваліметрію впроваджено поняття "*квантифікація знання*", що являє собою психологічну процедуру зведення зінтегрованих якісних латентних ознак знання (змістовність, повнота, глибина) до емпіричної кількісної ознаки (рівень знання), шляхом введення спеціальних квантифікаторів (номінальних, ординальних чи дійсних чисел) [12]. Вказана процедура ($Z \rightarrow L$) дозволяє здійснити оцінювання особистого знання за допомогою введення адекватної шкали. На основі сучасних уявлень [15;19], під *шкалою оцінювання (вимірювання)* розуміють кортеж

$$\langle \mathbf{A}, \mathbf{R}, \mathbf{f}, \mathbf{G} \rangle \quad (8)$$

де \mathbf{A} – ЕСВ; \mathbf{R} – *числова система з відношеннями* (ЧСВ), тобто система дійсних чисел чи деяка її підсистема; \mathbf{f} – функція репрезентації, яка гомоморфно або ізоморфно відображає ЕСВ у ЧСВ $\mathbf{A} \Rightarrow \mathbf{R}$; $\mathbf{G} = \mathbf{G}_i (i=0,1,2,3,4)$ – група припустимих перетворень.

Враховуючи (1), можна вважати, що ЧСВ складається з елементів \mathbf{x}_i , які є образами об'єктів \mathbf{a}_i , тобто $\mathbf{a}_i \Rightarrow \mathbf{x}_i$, де $\vec{\mathbf{X}} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n)$ – вектор, що характеризує сукупність образів об'єктів ПО. Елементи \mathbf{x}_i зв'язані відношеннями \mathbf{R}_j^{**} , які отримані шляхом гомоморфного (ізоморфного) відображення $\mathbf{R}_j^* \Rightarrow \mathbf{R}_j^{**}$. Відповідно до цього, ЧСВ можна подати так:

$$\langle \mathbf{x}_i, \mathbf{j} \in \mathbf{I}, \leftrightarrow; \mathbf{R}_j^{**}, \mathbf{j} \in \mathbf{J}, \leftrightarrow \rangle \quad (9)$$

Ізоморфізм відображення ЕСВ A в ЧСВ R означає, що множини \mathfrak{A} та \mathfrak{X} "...мають однакові властивості відносно визначених на них операцій" [18, с.156]. Іншими словами, це таке взаємне відображення f , що для кожного $a_k, a_e \in \{a_i\}$ є такі $x_k, x_e \in \{x_i\}$, що має місце $a_k R^* a_e$ тоді і тільки тоді, коли $x_k R^{**} x_e$, де функціональні зв'язки $x_k = f(a_k)$, $x_e = f(a_e)$. У супротивному випадку, а також при наявності кореляційних зв'язків, множини \mathfrak{A} та \mathfrak{X} мають різні властивості відносно відповідно заданих на них операцій, тобто буде **гоморфізм відображення** ЕСВ A в ЧСВ R . Для кожної пари об'єктів (операндів) $\langle a_k, a_e \rangle \in A$ групоїда \mathfrak{A} встановлюється деяка операція $a_k \perp a_e$, результат якої a_s визначається законом композиції $A_k \times A_e \Rightarrow A_s$, тоді парі $\langle a_k, a_e \rangle \in A$ відповідає пара $\langle x_k, x_e \rangle \in R$, а елементу $a_k \perp a_e = a_p$ із A відповідає елемент $x_k \top x_e = x_p$ із R . Іншими словами, якщо $f: A \Rightarrow R$ – це таке відображення, що для кожної пари $\langle a_k, a_e \rangle \in A$ слушно співвідношення $f\langle a_k \perp a_e \rangle = f\langle a_k \rangle \top f\langle a_e \rangle$, а це означає, що групоїд \mathfrak{A} гомоморфно відображається в групоїд \mathfrak{X} за законом композиції $X_k \times X_e \Rightarrow X_p$ відносно операцій \perp і \top . Тобто, ми здійснили доведення гомоморфізму особистого формалізованого знання (ЧСВ R) про об'єкт ПО та його прообразу (ЕСВ A).

Вирішення **проблеми репрезентації** цілісності знання можливо шляхом його операціоналізації та отримання обсягу знання V – латентної кількісної ознаки, яка має певний розподіл понятійного індикатора чи значень деякої латентної змінної X , тобто певний діапазон змін. Додержуючись методів оцифровування, розбиваємо вказаний діапазон на рівні інтервали (градації) та припишемо їм мітки. Для шкал ознак S_0 , які відносяться до класу номінальних чи до класу топологічно інваріантних шкал, роль міток відіграють довільні символи, знаки, коди, кодони, цифри, значення дихотомічної змінної, об'єкти топологічної структури та інші символи, які не утворюють алгебраїчні структури числових об'єктів. **Шкала найменувань** S_0 розрізняє об'єкти за проявом властивостей (ознак) і визначається групою припустимих перетворень G_0 – будь-яких відображень R в R , тобто $G_0 = \text{Map}(R, R)$. Припустимість оцифровування номінальних змінних базується на тому, що "...градаціям номінальної змінної відповідає деяка сукупність значень захованих, безпосередньо не вимірюваних, проте реально існуючих змінних" [1, с.433].

Порядкова шкала S_1 розрізняє рівень прояву властивостей (ознак) об'єкта, проте не визначає величину відмінності прояву властивостей (ознак), зберігає структуру порядку на множині якісних ознак і відображає ЕСВ A в ЧСВ R з точністю до всіх монотонно зростаючих перетворень (відображень R в R): $G_1 = \text{Map}_+(R, R)$. Якщо $f \in G_1$ – монотонно зростаюче перетворення, то для $x_2 > x_1 \rightarrow f(x_2) > f(x_1)$. Для шкал ознак, які відносяться до класу порядкових, функція репрезентації f набуває значень ординальних чисел (традиційні бальні оцінки, порядкові кодони, значення рангової змінної тощо), а "...припустимість надання числових міток градаціям ординальних змінних є досить природною" [1, с.432]. В залежності від ступеня вираження (антилатентності) якості особистого знання формується структура та зміст ЕСВ та характер її відображення в ЧСВ.

