

ПОСТРОЕНИЕ ДЕСКРИПЦИОННОЙ ЛОГИКИ НА ОСНОВЕ РЕШЕТКИ ЗНАЧЕНИЙ ИСТИННОСТИ И ПРОЦЕДУРЫ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА

УДК 004.986

ШЕРСТЮК Владимир Григорьевич

к.т.н., доцент кафедры информационных технологий Херсонского национального технического университета.

Научные интересы: методы и модели поддержки принятия решений реального времени, принятие решений на основе прецедентов, мультиагентные системы, комбинированные логические системы представления знаний.

e-mail: v_sherstyuk@bigmir.net

ВВЕДЕНИЕ

Динамические сценарно-прецедентные системы (ДСПС) предназначены для решения трудноформализуемых задач в слабоструктурированных предметных областях, вследствие чего функционируют в условиях неполной и неточной исходной информации, а также дефицита времени [1]. Процесс поиска уместных решений, как правило, строится на основе достаточно сложных структур данных. Так, в [2] предложено использовать формализм правдоподобных древовидных сетей событий, основанный на использовании ориентированного связного мультиграфа $g = \langle v, e \rangle$, не содержащего циклов, где v – непустое множество вершин, а e – непустое множество дуг, состоящее из подмножеств $e = e_{\triangleright_1} \cup e_{\triangleright_2} \cup \dots \cup e_{\triangleright_n}$, отображающих определенные отношения $w_{\triangleright_1}, w_{\triangleright_2}, \dots, w_{\triangleright_n} \in \mathcal{W}$, заданные на v .

Древовидная сеть событий представляется структурой вида $\langle g, f, \xi, \{\triangleright_i\}, t \rangle$, где g – ациклический связный мультиграф; $f: v \rightarrow S$ – отображение каждого концевой узла в некоторое событие ψ ; $\xi: v \rightarrow 2^X$ – отображение каждого узла из v в множество параметров и ограничений X ; $t: v \rightarrow T$ – отображение каждого узла из v на множество значений времени T ; $\{\triangleright_i\}$ – множество отношений частичного порядка \triangleright_i на v , каждое из

которых индуцировано отношением w_{\triangleright_i} и выражается подмножеством дуг e_{\triangleright_i} .

Учет факторов неполноты и неточности требует дополнения древовидной сети событий моделью правдоподобия μ , позволяющей приписать всякой дуге сети оценку (доверия, возможности, вероятности) l_i , выражающую степень наличия отношения w_{\triangleright_i} между двумя узлами сети, соединяемыми данной дугой. В [2] предложено использовать модель правдоподобия, построенную над алгебраическим полукольцом P .

Тогда *правдоподобная древовидная сеть событий* (ПДСС) \mathfrak{G} может быть представлена как структура $G = \langle g, f, k, \mu, \{\triangleright_i, f_i\} \rangle$, где $g, f, \xi, \{\triangleright_i\}$ – древовидная сеть; μ – модель правдоподобия; $\phi_i: e_j \xrightarrow{l_j} \ell$ – отображение, помечающее каждую дугу $e_j \in e_{\triangleright_i}$ оценкой правдоподобия l_j на некоторой шкале $\ell \in \mu$. На множестве ПДСС $\{\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2, \dots, \mathfrak{G}_k, \dots, \mathfrak{G}_m\}$ уровней $k = 1, 2, \dots, m$, наложенных друг на друга таким образом, что узлы и дуги ПДСС нижнего уровня зависят от оценок правдоподобия, связанных с узлами ПДСС верхнего уровня, может быть построена *правдоподобная древовидная многоуровневая сеть событий* (ПДМСС) $\mathfrak{G}^* = \langle \{\mathfrak{G}_1, \dots, \mathfrak{G}_j, \dots, \mathfrak{G}_m\}, \mathfrak{f}, e \rangle$, где e – множество всех дуг, соединяющих узлы и вершины i -го и j -го

уровней ПДМСС; $\varphi_{ij} : e_{ij} \xrightarrow{I_{ij}} \ell$ — отображение, помещающее каждую дугу из $e_{ij} \in \mathcal{E}$ оценкой правдоподобия I_{ij} на шкале $\ell \in \mu^*$; μ^* — метамодель правдоподобия, $\mu^* = \mu_1 \circ \mu_2 \circ \dots \circ \mu_n$.

Формализм ПДМСС активно используется в ДСПС для накопления прецедентов и в процессе поиска уместных решений. В то же время, последующий процесс адаптации и верификации найденных решений требует представления знаний о предметной области на основе логических формализмов. Однако, дефицит времени на принятие решений предполагает разрешимость логических теорий и сравнительно низкую оценку вычислительной сложности. Известные классические и неклассические логики первого и более высоких порядков не могут быть использованы вследствие их неразрешимости, а обладающие свойством разрешимости пропозициональные логики не обладают адекватной выразительной способностью (отсутствие квантификации не позволяет пробегать все возможные варианты действий) [3].

Использование ПДМСС в качестве формализма для представления и поиска прецедентов ставит *актуальную задачу* разработки адекватного по возможностям логического формализма, используемого на различных этапах функционирования ДСПС для адаптации и верификации решений, в основе которого лежат разрешимая логическая теория и аналогичная μ модель правдоподобия.

Цель статьи состоит в построении логического формализма, обладающего свойством разрешимости, учитывающего неполноту и неточность знаний о предметной области и имеющего небольшую вычислительную сложность, допускающую выполнение процедур вывода за конечное время.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Дескрипционные логики (ДЛ) представляют собой компромисс между выразительностью и разрешимостью теории, поскольку сочетают в себе богатые выразительные возможности с относительно невысокой вычислительной сложностью логического вывода. ДЛ образуют семейство формализмов представления знаний, зародившееся как расширение фреймовых структур и семантических сетей механизмами формальной логики [4]. Доказано, что ДЛ являются фраг-

ментом логики предикатов с двумя переменными, обладающей свойством разрешимости [5].

