

ПОСТРОЕНИЕ ПРАВДОПОДОБНОЙ ДЕСКРИПЦИОННОЙ ЛОГИКИ РАЗМЫВАНИЕМ КОНЦЕПТОВ ПРИБЛИЖЕННЫМИ МНОЖЕСТВАМИ

УДК 004.986

ШЕРСТЮК Владимир Григорьевич

к.т.н., доцент кафедры информационных технологий Херсонского национального технического университета.

Научные интересы: методы и модели поддержки принятия решений реального времени, принятие решений на основе прецедентов, мультиагентные системы, комбинированные логические системы представления знаний.

e-mail: v_sherstyuk@bigmir.net

ВВЕДЕНИЕ

Динамические сценарно-прецедентные системы (ДСПС) предназначены для решения трудноформализуемых задач в слабоструктурированных предметных областях, вследствие чего функционируют в условиях неполной и неточной исходной информации, а также дефицита времени [1].

Процесс поиска уместных решений в ДСПС, как правило, строится на основе сложных структур данных. В [2] предложено использовать формализм правдоподобных древовидных сетей событий, основанный на использовании ориентированного ациклического связного мультиграфа $g = \langle v, e \rangle$, где v – непустое множество вершин, а e – непустое множество дуг, отображающих определенные отношения $w_{>_i} \in W$, заданные на v .

Учет факторов неполноты и неточности исходной информации требует реализации в древовидной сети событий инъективной модели правдоподобия ℓ , которая позволит приписать всякой дуге сети оценку (доверия, возможности, вероятности) l_i , выражающую степень наличия отношения $w_{>_i}$ между двумя узлами сети, соединяемыми данной дугой.

Правдоподобная древовидная сеть событий (ПДСС) представляет собой структуру $G = \langle g, f, k, \ell, \{>_i, f_i\} \rangle$, в которой $g, f, k, \{>_i\}$ – древовидная сеть событий; ℓ – модель правдоподобия; $f_i : e_j \xrightarrow{l_i} l$ – отображение,

помечающее каждую дугу $e_j \in e_{>_i}$ оценкой правдоподобия l_j на шкале $l \in \ell$.

Использование ПДСС в качестве формализма для представления и поиска прецедентов ставит *актуальную задачу* разработки адекватного по возможностям логического формализма, используемого на различных этапах функционирования ДСПС для адаптации и верификации решений, в основе которого лежит аналогичная ℓ модель правдоподобия.

Дефицит времени на принятие решений предполагает наличие свойства разрешимости у используемых логических теорий и сравнительно низкую оценку их вычислительной сложности, что, по сути, ограничивает выбор *дескрипционными логиками* (ДЛ) [3], представляющими компромисс между выразительностью и разрешимостью теории, сочетающимися богатыми выразительными возможностями с относительно невысокой вычислительной сложностью логического вывода.

Цель статьи состоит в построении правдоподобного логического формализма, учитывающего неполноту и неточность знаний о предметной области, на основе дескрипционной логики, допускающей выполнение процедуры вывода за конечное время.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Поскольку исходная информация ДСПС характеризуется неопределенностью различной природы, необходимо построить систему рассуждений с аксиомами и

утверждениями, допускающими некоторую степень определенности (истинности) с вероятностной, нечеткой, приближенной либо иного рода оценкой в соответствии с предложенной в [2] сложной моделью правдоподобия, при этом все оценки истинности утверждений и аксиом должны проецироваться на интервал $[0,1]$.

Одним из возможных подходов является построение решеточной ДЛ (РДЛ), оценки истинности в которой могут быть заданы на абстрактной структуре, являющейся решеткой. Это позволит, с одной стороны, адаптировать качественные оценки неопределенности утверждений ДЛ, выраженные на интервале значений некоторого множества-носителя решетки (например, оценки могут лежать на множестве {ложно, скорее-ложно, неизвестно, скорее-истинно, истинно}), а с другой стороны, интегрировать в рамках полученной ДЛ утверждения с неопределенностью различной природы.

В [4] построена РДЛ $\mathcal{L}_\#$ с оценкой истинности на компактной конечной ограниченной решетке Де Моргана. Требуется построить правдоподобную ДЛ (ПДЛ), в которой совмещается возможность представлять неточность концептов предметной области количественно (на основе нечетких множеств) и качественно (на основе приближенных множеств).