Зазначимо, що шкальні значення розглянутих нерівномірних шкал приписуються теоретично (процедури нумерації для G_0 і упорядкування для G_1), тому ці шкали відносяться до **класу концептуальних** [5]. Ординальні числа несуть інформацію про відносну інтенсивність деякої властивості ЕО (у нашому випадку це інтенсивність відмітних ознак якості особистого знання). Простота якісного оцінювання в порядковій шкалі межує зі складністю обробки й інтерпретації отриманих даних, а це стимулює дослідників розробляти спеціальні процедури переходу до похідних вимірювань в метричних шкалах, використовуючи методи факторного аналізу [14]. Це означає, що зі змінними, отриманими в порядковій шкалі, поведуться, як зі змінними, отриманими в кількісній шкалі. Проте ми приєднуємося до переважної більшості дослідників, які заперечують правомочність таких процедур: "до кількісної шкали (інтервалів, відношень) не можна за допомогою перетворення змінних перейти ні від порядкової, ні від номінальної шкали" [16, с. 73].

Проблема єдності полягає в тому, що процедура квантифікації відбувається в ситуації вибору типу кваліметричної шкали, квантифікаторів та критеріїв оцінювання. Шкала є основою відображення ЕСВ у ЧСВ. "Слабкі" шкали, а саме номінальні та порядкові, визначаються

відповідно типами інваріантів реляційної системи, які відповідають структурам класифікації та порядку [3], а також груп припустимих перетворень G_0 і G_1 : взаємно однозначних відображень прямої на себе і монотонно зростаючих неперервних перетворень [15;19]. Очевидно, латентні ознаки особистого знання краще проявляються в структурах порядку (числового упорядкування) ніж структурах номіналу (цифрового приписування). Дійсно, якість особистого знання (Q) визначається підмножиною основних відмітних ознак $\mathcal{Q} \subseteq Q$, а *шкалування* являє собою їх відображення на множину семантичних одиниць Se в шкалі порядку (одновимірне шкалування це такий "...алгоритм, відповідно до якого, кожному емпіричному об'єкту в процесі побудови шкали ставиться у відповідність деяке число" [9, с.12]). Тоді, як показано в [3], якщо за елементи множини Se взяти ранжований ряд смислових оціночних суджень типу "погано", "задовільно", "добре", "відмінно", то семантичною мірою якості s в *семантичній кваліметрії* називається відображення

$$s: \mathcal{Q} \rightarrow Se \quad (10)$$

Від семантичної кваліметрії можна перейти до *конструктивної кваліметрії*, яка базується на концепції приписування чисел для репрезентації властивостей та ознак якості об'єктів дійсності (Н. Кемпбел, Н. Кумбс, С. Стівенс, О. Фрідман та ін). Розглянуті вище оціночні судження можна з лінгвістичної форми перевести на форму числового упорядкування (шкалування). К. Берка під "квантифікацією" розуміє "...перехід від класифікованих понять до понять метричних або будь-яку процедуру, за допомогою якої емпіричні змінні спрягаються з числовими змінними" [5, с.127], а нумерацію та шкалування він називає відповідно термінами "псевдоквантифікація" і "квазіквантифікація". Р.Л.Раяцкас, М.К. Плакунов розмежовують процедури "репрезентація змінної в номінальній і в кількісній шкалі – кодування та квантифікація" і "приписування змінній відповідного числового значення – вимірювання" [16].

На відміну від висвітлених поглядів, нами розглядається більш широкий аспект квантифікації, який поширюється на всі кваліметричні шкали, що оперують математичними, фізичними та психологічними параметрами. Ця думка випливає з того, що існує множина різноманітних властивостей об'єктів ПО, які пов'язані у певні динамічні структури. Вказана множина властивостей із тверджень, які мають звичайну форму *суджень* перетворюються шляхом абстракції у *висловлення*. Кожна складова частина висловлення – *поняття*. Зміст понять про властивості об'єктів ПО в їх правильній логічній формі відображається одномісним предикатом $R \langle _ \rangle$, а багатомісні предикати описують відношення $R \langle _, y, \dots \rangle$ між об'єктами ПО. Висловлення про якість особистого знання, сформульоване в термінах деякої точної логіко-математичної мови, тобто предикату, може бути істинно, якщо воно адекватно відображає об'єктивні зв'язки між об'єктами ПО, в супротивному випадку воно хибне.

Оцінювання якості особистого знання, як сукупності його ознак, не уможливиться без переходу в алгебраїчні системи та припустимі там операції. Якщо M – деяка непорожня множина відношень $R_j^*, j = \overline{1, m}$ між об'єктами ПО, M_0 – деяка непорожня множина відношень $R_j^{**}, j = \overline{1, m}$ образів даних об'єктів $\langle M_0 \subseteq M, \Lambda \rangle$ – деяка непорожня множина операцій $\lambda_i, i = \overline{1, n}$, а Π – процедура, тобто n -місна операція на Λ . Тоді в аспекті даного дослідження, термін "*квантифікатор*" нами розуміється як оператор (F) кількісного вираження зінтегрованих якісних латентних ознак особистого знання. З точки зору теорії множин, оператор F – закон, правило чи алгоритм, за яким кожному відношенню $R_j^*, j = \overline{1, m}$ між об'єктами ПО ставиться у відповідність певне відношення $R_j^{**}, j = \overline{1, m}$ образів даних об'єктів. Роль оператора може відігравати функція репрезентації f – правило гомоморфного відображення. Як наслідок, *процедура квантифікації* – це визначена n -місна операція на множині Λ , результатом якої емпіричні відношення $R_j^*, j = \overline{1, m}$ гомоморфно відображаються в числові відношення