ДЛ оперируют понятиями «концепт» и «роль», которые являются инструментом представления знаний о предметной области и соответствуют понятиям множества (одноместного предиката) и бинарного отношения (двуместного предиката). ДЛ используются для описания интенциональных знаний (описания классов объектов концептами, а отношений между ними — ролями), а также экстенциональных знаний о конкретных объектах (индивидах), их свойствах и связях с другими объектами [6].

Простейшей ДЛ является логика \mathcal{ALC} . Существуют различные расширения \mathcal{ALC} дополнительными конструкторами для построения концептов, ролей, а также дополнительными видами аксиом — т. наз. выразительные ДЛ [4]. Классификация выразительных расширений ДЛ представлена в [7]. Выразительные свойства ДЛ, однако, находятся в обратной зависимости от их вычислительных свойств, что ограничивает практическую применимость некоторых известных расширений.

Поскольку исходная информация ДСПС характеризуется неопределенностью различной природы, необходимо построить систему рассуждений с аксиомами и утверждениями, допускающими некоторую степень определенности (истинности). Известен ряд дополнений ДЛ до вероятностных [8], нечетких [9], приближенных [10] и нечетко-приближенных [11] ДЛ, для которых оценка уверенности в истинности утверждений и аксиом лежит на интервале $[0,1]$. Такие ДЛ достаточно удобны для представления знаний, имеющих количественную оценку неопределенности различной природы. В то же время, в рассматриваемой предметной области существует необходимость и качественной оценки неопределенности.

Одним из решений данной проблемы является построение решеточной ДЛ (РДЛ) \mathcal{L} , оценки истинности в которой заданы на некоторой абстрактной структуре, являющейся решеткой. Это позволит, с одной стороны, адаптировать качественные оценки неопределенности утверждений ДЛ, выраженные на интервале значений некоторого множества-носителя решетки (например, оценки могут лежать на интервале {ложно, скорее-ложно, неизвестно, скорее-истинно, истинно}) [12], а с другой стороны, интегрировать в рамках полу-

ченной РДЛ утверждения с неопределенностью различной природы [13].

ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕТКИ ИСТИННОСТИ

Зададим абстрактное многозначное множество-носитель значений истинности $M = \{v_1, \dots, v_n\}$. Пусть $v_1 = 0$ – наименьший элемент M ; $v_n = 1$ – наибольший элемент \mathcal{M} . Допуская $v_{n-i} = \frac{n-i-1}{n-i}$, где n – положительное целое число, получим *многозначную ДЛ* [13].

Зададим бинарное отношение нестрогого частичного порядка \preceq на множестве \mathcal{M} , удовлетворяющее отношениям рефлексивности $\forall a (a \preceq a)$; транзитивности $\forall a, b, c (a \preceq b) \wedge (b \preceq c) \Rightarrow (a \preceq c)$ и антисимметричности $\forall a, b (a \preceq b) \wedge (b \preceq a) \Rightarrow (a = b)$.

Упорядочив с помощью \preceq множество-носитель \mathcal{M} , сформируем решетку $\mathcal{L} = \langle \mathcal{M}, \preceq \rangle$.

Наличие порядка \preceq индуцирует включение в структуру аддитивного \oplus и мультипликативного \otimes двоичных операторов, соответствующих объединению и пересечению линейно упорядоченных подмножеств частично упорядоченного множества \mathcal{M} . На решетке \mathcal{L} операторы \oplus и \otimes $\forall a, b, c \in \mathcal{M}$ обладают свойствами: аддитивной коммутативности $(a \oplus b) = (b \oplus a)$; аддитивной ассоциативности $a \oplus (b \oplus c) = (a \oplus b) \oplus c$; мультипликативной ассоциативности $a \otimes (b \otimes c) = (a \otimes b) \otimes c$; левой дистрибутивности $a \otimes (b \oplus c) = (a \otimes b) \oplus (a \otimes c)$; правой дистрибутивности $(b \oplus c) \otimes a = (b \otimes a) \oplus (c \otimes a)$, а также удовлетворяют закону поглощения $a \oplus (a \otimes b) = a = a \otimes (a \oplus b)$.

Тогда порядок \preceq на \mathcal{M} определяется как $a \preceq b \leftrightarrow (a \otimes b) = a \quad \forall a, b \in \mathcal{M}$.

Поскольку абстрактное множество \mathcal{M} конечно, а также имеет заданные минимальный (**0**) и максимальный (**1**) элементы, \mathcal{L} является *ограниченной дистрибутивной решеткой*, в которой для любого линейно упорядоченного подмножества $\mathcal{S} \subseteq \mathcal{M}$ определены

инфимум $(\otimes_{a \in \mathcal{S}} a)$ и *супремум* $(\oplus_{a \in \mathcal{S}} a)$, при этом $0 = \inf(\mathcal{M})$ и $1 = \sup(\mathcal{M})$.

Расширим \mathcal{L} унарной операцией дополнения 0 , обладающей свойством инволютивности $0(0 a) = a$ и удовлетворяющей законам Де Моргана $\forall a, b \in \mathcal{M}$
 $0(a \oplus b) = (0 a) \otimes (0 b)$, $0(a \otimes b) = (0 a) \oplus (0 b)$.
 Поскольку операция 0 немонотонно биективна относительно \preceq , решетка \mathcal{L} представляет собой произвольную ограниченную конечную решетку Де Моргана (рис. 1), являющуюся обобщением логических операций (\wedge, \vee, \neg) .

Элементы решетки \mathcal{L} определяют оценки уверенности в истинности утверждений РДЛ на интервале $[0, 1]$, при этом оценка «0» соответствует понятию «ложь», оценка «1» соответствует понятию «истина», остальные оценки упорядочены в промежутке между «0» и «1» по \preceq , причем $a \preceq b$ означает, что b ближе к истине, чем a . Наличие в \mathcal{L} аддитивного оператора \oplus позволяет оценить уверенность в истинности утверждений, содержащих дизъюнкции концептов, мультипликативного оператора \otimes – утверждений, содержащих конъюнкции концептов, а негативного оператора 0 – дополнений до концептов.

Заметим, что структура решетки \mathcal{L} соответствует структуре частично упорядоченного полукольца P , представляющего собой ограниченную дистрибутивную решетку, не замкнутую относительно объединения, и является ее абстракцией. Таким образом, построенная на решетке \mathcal{L} правдоподобная РДЛ является комплементарной формализму ПДСС и имеет эквивалентную выразительную мощность.