ОПИСАНИЕ РЕШЕТОЧНОЙ ДЕСКРИПЦИОННОЙ ЛОГИКИ

Описание РДЛ $\mathcal{L}_\#$ включает определение атомарных символов (концептов, ролей, индивидов) и конструкторов, с помощью которых из атомарных символов строятся составные концепты и роли [4].

Пусть $CN = \{A_1 \dots A_m\}$ – конечное непустое множество атомарных концептов, $RN = \{R_1, \dots, R_n\}$ – конечное непустое множество атомарных ролей, $IN = \{a_1, \dots, a_k\}$ – конечное непустое множество имен индивидов.

Определение 1. Множество концептов C задается индуктивно:

- символы \perp и \top – концепты (соответственно истина и ложь);
- всякий атомарный концепт A является концептом;
- если C – концепт, то $\neg C$ – также концепт (дополнение концепта C);

- если C и D – концепты, выражения $C \sqcap D$ и $C \sqcup D$ – также концепты (пересечение и объединение концептов C и D);

- если C – концепт, а R – роль, то выражения $\exists R.C$ и $\forall R.C$ – концепты (экзистенциальное и универсальное ограничение);

- если R – роль, а $n \geq 0$ – натуральное число, то выражения $=nR$, $<nR$, $>nR$, $\geq nR$, $\leq nR$ – концепты (ограничение кардинальности роли);

- никакие другие выражения не являются концептами.

Определение 2. Множество ролей R задается индуктивно:

- всякая атомарная роль $R_A \in RN$ есть роль;
- если R – роль, то R^- , $\neg R$ – также роли (обращение и отрицание роли R).

Если a и b – индивиды, принадлежащие области интерпретации ($a^I, b^I \in \Delta^I$), то $C^I(a)$ возвращает степень уверенности в том, что объект a является экземпляром концепта C относительно интерпретации \mathcal{I} , а $(a, b):R^I$ возвращает степень уверенности в том, что между объектами a и b в интерпретации \mathcal{I} существует отношение R .

Построим дополнения РДЛ, размывающие как определение собственно концепта $C(a)$, так и оценку степени уверенности в принадлежности объекта a концепту C .

МЕТОД РАЗМЫВАНИЯ КОНЦЕПТОВ ПРИБЛИЖЕННЫМ МНОЖЕСТВОМ

В основе метода размывания концептов лежит теория приближенных множеств [5], позволяющая качественно выразить неточность информации.

В рамках данной теории всякий неточный концепт $C \in \mathcal{C}$ может быть описан с помощью двух точных концептов – суб-концепта \underline{C} и супер-концепта \overline{C} , называемых соответственно нижней и верхней аппроксимацией концепта C .

Для размывания концепта необходимо задать на множестве C отношение неразличимости IND между его элементами.

Пусть существует множество IND , такое, что $IND \subset C$.

Определение 3. Бинарное отношение неразличимости (эквивалентности) \tilde{IND} концептов $C, D \in \mathcal{C}$ задается как:

$$\tilde{IND} = \{(C, D) \in \mathcal{C} \times \mathcal{C} : \forall m \in IND \ f(C, m) = f(D, m)\} \quad (1)$$

Определение 4. Два концепта C и D неразличимы по множеству IND в \mathcal{C} , если и только если $f(C, m) = f(D, m)$ для каждого $m \in IND$.

Для всякого концепта $C \in \mathcal{C}$ отношение \tilde{IND} определяет множество неразличимости $[C]_{\tilde{IND}}$. Всякое множество $E \subseteq \mathcal{C}$, соответственно, может быть разделено на классы эквивалентности $\tilde{IND} = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$, которые являются IND -элементарными множествами C , а \tilde{IND} является отношением неразличимости, заданным на E для всех $IND \subset C$.

Пусть Y – некоторое подмножество множества E , $Y \subseteq E$, а пространство приближения задано как $\tilde{Y} = \{Y, \tilde{IND}\}$.