$R_j^{**}, j = \overline{1, m}$, тобто подаються *відповідністю* $R_j^* \xrightarrow{F} R_j^{**}$. Гомоморфізм означає, що властивості R_j^* та R_j^{**} різні відносно визначених на них операцій. Якщо відношення від R_j^* до R_j^{**} позначити як Θ , то подану відповідність можна записати як співвідношення $R_j^* \Theta R_j^{**}$ або, як $\langle R_j^*, R_j^{**} \rangle \in \Theta$,

де $\Theta \subset \mathbf{R}^* \times \mathbf{R}^{**}$. Структура ЕСВ і характер оцінювання чи вимірювання визначає результат квантифікації цілісності знання: номінальні числа (клас номінальних шкал), ординальні числа або кількісні числівники (клас порядкових шкал), дійсні числа \mathbf{R}^D (клас метричних шкал). Як підтвердження цього, в теорії чисел (роботи С.К.Кліні [10]) розглядають ординальні числа, які займають проміжне положення між номінальними числами (цифрами) і кардинальними числами. У свою чергу, **кардинальні числа** характеризують множини з точки зору кількості її елементів n – потужності множини $\text{Card } \mathfrak{A} \} \} n \subset \mathbf{N} \subset \mathbf{R}^D$, де \mathbf{N} – множина натуральних чисел.

Оцінювання цілісності знання в шкалах порядку (зокрема, в рангових чи бальних) вимагає мінімізації таких суб'єктивних похибок, як випадкові та грубі (промахи). Це частково досягається вибором та використанням **критеріїв оцінювання** якості знання. У випадку оцінювання основних ознак особистих знань переважають критерії (мірила) ефективності учіння. Одномірне шкалування припускає вибір (відповідно градацій шкали) вербальних критеріїв. Як показано в працях [2;11], градаціям якісної ознаки X приписуються **бали**, які служать лише кодами для градацій і не є математичними числами. Як приклад, можна взяти вербальні критерії оцінювання особистих знань і вмінь за шкалою Європейської системи залікових кредитів (ECTS), в якій підсумкова оцінка виставляється так: 1–34 F2 (*незадовільно*, необхідна серйозна подальша робота), 35–59 FX2 (*незадовільно*, потрібно попрацювати перед тим, як отримати залік), 60–74 DE3 (*достатньо*, виконання задовольняє мінімальні критерії; *задовільно*, непогано, але зі значною кількістю недоліків), 75–89 BC4 (*добре*, в загальному правильна робота з певною кількістю грубих помилок; *дуже добре*, вище середнього рівня з кількома помилками), 90–100 A5 (відмінно, відмінне виконання лише з незначною кількістю помилок). Як бачимо, підсумкова шкала кредитно-трансфертної системи є нелінійною 100-значною, а поточне оцінювання відбувається за 4-х бальною шкалою (*незадовільно*, *задовільно*, *добре*, *відмінно*). Деталізованість першої шкали та підсумкове оцінювання на основі апріорі заданих критеріїв з одного боку, робастність (грубість) другої шкали та інтуїтивно-досвідний прийом оцінювання з другого боку не дозволяє вважати у повній мірі ECTS справді об'єктивною та досконалою.

Проблема адекватності стосується природи кількісних індикаторів і походження значень функції репрезентації f , тобто доказу правильності припису числових значень властивостям й ознакам якості об'єктів ПО. Ця проблема пов'язана з припущенням про властивості елементів числової системи, які відображають відповідні властивості (відношення) між елементами емпіричної системи, а саме “числове твердження адекватно тоді і тільки тоді, коли його значення істинності інваріантне відносно припустимих перетворень шкали будь-якого з його числових репрезентацій, тобто якщо будь-яка з його функцій репрезентації виражає результат вимірювання” [19, с.96].

Репрезентація обсягу особистого знання V , як монотонно зростаючої змінної X ($x_2 > x_1$) у вигляді ординальних чисел у порядковій шкалі S_1 , вимагає доведення істинності числових операцій, зокрема операції додавання, яка відображає властивість адитивності об'єктів ЕСВ. За умови $V(x_2) \succ V(x_1)$, адекватно припустиме твердження є монотонно зростаюче неперервне перетворення шкальних значень $W(V(x_2)) > W(V(x_1))$, де знак “ \succ ” – кількісної переваги. Проте припустиме перетворення числового подання змінної X в даній шкалі для твердження $V(x_2) + V(x_1) = V(x_3)$ неадекватно тому, що $W(V(x_2) + V(x_1)) = W(V(x_2)) + W(V(x_1)) \neq W(V(x_3))$. Це означає, що операції додавання в ЧСВ не відповідають будь-які емпіричні аналоги в ЕСВ. Ось чому середнє арифметичне балів недопустимо використовувати як єдина групова оцінка для шкал порядку. Між пунктами порядкової (зокрема, бальної) шкали існує нерівність, тому адекватною статистикою у цьому випадку є медіана. Як показав А.І.Орлов [2], для множини значень $\mathfrak{A} \} \} = \overline{1, n}$ якісної ознаки X можна вказати інваріант по відношенню до групи G_1 , який являє собою бінарне відношення, що описується за допомогою матриці C порядку $n \times n$ з елементами $C_{ij} = 1$, якщо $x_i \leq x_j$, а також $C_{ij} = 0$, якщо $x_i > x_j$.