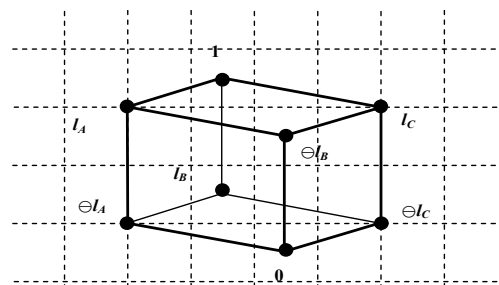


Рисунок 1 – Ограниченная конечная решетка де Моргана

Решетка \mathcal{L} может быть построена и над отношением совершенного порядка \preceq , при этом любые два элемента \mathcal{M} будут упорядочены относительно \preceq , а \mathcal{M} - линейно упорядоченным множеством. Элементы решетки могут трактоваться как подструктуры: если всякий элемент \mathcal{M} есть пара (a, b) , в качестве решетки может быть использовано декартово произведение $\bar{\mathcal{L}} = \mathcal{L} \times \mathcal{L}$, что дает возможность определять парные оценки утверждений вида «необходимость-возможность» или «доверие-сомнение» [14].

ОПИСАНИЕ СИНТАКСИСА РДЛ

Описание синтаксиса РДЛ \mathcal{L} включает определение атомарных символов (концептов, ролей, индивидов) и множества конструкторов, с помощью которых из атомарных символов строятся составные концепты и роли. Пусть $CN = \{A_1, \dots, A_m\}$ – конечное непустое множество *атомарных концептов* (называемых также *именами концептов*), $RN = \{R_1, \dots, R_n\}$ – конечное непустое множество *атомарных ролей* (называемых также *именами ролей*), $IN = \{a_1, \dots, a_k\}$ – конечное непустое множество *имен индивидов*.

Множество концептов \mathcal{C} задается индуктивно: символы **Z** и **Ж** – концепты (соответственно *истина* и *ложь*); всякий атомарный концепт A является концептом; если C – концепт, то $\neg C$ – также концепт (*дополнение концепта C*); если C и D – концепты, выражения $C \text{ b } D$ и $C \text{ 7 } D$ – также концепты (соответственно *пересечение* и *объединение* концептов C и D); если C – концепт, а R – роль, то выражения $\exists R.C$ и $\forall R.C$ – концепты (соответственно *экзистенциальное* и *универсальное* ограничение); если R – роль, а $n \neq 0$ – натуральное число, то выражения $=nR$, $<nR$, $>nR$, $!nR$, $\text{ц}nR$ – концепты (*ограничение кардинальности* роли); никакие другие выражения не являются концептами.

Множество ролей \mathcal{R} также задается индуктивно: всякая атомарная роль $R_A \in RN$ есть роль; если R – роль, то R^- , $\neg R$ – также роли (соответственно *обращение* и *отрицание* роли R).

Введем нерелексивное транзитивное отношение частичного порядка \preceq_R на множестве \mathcal{R} , такое что

$R_1 \preceq_R R_2 \Leftrightarrow R_2^- \preceq_R R_1^-$. Цепочкой ролей ω представляет собой конечную строку имен ролей вида R или $R_1 R_2 \dots R_n$, такая что $R_i \preceq_R R_{i+1} \forall i = 1..n$. Обозначим мощность некоторого множества B как $|B|$ и введем обозначение множества символов ограничений $| = \{<, >, =, \text{ц}, !\}$. Введем оценку уверенности в истинности высказываний \mathcal{L} как отображение вида $\ell : \varrho \rightarrow \mathcal{L}$, где $\varrho \in \{\phi, \sigma, \rho\}$.

Ограничителем уверенности назовем необязательное выражение вида $| \text{ }^l$, где l – степень уверенности в истинности высказывания, $l \in \mathcal{L}$. Выражение вида $\triangleright \text{ }^l$ является *позитивным* ограничением, выражение вида $\triangleleft \text{ }^l$ – *негативным* ограничением.

Если утверждение не содержит ограничитель уверенности, степень уверенности в истинности высказывания предполагается равной $\sup(\mathcal{M}) = \mathbf{1}$, т.е. высказывание считается достоверным.

Рольевая аксиома ρ представляет собой выражение вложения ролей вида $\omega \text{ b } R[| \text{ }^l]$, где R – произвольная роль, ω – производная цепочка ролей, $| \text{ }^l$ – необязательный ограничитель уверенности (аксиома вложения ролей $R1 \text{ b } R2$ означает, что $R1$ является *подролью* $R2$, а $R2$ – *надролью* $R1$). Иерархия ролей \mathcal{R} ($R \text{ Box}$) представляет собой произвольное конечное множество ролевых аксиом, $\mathcal{R} = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_k\}$.

Концептная аксиома σ представляет собой выражение одного из следующих типов (C и D – произвольные концепты, $| \text{ }^l$ – необязательный ограничитель уверенности): эквивалентности концептов $C \equiv D[| \text{ }^l]$; включения концептов $C \text{ b } D[| \text{ }^l]$ (концепт C включает концепт D , или является более абстрактным, чем D); вложения концептов $C \text{ t } D[| \text{ }^l]$ (концепт C вложен в концепт D , или является более конкретным, чем D).

Выражение $C \text{ b } D \triangleleft \text{ }^l$ показывает, что концепт C вложен в концепт D с уверенностью не более l .

Введем нерелексивное транзитивное отношение частичного порядка \preceq_c на множестве \mathcal{C} , такое что $C_1 \preceq_c C_2 \Leftrightarrow \neg C_2 \preceq_c C_1$. Тогда иерархия концептов ($T \text{ Box}$) \mathcal{C} представляет собой произвольное конечное

множество концептных аксиом $C = \{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m\}$, упорядоченное относительно \preccurlyeq_C .

Интенциональные знания формулируются в виде ролевых и терминологических аксиом, в то время как экстенциональные знания – в виде фактов (утверждений об индивидах).