Области нижнего $\underline{IND}(Y)$ и верхнего $\overline{IND}(Y)$ приближения могут быть заданы как:

$$\begin{aligned} \underline{IND}(Y) &= \{C_i \in Y \mid [C_i]_{\tilde{IND}} \subseteq E\}, \\ \overline{IND}(Y) &= \{C_i \in Y \mid [C_i]_{\tilde{IND}} \cap E \neq \emptyset\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Нижнее приближение $\underline{IND}(Y)$ является объединением всех тех IND -элементарных множеств, каждое из которых содержится в Y , верхнее приближение $\overline{IND}(Y)$ является объединением тех элементарных множеств, каждое из которых имеет непустое пересечение с Y .

Множество $\overline{IND}(Y) - \underline{IND}(Y)$ называется IND -сомнительной (недоопределенной) областью для $\tilde{S} = \{S, \tilde{IND}\}$, а кортеж $\langle \underline{IND}(Y), \overline{IND}(Y) \rangle$ представляет приближенное множество для множества Y .

Перейдем на уровень отдельных концептов и их экземпляров.

Определение 5. Верхней аппроксимацией \bar{C} концепта C называется множество элементов a , неразличимых в отношении IND по меньшей мере с одним из элементов b , заведомо принадлежащим концепту C :

$$\bar{C} = \{a \mid \exists b : IND(a, b) \wedge b \in C\}. \quad (3)$$

Определение 6. Нижней аппроксимацией \underline{C} концепта C называется множество элементов a , нераз-

личимых в отношении IND со всеми элементами b , по определению принадлежащими концепту C :

$$\underline{C} = \{a \mid \forall b : IND(a, b) \rightarrow b \in C\}. \quad (4)$$

Таким образом, верхняя аппроксимация соответствует множеству элементов области интерпретации, имеющих типичные для C свойства, а нижняя аппроксимация содержит множество элементов области интерпретации, являющихся прототипами C .

Другими словами, нижняя аппроксимация содержит элементы, необходимо принадлежащие концепту C , а верхняя аппроксимация – элементы, возможно принадлежащие концепту C .

С позиций базового для ДЛ понятия вложения можно записать:

$$\underline{C} \subseteq C \subseteq \bar{C}. \quad (5)$$

Введение нижней и верхней аппроксимации концептов позволяет построить приближенную дескрипционную логику [6].

Соответственно, определение 1 необходимо дополнить правилом:

- если C – концепт, то \underline{C} и \bar{C} – также концепты. Остальные определения РДЛ $\mathcal{L}_{\#}$ сохраняют свой

смысл.

Определение 7. Интерпретацией \mathcal{I}_R называется тройка $\mathcal{I}_R = (\Delta^{\mathcal{I}}, \cdot^{\mathcal{I}}, IND^{\mathcal{I}})$, состоящая из непустого множества $\Delta^{\mathcal{I}}$, называемого областью интерпретации, интерпретирующей функции $\cdot^{\mathcal{I}}$, и отношения эквивалентности $IND^{\mathcal{I}}$, заданного на $\Delta^{\mathcal{I}}$, отображающих множества концептов в подмножества $\Delta^{\mathcal{I}}$, множества ролей – в отношения на $\Delta^{\mathcal{I}}$.

Интерпретация \mathcal{I}_R расширяет интерпретацию \mathcal{I} РДЛ $\mathcal{L}_{\#}$ [4] следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{C}^{\mathcal{I}} &= \\ &= \{a^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \exists b^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}} : IND^{\mathcal{I}}(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}}) \wedge b^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}\}' \\ \underline{C}^{\mathcal{I}} &= \\ &= \{a^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \forall b^{\mathcal{I}} \in \Delta^{\mathcal{I}} : IND^{\mathcal{I}}(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}}) \rightarrow b^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Важными свойствами полученной логики являются универсальная и экзистенциальная квантификации, в [7] показано, что для логик с такими свойствами размытие концептов не повышает их оценку вычислительной сложности.

Определение 8. Функцией трансляции называется функция $\cdot^{\mathcal{I}}$, выполняющая преобразование:

- $A' = A$ для любого атомарного концепта $A \in CN$;

- $(\bar{C})' = \exists IND.C$, $(\underline{C})' = \forall IND.C$ для неатомарных концептов.

Функция трансляции $'$ рекурсивно задается для множества всех конструкторов ДЛ согласно индуктивного определения концептов ДЛ.