У загальному випадку **шкалування** є мірою якості, що впроваджує упорядковані відношення на множині властивостей [3]. Метод одновимірного шкалування – “...алгоритм, відповідно до якого кожному емпіричному об'єкту в процесі побудови шкали ставиться у відповідність деяке число” [9, с.12]. Розглянемо шкалування, як відображення обсягу знання в числовій множині, яка відповідає **шкалі інтервалів** S_2 . Ця шкала характеризується адитивною групою G_2 допустимих зростаючих афінних перетворень чисел дійсної осі \mathbf{R}^D , яка на відміну від

розглянутих вище операторних груп над \mathbf{R} , а саме нескінченно-вимірних \mathbf{G}_0 і \mathbf{G}_1 , має кінцеву вимірність $\dim_{\mathbf{R}} \mathbf{G}_2 = 2$. Група \mathbf{G}_2 є алгебраїчною системою, яка наділена властивостями асоціативності та комутативності, має симетричний і нейтральний (нуль) елементи. Перша пряма складова \mathbf{G}_2 розтягує шкалу в α раз ($\alpha > 0$), а друга пряма складова лише зсуває її на число β , тому припустимо перетворення шкальних значень відбувається за лінійним законом: $\mathbf{G}_2 = \left\langle \left\langle \int \right\rangle \alpha x + \beta \right\rangle$, де $\mathbf{G}_2 \approx \mathbf{R}_+^* \oplus \mathbf{R} \equiv \text{Aff}_+(\mathbf{R})$. Шкала інтервалів \mathbf{S}_2 , на відміну від порядкової \mathbf{S}_1 , більш точніша, має масштабну одиницю, порівнює кількісні відмінності між елементами множини \mathbf{S}_2 , відповідаючи на запитання “на скільки більше”, тобто дозволяє характеризувати інтенсивність тої чи іншої ознаки якості особистого знання. У шкалі інтервалів потрібно вказувати на два “еталони” – початок відліку та масштаб (так побудована шкала Цельсія). Реляційна система шкали визначається інваріантом, що відповідає за збереження лінійної структури якості та сталість різниці між точками шкали. Множина шкальних значень \mathbf{x}_i випадкової величини $\mathbf{X} = \mathbf{x}$, яка відображає обсяги особистих знань, наділена адитивним законом композиції. Дійсно, абелева (комутативна) група припустимих афінних перетворень \mathbf{G}_2 ще називається *адитивною групою* (групою по додаванню, модулем), яка визначається множиною \mathbf{S}_2 , елементи якої $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n \in \mathbf{S}_2$ задовольняють властивість адитивності $\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i$. Окрім цього, \mathbf{G}_2 не

обмежує алгебраїчні операції та дозволяє визначати основні *статистичні міри* (математичне очікування, дисперсію, середнє квадратичне відхилення тощо). Перехід від відображення якісних відношень між емпіричними ознаками (вербальними, символічними, топологічними тощо) до кількісних суттєво збагачує процедуру дослідження, створює умови для нормування шкали, що дозволяє отримувати *математичні (числові) моделі*, які адекватні характеру досліджуваного явища.

Моделюємо ситуацію, що перехід від латентної кількісної неперервної ознаки \mathbf{X} (обсягу особистого знання \mathbf{V}) до рівня знання \mathbf{L} (дискретної кількісної ознаки) відбувається при виконанні гіпотези про розподіл останньої ознаки за нормальним законом. Це припускає масовість експериментальних досліджень. З метою упорядкування інтервалів між об’єктами ЕСВ потрібно здійснити розбивку множини емпіричних об’єктів \mathbf{A} на *класи еквівалентності* (\mathbf{C}), а потім приписування виявленим класам певних “еталонів”, які відіграють роль критеріїв якості особистого знання (ОЗ) про фрагмент ПО. Для 100-значної рівномірної інтервальної шкали нами використані такі критерії та відповідні інтервали [12]: незадовільні ОЗ [0-40), задовільні ОЗ [40-60), добрі ОЗ [60-80), відмінні ОЗ [80-100].

Адекватність приписування числових значень градаціям (класам еквівалентності) пов’язана з можливістю порівнювання різниці виявлення інтегративної ознаки (\mathbf{Z}) особистого знання. Всі елементи $\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}, i = \overline{1, m}$, які належать деякому класу $\Delta \mathbf{X}_j$, тобто $\mathbf{x}_i \in \Delta \mathbf{X}_j, j = \overline{1, n}$, задовольняють в шкалі інтервалів \mathbf{S}_2 умовам рефлексивності, симетричності та транзитивності. Як наслідок, ці елементи еквівалентні між собою, тобто зв’язані відношенням еквівалентності, яке являє собою експлікацію таких слів, як “однаковість”, “нерозрізненість”, “взаємозамінність”. Отже, відображення множини \mathbf{X} на множину класів $\Delta \mathbf{X}_j$ дає можливість реалізувати гомоморфне відображення $\mathbf{g}: \mathbf{X} \Rightarrow \mathbf{Y}$, яке ставить кожному елементу $\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}, i = \overline{1, m}$ у відповідність один і тільки один елемент – рівень знань $\mathbf{L}_j \equiv \mathbf{y}_j \in \mathbf{Y}, j = \overline{1, n}$. Кожний клас еквівалентності $\Delta \mathbf{X}_j$ ототожнюється з деякою загальною властивістю вхідних до нього елементів: $\mathbf{x}_i \leftrightarrow \mathbf{x}_p$, якщо $\mathbf{g} \left\langle \left\langle \int \right\rangle \right\rangle \mathbf{g} \left\langle \left\langle \int \right\rangle \right\rangle$. Образи \mathbf{y}_j класів еквівалентності $\Delta \mathbf{X}_1, \Delta \mathbf{X}_2, \dots, \Delta \mathbf{X}_n$ можуть служити “еталонами” й утворювати у сукупності систему представників у вигляді натуральних чисел $\mathbf{n} \in \mathbf{N}$.