Факт Φ представляет собой утверждение одного из следующих видов ($a, b \in IN$ – индивиды, C – произвольный концепт, R – роль, l – необязательный ограничитель уверенности): принадлежности индивида a концепту C ($a:C[l \ l]$); наличия между двумя индивидами двместного отношения R ($(a,b):R[l \ l]$); отрицания наличия двместного отношения R ($(a,b):\neg R[l \ l]$).

Утверждение вида $\Phi \triangleright l$ гласит, что степень уверенности в истинности Φ превышает l . Соответственно, утверждение вида $\Phi \triangleleft l$ гласит, что степень уверенности в истинности Φ не превышает l .

Система фактов \mathcal{A} (*АВох*) составляет конечное множество фактов $\mathcal{A} = \{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_l\}$.

Терминология (концептов и ролей) \mathcal{T} задается парой $(\mathcal{R}, \mathcal{C})$, где \mathcal{R} – произвольная иерархия ролей, \mathcal{C} – произвольная иерархия концептов. *База знаний* (БЗ) есть $\mathcal{K} = (\mathcal{T} \cup \mathcal{A})$, где \mathcal{T} – произвольная терминология, \mathcal{A} – произвольная система фактов.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СЕМАНТИКИ РДЛ

Семантика РДЛ \mathcal{L} может быть задана с помощью интерпретации [4].

Интерпретация \mathcal{I} на решетке \mathcal{L} представляет

$$\begin{aligned} \mathcal{J}^{\mathcal{I}}(a) &= \mathbf{1}; \quad \mathcal{Z}^{\mathcal{I}}(a) = \mathbf{0}; \quad (\neg C)^{\mathcal{I}}(a) = \mathbf{0} \ C^{\mathcal{I}}(a); \quad (x_i / l_i)^{\mathcal{I}}(a) = \bigoplus_{i|a=o_i^{\mathcal{I}}} x_i; \\ (C6D)^{\mathcal{I}}(a) &= C^{\mathcal{I}}(a) \otimes D^{\mathcal{I}}(a); \quad (C7D)^{\mathcal{I}}(a) = C^{\mathcal{I}}(a) \oplus D^{\mathcal{I}}(a); \\ (\exists R.C)^{\mathcal{I}}(a) &= \bigoplus_{b \in \Delta^{\mathcal{I}}} \{R^{\mathcal{I}}(a, b) \otimes C^{\mathcal{I}}(b)\}; \quad (\forall R.C)^{\mathcal{I}}(a) = \bigotimes_{b \in \Delta^{\mathcal{I}}} \{0 \ R^{\mathcal{I}}(a, b) \oplus C^{\mathcal{I}}(b)\}; \\ (\triangleright nR)^{\mathcal{I}}(a) &= \bigoplus_{b_1, \dots, b_n (b_i \in \Delta^{\mathcal{I}})} \bigotimes_{i=1}^n \{R^{\mathcal{I}}(a, b_i)\}; \quad (\triangleleft nR)^{\mathcal{I}}(a) = \bigotimes_{b_1, \dots, b_{n+1} (b_i \in \Delta^{\mathcal{I}})} \bigoplus_{i=1}^{n+1} \{0 \ R^{\mathcal{I}}(a, b_i) \mid n\}. \end{aligned}$$

Интерпретирующая функция $\cdot^{\mathcal{I}}$ однозначно и индуктивно распространяется на множество всех ролей БДЛ \mathcal{L} по правилам $(R^-)^{\mathcal{I}}(a, b) = R^{\mathcal{I}}(b, a)$, $(\neg R)^{\mathcal{I}}(a, b) = \mathbf{0} \ R^{\mathcal{I}}(a, b)$

собой пару $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}})$, состоящую из непустого множества $\Delta^{\mathcal{I}}$ – *области интерпретации*, и *интерпретирующей функции* $\cdot^{\mathcal{I}}$, сопоставляющей:

- каждому индивиду $a \in IN$ – элемент области интерпретации $a^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$;
- каждому атомарному концепту $A \in CN$ – произвольное подмножество $A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}}$;
- каждому концепту C – функцию $C^{\mathcal{I}}: \Delta^{\mathcal{I}} \rightarrow \mathcal{L}$;
- каждой атомарной роли $R_A \in RN$ – произвольное подмножество $R_A^{\mathcal{I}} \subseteq \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$;
- каждой роли R – функцию $R^{\mathcal{I}}: \Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}} \rightarrow \mathcal{L}$.

Если a и b – объекты области интерпретации, т.е. $a^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}}$, $b^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}}$, то $C^{\mathcal{I}}(a)$ возвращает степень уверенности в том, что объект a является экземпляром концепта C относительно интерпретации \mathcal{I} , а $(a, b):R^{\mathcal{I}}$ возвращает степень уверенности в том, что между объектами a и b в интерпретации \mathcal{I} существует отношение R .

Индивид b является *R-последователем* индивида a , если пара индивидов (a, b) принадлежит интерпретации некоторой роли $R \in \mathcal{R}$, такой что $(a, b) \in R^{\mathcal{I}}$. Множество *R-последователей* индивида a определяется как $R^{\mathcal{I}}(a) = \{b \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid (a, b) \in R^{\mathcal{I}}\}$.

Интерпретирующая функция $\cdot^{\mathcal{I}}$ однозначно и индуктивно распространяется на множество всех концептов РДЛ \mathcal{L} по правилам:

Определение 1. Концепт C выполняется относительно \mathcal{T} ($\mathcal{T} \models_{\mathcal{I}} C$), если и только если существует интерпретация \mathcal{I} , такая что $C^{\mathcal{I}}(a) = l$, $l \in \mathcal{L}$, $l > \mathbf{0}$.

В этом случае \mathcal{I} называется *моделью концепта* C в \mathcal{T} .

Концепт C является l -*выполнимым*, если существует интерпретация \mathcal{I} , в которой $C^{\mathcal{I}}(a) \geq l$.

Определение 2. Концепты C и D эквивалентны в \mathcal{T} ($\mathcal{T} \models C \equiv D$), если и только если в любой модели \mathcal{I} терминологии \mathcal{T} выполняется $\forall d \in \Delta^{\mathcal{I}} C^{\mathcal{I}}(d) = D^{\mathcal{I}}(d)$.