В [8] показано, что всякая ДЛ может непосредственно сводиться к РДЛ с использованием функции трансляции $' : RDL \mapsto DL$, при этом логический вывод РДЛ сохраняется без потери общности.

Определение 9. Концепт C выполняется в интерпретации \mathcal{I}_R , если и только если для заданной функции трансляции $' : RDL \mapsto DL$ концепт C' выполняется относительно \mathcal{I}' .

Для построения ПДЛ с размытыми концептами необходимо построить адекватную функцию эквивалентности, соответствующую заданному отношению неразличимости IND .

Пусть задана база знаний $\mathcal{K} = (\mathcal{T}, \mathcal{A})$.

Будем рассматривать отношение неразличимости в терминах функций подобия и толерантности [9].

Пусть функция толерантности на множестве Y задана как $\tau : Y \times Y \mapsto [0, 1]$, так что $\forall a, b \in Y$ $\tau(a, b) = 1$ и $\tau(a, b) = \tau(b, a)$.

Определение 10. Для функции толерантности τ , заданной на множестве Y , и порога толерантности $\iota \in [0, 1]$, функция соседства $\nu : Y \mapsto 2^Y$ определяется как

$$\nu_i(a) = \{b \in Y \mid \tau(a, b) \geq \iota\}. \quad (7)$$

Для каждого элемента $a \in Y$ множество $\nu_i(a)$ составляет область соседства.

Пусть область интерпретации $\Delta^{\mathcal{I}}$ является универсумом.

Определение 11. Контекстом называется множество концептов $\mathcal{C} = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$, такое что $C_i \in \mathcal{C}$.

Построим функцию подобия σ на $\Delta^{\mathcal{I}}$ как функцию толерантности относительно заданного контекста \mathcal{C} на основе предложенной в [4] решетки \mathcal{L} со значениями истинности $\mathcal{N} = \{\nu_1, \dots, \nu_n\}$.

Определение 12. Проективным отображением $\sigma_i(a, b)$ двух индивидов $a, b \in \Delta^{\mathcal{I}}$ относительно

концепта C_i называется функция оценки $\sigma_i : U \times U \mapsto [0, 1]$, такая что:

$$\sigma_i(a, b) = \begin{cases} 1, & \text{если } (C_i(a) \in \mathcal{A} \wedge C_i(a) \in \mathcal{A}) \vee \\ & (\neg C_i(a) \in \mathcal{A} \wedge \neg C_i(a) \in \mathcal{A}) \\ 0, & \text{если } (C_i(a) \in \mathcal{A} \wedge \neg C_i(a) \in \mathcal{A}) \vee \\ & (\neg C_i(a) \in \mathcal{A} \wedge C_i(a) \in \mathcal{A}) \\ \nu_i = \min(l_a, l_b), & \nu_i \in \mathcal{N}, \\ & \text{если } a \in C_i \triangleright l_a, b \in C_i \triangleright l_b \end{cases} \quad (8)$$

Определение 13. Два индивида $a, b \in \Delta^{\mathcal{I}}$ называются неразличимыми относительно контекста $\mathcal{C} = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ $\forall i = \{1, \dots, m\}$, если и только если их проективные отображения $\sigma_i(a, b)$ для всех $C_i \in \mathcal{C}$ превышают заданный порог толерантности ι :

$$\forall C_i \forall a, b \in \Delta^{\mathcal{I}} \sigma_i(a, b) \geq \iota. \quad (9)$$

Поскольку отношение неразличимости может быть градуировано в терминах отношения подобия между элементами $\Delta^{\mathcal{I}}$, воспользуемся метрикой расстояния [10] и построим семейство функций подобия $\sigma^{\mathcal{C}} : IND(\mathcal{A}) \times IND(\mathcal{A}) \mapsto [0, 1]$.