Нехай множина значень випадкової величини $\mathbf{X} = \mathbf{x}, i = \overline{1, m}$ гомоморфно відображається в певні класи еквівалентності $\mathbf{y}_j \in \mathbf{Y}, j = \overline{1, n}$. Якщо Φ – відношення, то співвідношення $\mathbf{x}\Phi\mathbf{y}$ можна записати у вигляді $\left\langle \left\langle \int \right\rangle \right\rangle \Phi$, де $\Phi \subset \mathbf{X} \times \mathbf{Y}$. Якщо область визначення $\mathbf{D}_\Phi \left\langle \left\langle \int \right\rangle \right\rangle \mathbf{X}$, а область значень $\mathbf{D}_\Phi \left\langle \left\langle \int \right\rangle \right\rangle \mathbf{Y}$, то Φ є відношення від \mathbf{X} до \mathbf{Y} або

відповідність $X \rightarrow Y$. Тоді **розріз** по x_i відношення Φ , позначуваний як $\Phi \langle x_i \rangle$, є множина $y \in Y$ таких, що $\langle x_i, y \rangle \in \Phi$. Як показано в [18], множина всіх розрізів відношення Φ називається **фактор-множиною** множини Y по відношенню до Φ і позначається як Y/Φ . Значить, скінченне відношення цілком визначається множиною всіх своїх розрізів.

Окрім фактор-множини Y/Φ , гомоморфізм відображення значень x_j на певні класи еквівалентності $\Delta X_j \leftrightarrow y_j, j = \overline{1, n}$, можна подати за допомогою матриці. У випадку 9-ти шкальних значень змінної X і 4-х класів еквівалентності ми отримали матрицю відношення еквівалентності, яка має всю інформацію про відношення Φ (табл.). Відношення еквівалентності можна зобразити біграфом – графом відношення від X до Y (рис.1).

Як показано в працях [14; 19], **факторизуюча реалізація** (факторизація) f шкали S_2 для ЕСВ A включає такі послідовні процедури: а) розбивка ЕСВ A на класи еквівалентності C , шляхом гомоморфного відображення g , перетворюючи ЕСВ A в ЕСВ C , де C також є ЕСВ; в) для C існує реалізація $h: C \rightarrow R$. Тоді факторизація f шкали S для ЕСВ

Таблиця

Матриця відношення еквівалентності

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
y_1	1	1	1						
y_2				1	1				
y_3						1	1		
y_4								1	1

A є відображення у вигляді суперпозиції $f = h \circ g$, яке виступає як **правило припису**, відповідно до якого кожному вибірковому значенню $x_i \in X$ ознаки X , приписується строго певне числове значення за схемою: $A \xrightarrow{g} C \xrightarrow{h} R$ (рис.2).

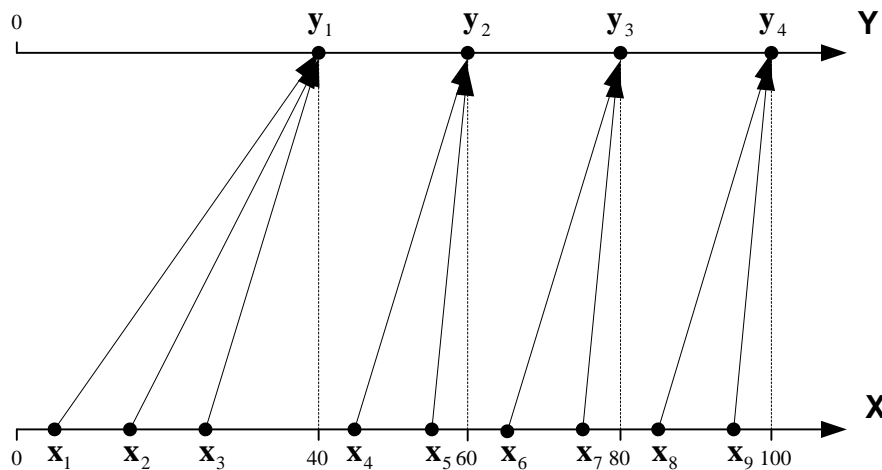


Рис.1. Граф відношення від X до Y

Встановимо формальні характеристики, яким повинна задовольняти ЕСВ A , якщо ми хочемо знайти відповідну їй ЧСВ R . Розглянемо **ін'єктивне відображення**, при якому образи різних елементів розрізняються, і яке задає гомоморфізм частково упорядкованих множин $f: A \Rightarrow f(A) \subset R$. Так, як кожна шкала $S_i, i = \overline{0,4}$ має певну групу припустимих перетворень G_i , та повністю нею визначається, а між послідовними по включенню групами $G_i \supset G_{i+1}$ існує канонічний ізоморфізм [10], то шкала S_{i+1} (наприклад, шкала інтервалів S_2) реалізує більш точний спосіб вимірювання, ніж шкала S_i (порядкова S_1). Завдяки цьому, відповідна група припустимих перетворень G_2 зберігає упорядкованість попередньої групи G_1 . Окрім цього, групі G_2

іманентні метричні властивості (пропорційність довжин інтервалів, наявність відносного нуля) та арифметичні властивості (правила додавання та віднімання).