Определение 3. Концепт C *вложен* в концепт D в \mathcal{T} ($\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$), если и только если в любой модели \mathcal{I} терминологии \mathcal{T} выполняется $\forall d \in \Delta^{\mathcal{I}} C^{\mathcal{I}}(d) \subseteq D^{\mathcal{I}}(d)$.

Степень вложения C в D определяется как $\bigotimes_{d \in \Delta^{\mathcal{I}}} C^{\mathcal{I}}(d) \Rightarrow D^{\mathcal{I}}(d)$.

Определение 4. Концепт C *включает* концепт D в \mathcal{T} ($\mathcal{T} \models C \supseteq D$), если и только если в любой модели \mathcal{I} терминологии \mathcal{T} выполняется $\forall d \in \Delta^{\mathcal{I}} C^{\mathcal{I}}(d) \supseteq D^{\mathcal{I}}(d)$.

Аксиома $\sigma(\rho)$ l -*выполнима* в интерпретации \mathcal{I} , если существует интерпретация \mathcal{I} , такая что $\forall a \in \Delta^{\mathcal{I}} \sigma^{\mathcal{I}}(a) \geq l$ ($\rho^{\mathcal{I}}(a) \geq l$). Аксиома $\sigma(\rho)$ l -*следует* из \mathcal{T} ($\mathcal{T} \models_l \sigma, \mathcal{T} \models_l \rho$), если и только если $\sigma(\rho)$ l -*выполнима* в любой модели \mathcal{I} .

Высказывание ϕ l -*выполнимо* в интерпретации \mathcal{I} ($\mathcal{I} \models_l \phi$), если и только если в \mathcal{I} для каждого $a: C \mid l$ имеет место $C^{\mathcal{I}}(a^{\mathcal{I}}) \mid l$; для каждого $(a, b): R \mid l$ имеет место $R^{\mathcal{I}}(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}}) \mid l$; а для каждого $(a, b): \neg R \mid l$ имеет место $\neg R^{\mathcal{I}}(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}}) \mid l$.

Интерпретация \mathcal{I} является *моделью системы фактов* степени l для \mathcal{A} , если в \mathcal{I} l -выполнимы все высказывания из \mathcal{A} . Система фактов \mathcal{A} является *совместимой* с терминологией \mathcal{T} , если и только если \mathcal{A} имеет модель, одновременно являющуюся моделью и для \mathcal{T} .

Интерпретация \mathcal{I} является *моделью терминологии* \mathcal{T} степени l ($\mathcal{I} \models_l \mathcal{T}$), если в \mathcal{I} l -выполнимы все аксиомы из \mathcal{T} . Терминология \mathcal{T} l -*выполнима*, если она имеет модель степени l .

Интерпретация \mathcal{I} представляет собой *модель* степени l БЗ \mathcal{K} ($\mathcal{I} \models_l \mathcal{K}$), если \mathcal{I} является моделью

степени l одновременно для \mathcal{T} и \mathcal{A} . БЗ \mathcal{K} l -*выполнима*, если она имеет модель степени l .

Высказывание ϕ l -*следует* из \mathcal{K} ($\mathcal{K} \models_l \phi$), если ϕ выполнимо в любой модели \mathcal{I} БЗ \mathcal{K} так, что $l = \bigoplus \{r \mid \mathcal{K} \models_r \phi \geq r\}$. БЗ \mathcal{K} l -*выполнима*, если для \mathcal{K} существует модель \mathcal{I} , такая что $\mathcal{I} \models_l \mathcal{K}$.

АЛГОРИТМ И ПРОЦЕДУРА ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА В РДЛ

Поскольку в ДЛ отсутствует понятие исчисления, для РДЛ \mathcal{L} необходимо построить алгоритм, проверяющий истинность аксиом и выполнимость концептов.

Основной проблемой логического вывода в ДЛ является проблема проверки выполнимости концептов (остальные логические проблемы вывода могут быть сведены к данной [15], причем вложенность концепта $C \sqsubseteq D$ эквивалентна невыполнимости концепта C [16]).

Пусть требуется построить алгоритм \mathfrak{A} , проверяющий вложение заданных концептов $C \sqsubseteq D$ относительно заданной терминологии \mathcal{T} , где C, D, \mathcal{T} сформулированы на языке \mathcal{L} ($\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$). Пусть алгоритм \mathfrak{A} работает за конечное время и выдает двоичный ответ – 0 или 1, а результат выполнения алгоритма \mathfrak{A} на входных данных (C, D, \mathcal{T}) записывается как $\mathfrak{A}(C, D, \mathcal{T})$.

Алгоритм \mathfrak{A} проверки вложения концептов:

- является корректным, если для любых C, D, \mathcal{T} из $\mathfrak{A}(C, D, \mathcal{T}) = 1$ следует $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$;
- является полным, если для любых C, D, \mathcal{T} из $\mathcal{T} \models C \sqsubseteq D$ следует $\mathfrak{A}(C, D, \mathcal{T}) = 1$.

Определение 5. Алгоритм \mathfrak{A} является *разрешающей процедурой* для проблемы выполнимости концептов C относительно терминологии \mathcal{T} в РДЛ \mathcal{L} , если и только если он обладает свойствами корректности и полноты; при этом выполняется условие *завершаемости*: для любых (C, D, \mathcal{T}) алгоритм \mathfrak{A} выдает ответ $\mathfrak{A}(C, D, \mathcal{T})$ за конечное время.

Существование алгоритма \mathfrak{A} , удовлетворяющего условиям определения 5, подтверждает наличие у ДЛ свойства разрешимости.

Пусть C и D – концепты, \mathcal{T} – терминология, $l \in \mathcal{L}$ – степень уверенности, ограниченная оценкой на решетке \mathcal{L} . Для всякой аксиомы $C \sqsubseteq D \triangleright l \in \mathcal{T}$ в соответствии с определением 3

$\otimes_{a \in \Delta^{\mathcal{I}}} C^{\mathcal{I}}(a) \Rightarrow D^{\mathcal{I}}(a) \uparrow l$. Тогда концепт C является l -выполнимым относительно \mathcal{T} , если существует такая модель \mathcal{I} терминологии \mathcal{T} , что $\otimes_{a \in \Delta^{\mathcal{I}}} C^{\mathcal{I}}(a) \uparrow l$.

Определение 6. Наивысшей степенью выполнимости концепта C относительно \mathcal{T} называется наибольшее значение $l \in \mathcal{L}$, такое, что концепт C l -выполним относительно \mathcal{T} .

Определение 7. Наивысшей степенью вложения концептов C и D называется наибольшее значение $l \in \mathcal{L}$, такое, что C является l -вложенным в концепт D относительно \mathcal{T} .

Исходя из свойств компактности, конечности и ограниченности решетки \mathcal{L} , получаем следующее.

Определение 8. $l \in \mathcal{L}$ называется наивысшей степенью выполнимости для концепта $C \sqcap \neg D$, если и только если наивысшая степень вложения концептов C и D составляет $0 \uparrow l$.

Определение 9. Концепт C называется строго l -выполнимым относительно \mathcal{T} , если существует модель \mathcal{I} терминологии \mathcal{T} и существует такой $a \in \Delta^{\mathcal{I}}$, что $C^{\mathcal{I}}(a) > l$.

Свойство строгой l -выполнимости концепта C устанавливает для $\Delta^{\mathcal{I}}$ ограничение существования по меньшей мере одного индивида $a \in \Delta^{\mathcal{I}}$, принадлежащего описанию концепта, для которого $C^{\mathcal{I}}(a) > l$. Свойство l -выполнимости не налагает ограничений на $\Delta^{\mathcal{I}}$, поэтому индивидов, принадлежащих заданному концепту C с уверенностью $\geq l$, может и не существовать. Из определения 9, наличие свойства строгой l -выполнимости концепта C влечет наличие более слабого свойства l -выполнимости данного концепта.

Тогда l -выполнимость концепта C может быть редуцирована до строгой l -выполнимости C . Наивысшая степень l выполнимости C относительно \mathcal{T} определяется как супремум всех l таких, что C строго l -выполним $l = \oplus \{l \mid C^{\mathcal{I}}(a) > l\}$.

Определить, является ли концепт C l -выполнимым, можно, сравнивая l с наивысшей степенью выполнимости l для данного концепта C . Рассмотрим данную задачу с точки зрения построения алгоритма, позволяющего выполнять логический вывод в РДЛ с использованием ПДСС.

Предположим, что проблема выполнимости концепта C в терминологии \mathcal{T} может быть решена с помощью интерпретирующего автомата \mathfrak{A} , находящего все элементы u_1, \dots, u_l решетки \mathcal{L} , которые являются основанием для вывода о существовании строгой l -выполнимости концепта C .

Пусть задано $\alpha \in \mathbb{N}$. Модель \mathcal{I} терминологии \mathcal{T} является α -ограниченной, если для всякого $a \in \Delta^{\mathcal{I}}$ и всякого концепта вида $\exists r.C$ или $\forall r.C$ существует ровно α элементов $\{a_1, \dots, a_\alpha\} \in \Delta^{\mathcal{I}}$, таких что $(\exists r.C)^{\mathcal{I}}(a) = \bigoplus_{i=1}^{\alpha} r^{\mathcal{I}}(a, a_i) \otimes C^{\mathcal{I}}(a_i)$,

$$(\forall r.C)^{\mathcal{I}}(a) = \bigotimes_{i=1}^{\alpha} \neg r^{\mathcal{I}}(a, a_i) \oplus C^{\mathcal{I}}(a_i).$$

В частности, для $\alpha=1$ супремум и инфимум в (6) приобретают максимальное и минимальное значение, а модель \mathcal{I} называется обоснованной.

Определение 10. Решетка \mathcal{L} называется α -компактной, если для всех $A \subseteq \mathcal{L}$ существует некоторое подмножество $B \subseteq A$ с кардинальным числом $|B| = \alpha$, такое что $\bigoplus B = \bigoplus A$.

Наименьшее значение α , при котором решетка \mathcal{L} сохраняет свойство α -компактности, составляет степень компактности решетки \mathcal{L} , в то время как ширина $\varpi_{\mathcal{L}}$ решетки \mathcal{L} есть кардинальное число наибольшей антицепи в \mathcal{L} . Конечная дистрибутивная решетка \mathcal{L} , имеющая ширину $\varpi_{\mathcal{L}} = \alpha$, является α -компактной, и поэтому обладает α -ограниченной древовидной моделью – ПДСС \mathfrak{G} .

Разработаем процедуру проверки строгой l -выполнимости концепта относительно α -ограниченных моделей, заключающуюся в проверке опустошения конечного интерпретирующего автомата, работающего с бесконечными ПДСС, представляющими множество моделей интерпретации РДЛ.

Зададим интерпретирующий автомат \mathfrak{A} . Входной информацией для него является k -арная ПДМСС \mathfrak{G}^* для $\mathfrak{G} = \{1, \dots, k\}$, где $k \in \mathbb{N}$. Расположение узлов ПДМСС \mathfrak{G}^* соответствует появлению входов в \mathfrak{G}^* : всякий пустой вход ε представляет корневую вершину \mathfrak{h} ПДСС, а u_i представляет собой путь от некоторого узла u к его i -му последователю.

Интерпретирующий автомат \mathfrak{A} представляет собой кортеж $\langle q, i, \vartheta \rangle$, состоящий из конечного множе-

ства состояний Q , множества начальных состояний $i \in Q$, и множества переходов $\delta \subseteq Q \times Q^k$.

Запуск интерпретирующего автомата \mathcal{A} является отображением $r: \mathcal{G}^* \rightarrow Q$, таким, что присваивает каждому узлу u ПДМСС \mathcal{G}^* состояния: а) $r(\varepsilon) \in i$; б) для всякого $u \in \mathcal{G}^*$ $(r(u), r(u_1), \dots, r(u_k)) \in \delta$.