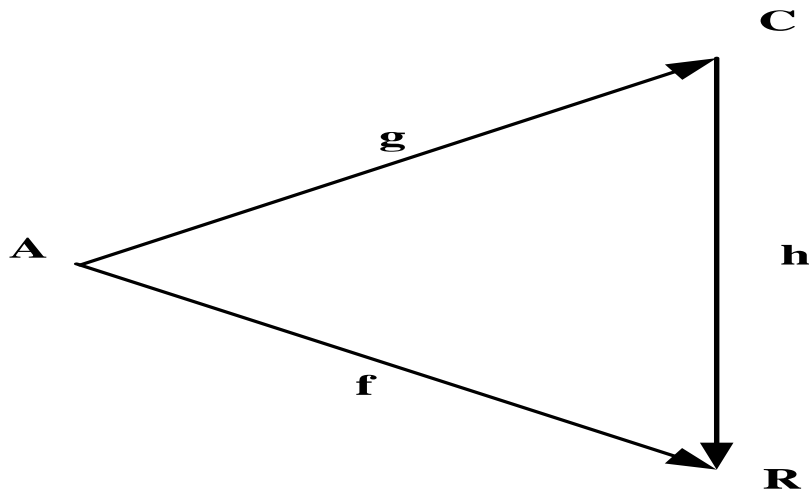


Рис.2. Факторизація f шкали S для ЕСВ A

Розглянемо множину ЕО (респондентів) $\{a_i\}, i = \overline{1, n}$, які є носіями неперервного спектру латентної кількісної ознаки – обсягу особистих знань $\{x_i\}$. Значення $x_i, i \in \overline{0, 100}$ неперервної ознаки X відіграють роль можливих рівнів прояву обсягу особистих знань в 100-значній шкалі. Попереднє розбиття діапазону змін обсягу знань на класи еквівалентності $\{x_i - x_{i+1}, i \in \overline{0, 100}\}$, припис останнім певних критеріїв (“еталонів”), дозволяє отримати *інтервальну шкалу* емпіричної кількісної ознаки Y – рівнів знань. Для всіх $y_j \in Y, j = \overline{1, m}$ виконується співвідношення: $\forall y_1, y_2, \dots, y_m \in A \exists h \in G_2$, де m – число прояву інтегральної ознаки Z якості особистих знань на визначених класах еквівалентності. Первинне оцінювання рівнів знань респондентів $L_j, j = \overline{1, m}$ реалізується через “*правило приписування*”, відповідно до якого кожному об’єкту ПО з урахуванням рівня виявлення якості особистих знань ставиться певне натуральне число $y_j \in Y$. Це дозволяє у грубому наближенні реалізувати об’єктивність процедури приписування інтенсивності цілісності знання Z за умови рівномірності шкали.

Другий підхід до оцінювання рівнів особистих знань ґрунтується на “жорстких” моделях тестування результатів навчання. *Тести успішності* застосовуються для відносно об’єктивного оцінювання якості засвоєння студентами навчального матеріалу. Рівень особистих знань визначають за формулою:

$$L = (a/b) \cdot 100\%, \quad (11)$$

де a – число правильних відповідей на всі запитання, які входять у певне завдання тесту; b – загальне число запитань тесту; L – рівень особистого знання або вміння студента. Зрозуміло, що емпірична оцінка (L_i) результату тестування являє собою алгебраїчну суму дійсної оцінки (L_{i0}) і похибки оцінювання (ΔL_i), що складається з усувної випадкової та неусувної систематичних похибок, пов’язаних з випадковістю та нечіткістю:

$$L_i = L_{i0} \pm \Delta L_i \quad (12)$$

У відповідності з (11), знання студентів можуть приймати множину різних значень певного квантифікатора, які зображаються горизонтальними прямими, що інтерпретуються як рівні знань. Комп’ютерне тестування з використанням програми обробки електронних таблиць EXCEL дозволяє об’єктивізувати апостеріорні показники успішності студентів за умови мінімізації систематичної похибки оцінювання. Множина шкальних значень випадкової величини $X = \{x_i\}$, які відповідають точкам еквівалентного континууму $[0, 100]$, визначає сукупність можливих рівнів особистих знань $L = \{L_i\} \in \{x_i\}$. На вказаній множині визначимо типи емпіричних відношень і відповідні їм числові відношення:

1) рівності та порядку

$$v_i \leftrightarrow v_j \mapsto x_i = x_j; v_s > v_p \mapsto x_s > x_p; \quad (13)$$

2) пропорційності довжин інтервалів та арифметичні правила додавання (віднімання)

$$|v_j - v_i| \leftrightarrow |v_s - v_p| \mapsto |x_j - x_i| = |x_s - x_p|; \langle v_i, v_j \rangle \succ v_k \mapsto x_i + x_j = x_k, \quad (14)$$

де знаки $\mapsto, \leftrightarrow, \succ$ відповідно позначають гомоморфізм, еквівалентність, перевагу, а S – операцію конкатенації [5], яка означає, що сполучення v_i та v_j еквівалентно v_k .

Очевидно, $\forall v_i, v_j, v_s, v_p, v_k \in A$, де операнди v_i, v_j, v_s, v_p, v_k при гомоморфному відображенні f (оцінюванні) переходять в образи $x_i, x_j, x_s, x_p, x_k \in f(A) \subset R$. При цьому існує взаємно однозначна відповідність між бінарним відношенням обсягів знань і повним бінарним відношенням U в числовій множині X . Для кожної упорядкованої пари $\langle v_i, v_j \rangle, \langle v_k, v_p \rangle$ елементів із X можна задати відповідні їм відношення $x_i U x_j, x_k U x_p$, де U – це відношення в $X: U \subset X \times X$. Відношення U повинно задовольняти властивості рефлексивності, антирефлексивності та симетричності, які відображають відповідні емпіричні відношення еквівалентності, порядку та рівності довжин інтервалів. Причому відношення (14) вказує на наявність у ЕСВ метричних структур.