Задача обнаружения момента опустошения автомата \mathcal{A} решается его запуском с начальным состоянием $i \in Q$, для которого определяется множество недостижимых состояний X , содержащее все состояния Q^- , к которым отсутствуют переходы: $X = Q^-$. На каждой итерации i автомат \mathcal{A} определяет множество состояний Q_i^- , из которых определены переходы к недостижимым состояниям $Q_j \in X$, и добавляет их к множеству X : $X = X + Q_i^-$. Множество X приобретает стабильность максимум за $|Q|$ итераций.

Определение 11. Интерпретирующий автомат \mathcal{A} допускает запуск, если и только если его начальное состояние i не является недостижимым, $i \notin X$.

Поскольку строго l -выполнимый концепт C в полной относительно древовидных моделей РДЛ [17] имеет древовидную α -ограниченную модель, представимую в виде ПДСС \mathcal{G} , запуск автомата \mathcal{A} является в точности ПДМСС \mathcal{G}^* .

Потребуем, чтобы все определения концептов C в РДЛ соответствовали негативной нормальной форме $\sim C = C \wedge \neg C$. Обозначим как $\text{sub}(C, T)$ множество, состоящее из всех концептов, вложенных в концепт C , и всех описаний концептов $\sim D \sqcup E$, соответствующих аксиомам $\langle D \sqsubseteq E \triangleright l \rangle \in T$.

Состояния Q автомата \mathcal{A} могут быть представлены многозначными частично упорядоченными множествами [18] (l -множествами), с каждым из элементов которых связано значение принадлежности, заданное на решетке \mathcal{L} . Областью определения l -множества является $\text{sub}(C, T)$.

Пусть ζ – произвольный элемент, выражающий степень связи некоторого ролевого отношения с родительским узлом ПДМСС.

Определение 12. Функция $\mathcal{H}: \text{sub}(C, T) \cup \{\zeta\} \rightarrow \mathcal{L}$ называется *многозначным*

частично упорядоченным множеством (l -множеством) над (C, T) , если и только если она удовлетворяет следующим условиям: а) $\mathcal{H}(D \sqcap E) = \mathcal{H}(D) \otimes \mathcal{H}(E)$; б) $\mathcal{H}(D \sqcup E) = \mathcal{H}(D) \oplus \mathcal{H}(E)$; в) $\mathcal{H}(\neg A) = 0 \mathcal{H}(A)$ для каждого атомарного имени концепта $A \in CN$.

Определение 13. l -множество \mathcal{H} совместимо с иерархией концептов $\langle D \sqsubseteq E \triangleright l \rangle$, если и только если $\mathcal{H}(\sim D \sqcup E) \geq l$.

Арность k автомата \mathcal{A} определяется общим числом входящих в множество $\text{sub}(C, T)$ экзистенциальных и универсальных ограничений вида $\exists R.D$ и $\forall R.D$ соответственно. Каждый узел-последователь является основанием одного из указанных ограничений. Чтобы определить соответствие между множеством узлов-последователей ПДСС и множеством ограничений, введем произвольное биективное отображение $J: \{E \mid E \in \text{sub}(C, T)\} \rightarrow \mathcal{G}$, где концепт E задан в форме $\exists R.D$ или $\forall R.D$.

Переходы автомата \mathcal{A} определяются ограничивающими условиями.

Определение 14. Кортёж l -множеств $(\mathcal{H}_0, \mathcal{H}_1, \dots, \mathcal{H}_k)$ удовлетворяет условиям ограничений относительно (C, T) , если и только если:

1) для всякого экзистенциального ограничения $\exists R.D$ $\mathcal{H}_0(\exists R.D) = \mathcal{H}_{J(\exists R.D)}(\zeta) \otimes \mathcal{H}_{J(\exists R.D)}(D)$, и дополнительно для всякого ограничения \mathcal{F} вида $\exists R.E$ или $\forall R.E$ $\mathcal{H}_0(\exists R.D) \geq \mathcal{H}_{J(\mathcal{F})}(\zeta) \otimes \mathcal{H}_{J(\mathcal{F})}(D)$;

2) для всякого универсального ограничения $\forall R.D$ $\mathcal{H}_0(\forall R.D) = \mathcal{H}_{J(\forall R.D)}(\zeta) \Rightarrow \mathcal{H}_{J(\forall R.D)}(D)$, и дополнительно для всякого ограничения \mathcal{F} вида $\exists R.E$ или $\forall R.E$ $\mathcal{H}_0(\forall R.D) \leq \mathcal{H}_{J(\mathcal{F})}(\zeta) \Rightarrow \mathcal{H}_{J(\mathcal{F})}(D)$.

Древовидная α -ограниченная модель относительно (α, C, T, l) представляет собой k -арную ПДМСС \mathcal{G}^* , множество дуг которой e размечено l -множествами, совместимыми с каждой иерархией концептов в T , и для каждого узла $u \in \mathcal{G}^*$ кортеж $(\mathcal{G}(u), \mathcal{G}(u_1), \dots, \mathcal{G}(u_k))$ удовлетворяет всем задан-

ным в определении 15 условиям ограничений для $(\alpha, C, \mathcal{T}, l)$. Условие совместимости обеспечивает выполнимость всех аксиом терминологии \mathcal{T} в любом узле ПДМСС \mathfrak{G}^* , условие ограничений означает, что ПДМСС \mathfrak{G}^* является правдоподобной α -ограниченной моделью терминологии \mathcal{T} .

Определение 15. Правдоподобным автоматом $\mathfrak{A}_{(\alpha, C, \mathcal{T}, l)}$ для проверки l -выполнимости концепта C в терминологии \mathcal{T} (проблема $(\alpha, C, \mathcal{T}, l)$) называется интерпретирующий автомат $\mathfrak{A}_{(\alpha, C, \mathcal{T}, l)} = \langle \mathfrak{q}, i, \mathfrak{d} \rangle$, где \mathfrak{q} — множество всех совместимых с (C, \mathcal{T}) l -множеств; i содержит все l -множества \mathcal{H} , для которых выполняется $\mathcal{H}(C) \geq l$; \mathfrak{d} — множество всех $(k+1)$ -кортежей совместимых l -множеств, l -выполнимых относительно всех заданных для $(\alpha, C, \mathcal{T}, l)$ условий ограничений.

Запуск правдоподобного автомата $\mathfrak{A}_{(\alpha, C, \mathcal{T}, l)}$ приводит к построению ПДМСС \mathfrak{G}^* .

Сформулируем условия проверки выполнимости концепта C .

Концепт C строго l -выполним относительно \mathcal{T} , если автомат $\mathfrak{A}_{(\alpha, C, \mathcal{T}, l)}$ не пуст. Концепт C строго l -выполним в α -ограниченной модели относительно терминологии \mathcal{T} , если существует такая древовидная α -ограниченная модель \mathfrak{G}^* для $(\alpha, C, \mathcal{T}, l)$, что $\mathfrak{G}^*(C) \geq l$.

ЛИТЕРАТУРА:

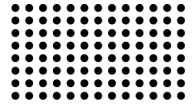
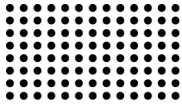
1. Sherstjuk, V. Scenarno-precedentnoe upravlenie jergaticheskimi dinamiceskimi ob#ektami /V.G. Sherstjuk. — Saarbrücken, Deutschland: Lambert Academic Publishing, 2013. — 407 p.
2. Sherstjuk, V. Ispol'zovanie derev'ev sobytij dlja predstavlenija znanij v dinamiceskikh precedentnyh intellektual'nyh sistemah /V.G. Sherstjuk //Vestnik Hersonskogo nacional'nogo tehniceskogo universiteta. — 2011. — №2 (41). — S.100-111.
3. Yehia, W. Towards an Expressive Decidable Logical Action Theory /W. Yehia, M. Soutchanski //Proc. of 25rd Int. Workshop on Description Logics DL'2012. — Roma, Italy, 2012. — Pp.389-399.
4. Baader, F. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications: 2nd ed. /F. Baader, D. Calvanese, D.L. McGuinness [and others]. — Cambridge: Cambridge University Press, 2010. — 624 p.
5. Grädel, E. Two variable logic with counting is decidable /E. Grädel, M. Otto, E. Rosen //In Proc. of 12th IEEE Symp. on Logic in Computer Science (LICS'97). — Washington, USA: IEEE Computer Society, 1997. — Pp.306-317.
6. Migas, S. Intellektual'nye informacionnye sistemy /S.S. Migas. — SPb.: Izd-vo SPbGIJeU, 2009. — 160 s.
7. Navigator po vychislitel'noj slozhnosti deskripcionnyh logik [Jelektronnyj resurs]. — Rezhim dostupa: URL: <http://www.cs.manchester.ac.uk/~ezolin/dl/>
8. Horrocks, I. Reasoning with Very Expressive Fuzzy Description Logics /I. Horrocks, J.Z. Pan, G.B. Stamou [and others] //Journal of Artificial Intelligence Research. — 2007. — Vol.30. — Pp.273-320.
9. Lukasiewicz, T. Managing uncertainty and vagueness in description logics for the semantic web /T. Lukasiewicz, U. Straccia //Journal of Web Semantics. — 2008. — Vol.6. — №4. — Pp.291-308.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В статье построена дескрипционная логика с оценкой истинности на компактной конечной ограниченной решетке Де Моргана, что позволяет адаптировать качественные оценки неопределенности утверждений, выраженные на интервалах значений множества-носителя решетки, а также интегрировать в рамках полученной логики способы представления неопределенности различной природы.

Показано, что выполнимость концепта относительно терминологии на компактной ограниченной конечной решетке может быть проверена правдоподобным автоматом, находящим все элементы решетки, меньшие l , и являющиеся основанием для вывода о существовании строгой l -выполнимости концепта, причем концепт является выполнимым, если запуск автомата не привел к его опустошению. Поскольку всякий логический вывод в предложенной решеточной дескрипционной логике может быть сведен к проблеме выполнимости концепта относительно терминологии, предложенный в статье правдоподобный автомат \mathfrak{A} является процедурой логического вывода в РДЛ.

Логический формализм представления знаний на основе решеточной ДЛ является комплементарным формализму правдоподобных древовидных сетей событий, поскольку древовидные модели интерпретации решеточной ДЛ в точности соответствуют определению ПДСС, и благодаря наличию свойства разрешимости может быть использован в ДСПС в условиях реального времени.



10. Jiang, Y. Reasoning with rough description logics: An approximate concepts approach /Y. Jiang, J. Wang, S. Tang, B. Xiao //Information Sciences. – 2009. – Vol.179. – Pp.600-612.
11. Bobillo, F. Supporting fuzzy rough sets in fuzzy description logics /F. Bobillo, U. Straccia //Proc. of Europ. Conf. on Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty ECSQARU'09. Lecture Notes in Computer Science. – Berlin: Springer-Verlag, 2009. – Vol.5590. – Pp.676-687.
12. Jiang, Y. Expressive fuzzy description logics over lattices /Y. Jiang, Y. Tang, J. Wang [and others] //Knowledge-Based Systems. – 2010. – Vol.23. – №2. – Pp.150-161.
13. Straccia, U. Description logics over lattices /U. Straccia //Int. J. of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2006. – Vol.14. – №1. – Pp.1-16.
14. Borgwardt, S. Description Logics over Lattices with Multi-Valued Ontologies /S. Borgwardt, R. Peñaloza //22nd Int. J. Conf. on Artificial Intelligence: Knowledge Representation, Reasoning, and Logic IJCAI'11. – 2011. – Vol.2. – Pp.768-773.
15. Zolin, E. Deskripcionnaja logika [Jelektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa: URL: www.lpcs.math.msu.su/~zolin/dl/
16. Hollunder, B. Consistency checking reduced to satisfiability of concepts in terminological systems /B. Hollunder //Annals of Mathematics and Artificial Intelligence. – 1996. – Vol.18. – №2. – Pp.133-157.
17. Baader, F. Description Logics /F. Baader, I. Horrocks, U. Sattler //Handbook of Knowledge Representation: ed. B. Porter. – London: Elsevier Science, 2008. – Vol.3. – Pp.135-179.
18. Fitting, M. Types, Tableaus, and Gödel's God /M. Fitting. – Berlin: Springer-Verlag, 2002. – 180 p.

Рецензент: *д.т.н., проф. Ходаков В.Е., Херсонский национальный технический университет, Херсон.*