Таким чином, за умови якісної однорідності обсягів особистих знань, операція конкатенації визначається як відображення множини $A \times A$ в A , тобто $A \times A \rightarrow A$. Це відображення означає внутрішній (адитивний) закон композиції, при якому множина A утворює групоїд відносно операції Ψ , тобто для операндів $v_i, v_j, v_k \in A$ має місце запис $v_i \Psi v_j = v_k$. Емпірично адитивній операції Ψ над обсягами особистих знань відповідає арифметична операція додавання позитивних дійсних чисел. Таким чином, побудова міри якості особистих знань (процедура шкалування) пов'язана з аналізом упорядкованих відношень на вимірювальній множині основних відмітних ознак знань.

Використання *шкали відношень* (метричної шкали) означає перехід в галузь *дескриптивної кваліметрії* [3], яка ґрунтується на концепції вимірювання величини (А.Лебег, Н.Н.Лузін, Б.Рассел та ін.). У даному випадку тип інваріанта реляційної системи – структура подібності. За інваріант приймається сталість відношення між рівнями прояву властивостей чи ознак та фіксована точка відліку. Шкала відповідає на запитання “у скільки разів інтенсивність даної властивості чи ознаки в одного об’єкта більше, ніж в іншого”, має групу припустимих перетворень – мультиплікативну групу позитивних дійсних чисел $R_+^* = G_3$. Множина шкальних значень випадкової величини $X = \mathcal{X}$ наділена мультиплікативним законом композиції шкальних значень x_i і x_j , які відображають два обсяги особистих знань. Припустиме перетворення шкальних значень – перетворення подібності $G_3 = \langle \alpha x \rangle, \alpha > 0$. Шкала встановлюється довільно, проте обов’язковою умовою є детермінований вибір “природного еталону”, роль якого може відігравати еталонний метр.

Якщо в шкалі відношень зафіксований масштаб ($\alpha = 1$), то змінна X вимірюється в *абсолютній шкалі* з точністю до тотожного перетворення: $G_4 = \langle x \rangle$. В абсолютній шкалі вимірюється число об’єктів ПО, число зв’язків між ними, ймовірність ситуації тощо.

Вимірювання, як ключове поняття метрології, суттєво відрізняється від оцінювання тим, що воно відбувається в метричному просторі з відповідною метрикою та природним еталонном. Вимірювання являє собою точний інструментальний (фізичний) процес знаходження числового значення q вимірювальної величини Q у визначеній одиниці u , тобто *основне рівняння вимірювання* має вигляд:

$$Q = qu \quad (15)$$

Сенс рівняння (15) розкривається теорією інформації, яка стверджує, що результати вимірювання X не можуть мати точного (справжнього, істинного) значення X_c , а мають вигляд вузького інтервалу можливих значень внаслідок неминучої похибки δ процесу вимірювання: $X = X \pm \delta$. Кількість отриманої інформації I при вимірюванні визначається зменшенням ентропії від значення $H(X)$, яке характеризує невизначеність шуканої величини перед вимірюванням, до значення $H(X/X_c)$, після вимірювання [8]:

$$I = H(X) - H(X/X_c) \quad (16)$$

Автору не відомі публікації, в яких би висвітлювалися спроби фізичного вимірювання ознак якості особистого знання в шкалі відношень. Для цього повинні бути розроблені принципи, методи та вимірювальні засоби. До нерозв'язаних завдань відноситься можливість уведення природних еталонів мнемонічно-інтелектуальних процесів. Це проблеми когнітивної психології, нейропсихології та педагогічної психології майбутнього.

Підсумовуючи сказане, наведемо основні стадії та відповідні етапи **технології оцінювання** якості особистих знань репрезентативної групи студентів в шкалі інтервалів:

Стадія 1. Змістовний аналіз об'єкта оцінювання: респонденти (студенти), як носії особистих знань → об'єкт оцінювання (якості особистих знань про об'єкти визначеного фрагмента ПО) → аналіз якості особистих знань по відмітним ознакам → цілісність (Z), як узагальнююча латентна понятійна ознака якості особистих знань (де знак “→” – імплікація).

Стадія 2. Квантифікація якості особистих знань: процедура операціоналізації Z → обсяги особистих знань (V_i), як латентні кількісні ознаки → вирішення проблеми репрезентації цілісності знання → вирішення проблеми єдності → вирішення проблеми адекватності → факторизуюча реалізація → шкалування або процедура первинного оцінювання якості особистих знань про об'єкти визначеного фрагмента ПО → результати шкалування.

Стадія 3. Обробка та змістовна інтерпретація результатів: постановка гіпотези про нормальний закон розподілу рівнів знань про об'єкти ПО генеральної сукупності респондентів → обробка результатів первинного оцінювання якості особистих знань → похідні дослідження з метою отримання точкових й інтервальних статистичних оцінок на основі агрегованих повторних даних → отримання емпіричного розподілу рівнів знань респондентів → статистичний аналіз отриманих даних і перевірка гіпотези дослідження.

Експериментальна частина. Нами проведені експериментальні дослідження в групах викладачів ПТНЗ електроенергетичного профілю з самооцінювання науково-професійних знань. Аналіз статистичних даних показав, що за умови порівняно великого обсягу вибірки (для обробки було пред'явлено відповіді 476 респондентів на 80 запитань тесту) розподіл емпіричних частот інтервального варіаційного ряду досить точно апроксимується нормальним розподілом, оскільки за рівнем значущості $\alpha = 0,05$ спостережуване значення критерію згоди χ^2 Пірсона задовольняє умову прийняття нульової гіпотези $\chi_{\text{спостер}}^2 < \chi_{\text{крит.}}^2$, де $\chi_{\text{крит.}}^2 = 14,1$. Таким чином, доведено, що необхідною умовою, яка дозволяє інтерпретувати значення квантифікаторів як підмножина дійсних чисел є близький або тотожний кривій Гауса емпіричний розподіл оцінок за класами еквівалентності.

Висновки. У статті розглянуто теоретичні та методологічні засади оцінювання якості знань студентів. Показано, що перехід від якості до рівня особистого знання дозволяє експлікувати уведені поняття “цілісність особистого знання”. Побудована кваліметрична модель і розроблена методика оцінювання якості особистого знання на основі інноваційної концепції квантифікації.

Перспективи подальших досліджень. Подальшого дослідження потребує розробка інформаційно-динамічних аспектів навчальних знань, які розвивають концепцію квантифікації особистих знань.

Список використаних джерел

1. Айвазян С.А. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 471 с.
2. Анализ нечисловой информации в социологических исследованиях: сб.статей. – М.: Наука, 1985. – 222 с.
3. Андрианов Ю.М. Квалиметрия в приборостроении и машиностроении / Ю. М. Андрианов, А. И. Субетто. – Л.: Машиностроение, 1990. – 216 с.
4. Афоничкин А.И. Качество информационного обеспечения в процессах управления / А. И. Афоничкин, С. А. Панфилов. – Саранск: Изд-во Сарат. ун-та, 1988. – 176 с.
5. Берка К. Измерения: понятия, теории, проблемы: Пер. с англ. – М.: Прогресс, 1987. – 320 с.
6. Громов Г.Р. Программирование: ремесло, наука, искусство, технология / Г. Р. Громов // Микропроцессорные средства и системы. – 1985. – № 1. – С. 44 – 49.

7. Ингенкамп К. Педагогическая диагностика / К. Ингенкамп: пер. с нем. – М.: Педагогика, 1991. – 240с.
8. Исакович Р.Я. Технологические измерения и приборы / Р. Я. Исакович. – М.: Недра, 1979. – 344 с.
9. Клигер С.А. Шкалирование при сборе и анализе социологической информации / С. А. Клигер, М. С. Косолапов, Ю. Н. Толстовка. – М.: Наука, 1978. – 112 с.
10. Клини С.К. Введение в метаматематику / С. К. Клини ; пер. с англ. – М.: Изд-во иностр. литер., 1957. – 526 с.
11. Костюченко М.П. К вопросу измерения уровней знаний специалистов методом самооценки / М.П. Костюченко.– 40 с. – Деп. в ВНИИ ПТО 15.11.88., № 118 // Указат. ведомств. матер. – 1988.– № 12.
12. Костюченко М.П. Проектування інтегрованого змісту технічних дисциплін модульного навчання у професійно-технічних навчальних закладах: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 / М.П. Костюченко. – Х., 2009. – 347 с.
13. Лазарев М.І. Полісистемне моделювання змісту технологій навчання загально - інженерних дисциплін: монографія / М. І. Лазарев. – Х.: Вид-во НФаУ, 2003. –356 с.
14. Михеев В.И. Моделирование и методы теории измерений в педагогике: науч.-метод. пособие / В.И. Михеев. – М.: Высш. шк., 1987. – 200 с.
15. Пфанцгль И. Теория измерений / И. Пфанцгль: пер. с англ. – М.: Мир, 1976. –248с.
16. Раяцкас Р.Л., Плакунов М.К. Количественный анализ в экономике / Р. Л. Раяцкас, М. К. Плакунов. – М.: Наука, 1987. – 392с.
17. Сажко Г.І. Методика формування ергономічних знань та вмій майбутніх інженерів-педагогів у галузі комп'ютерних технологій: автореф. дис. ... канд. пед. наук / Г.І. Сажко. – Х., 2006. – 20 с.
18. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера / В. П. Сигорский. – К.: Техніка, 1975. – 768 с.
19. Суппес П. Основы теории измерений / П. Суппус, Дж. Зинес // Психологические измерения: пер. с англ. – М.: Мир, 1976. – С. 9–119.
20. Холтон Дж. Можно ли науку измерить? / Дж. Холтон // Социальные показатели в системе научно-технической политики: пер. с англ. – М.: Прогресс, 1986. – 483 с.
21. Яблонский А.И. Математические модели в исследовании науки / А. И. Яблонский.– М.: Наука, 1986.– 352 с.
22. Zadeh L.A. Fuzzy sets as a basic for a theory of possibility / L.A Zadeh // Fuzzy Sets and Systems. – 1978. – V. 1. – P. 2–28.

Костюченко М.П.

Дослідження проблеми квантифікації й оцінювання особистих знань

В статті розглядаються теоретичні та методологічні засади оцінювання особистих знань студентів. Розроблена модель оцінювання особистих знань на основі концепції квантифікації.

Ключові слова: проблеми, квантифікація, знання, діагностика, модель, шкала, оцінювання.

Костюченко М.П.

Исследование проблемы квантификации и оценивания личных знаний

В статье рассматриваются теоретические и методологические основы оценки личных знаний студентов. Разработана модель оценки личных знаний на основе концепции квантификации.

Ключевые слова: проблема, квантификация, знания, диагностика, модель, шкала, оценивание.

M. Kostyuchenko

Research of Problem of Quantification and Evaluation of Personal Knowledge

In the article theoretical and methodological basis of evaluation of students personal knowledge are considered. The model of evaluation of the personal knowledge on the basis of quantificational conception was developed.

Key words: problem, quantification, knowledge, diagnostics, model, scale, evaluation.

Стаття надійшла до редакції 20.01.2010 р.