Определение 14. Для заданных индивидов $a, b \in \Delta^{\mathcal{I}}$ и концепта C , такого что $b \in C$, проекция $\pi_C^{\mathcal{I}}(a)$ относительно b в интерпретации \mathcal{I}_R определяется как:

$$\pi_C^{\mathcal{I}_R}(a) = \begin{cases} 1 & \text{если } \mathcal{I}_R \models C(a) \\ 0 & \text{если } \mathcal{I}_R \models \neg C(a) \\ \sigma_i(a, b), & b \in C, \text{ во всех остальных случаях} \end{cases} \quad (10)$$

Определение 15. Функция подобия $\sigma_i(a, b)$ двух индивидов $a, b \in \Delta^{\mathcal{I}}$ относительно концепта $C \in \mathcal{C}$ в интерпретации \mathcal{I}_R определяется как:

$$\sigma_i(a, b) = 1 - |\pi_C^{\mathcal{I}_R}(a) - \pi_C^{\mathcal{I}_R}(b)|. \quad (11)$$

Определение 16. Для заданного контекста $\mathcal{C} = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ и индивидов $a, b \in \Delta^{\mathcal{I}}$ p -семейство функций подобия $\sigma_p^{\mathcal{C}}(a, b)$ определяется на основе p -метрики расстояния между a и b следующим образом:

$$\sigma_p^{\mathcal{C}}(a, b) = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^m |\sigma_i(a, b) - \sigma_i(b, a)|^p}. \quad (12)$$

Отношение неразличимости разбивает $\Delta^{\mathcal{I}}$ на классы толерантности (элементарные множества), обозначаемые как $[a]_{\mathcal{C}}$, для каждого индивида a .

Каждый класс $[a]_C$ однозначно индуцирует на Δ^I концепт C_a .

Определение 17. Функция неразличимости IND сводима к функции подобия $\sigma_i(a, b)$, если и только если существует такой порог толерантности $\iota \in [0, 1]$, что $[a]_C = v_\iota(a)$.

Определение 18. Отношение неразличимости IND_C индивидов $a, b \in \Delta^I$ определяется как $IND = \{(a, b) \in \Delta^I \times \Delta^I \mid \forall i \in \{1, \dots, m\} : \pi_i^I = \pi_i^I\}$. (13)

МЕТОД КВАНТИФИКАЦИИ ОЦЕНОК ИСТИННОСТИ

В отличие от качественного представления неточности с использованием приближенных множеств, нечеткие множества могут быть использованы для представления количественной оценки неопределенности, выраженной в виде степени принадлежности нечеткого концепта.

Комбинация ДЛ с нечеткой логикой дает ПДЛ, в которой соглашение об оценке истинности с помощью пары «истина/ложь» подменяется оценкой степени истинности утверждения, отображенной на упорядоченный числовой интервал $[0, 1]$.

В [11] сделан вывод, что оценка истинности на интервале $[0, 1]$ приводит к значительному увеличению вычислительной сложности нечеткой ДЛ, поскольку интерпретация множества неравенств вида $\alpha \leq l$ требует решения задачи линейной оптимизации с вещественными аргументами.

В то же время, существует способ дискретизации значений истинности из числового интервала $[0, 1]$ с отображением на решетку \mathcal{L} , который представлен на рис. 1.

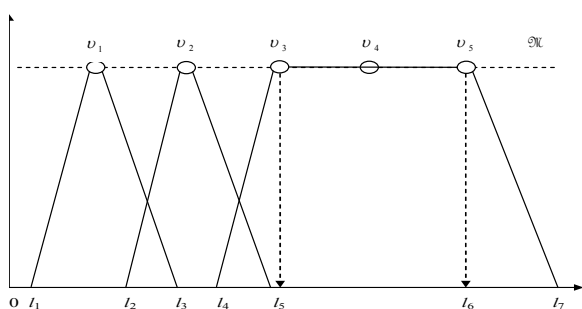


Рисунок 1 – Дискретизация значений истинности на решетке

Зададим нечеткую конкретную область $\mathcal{D} = \langle \Delta_D, \Phi_D \rangle$, такую что Δ_D – конкретная область интерпретации, а Φ_D – множество нечетких конкретных n -местных предикатов с интерпретацией

$$d(P_Z) : \Delta_D^n \rightarrow [0, 1]. \quad (14)$$

Таким образом, всякий предикат $P_Z \in PN$ является абстракцией функции принадлежности.

Зададим множество нечетких предикатов с интерпретацией d вида:

- $L(a, b)$ – функция с левосторонним срезом;
- $R(a, b)$ – функция с правосторонним срезом;
- $T(a, b, c)$ – треугольная функция;
- $Z(a, b, c, d)$ – трапецеидальная функция.

Функцию принадлежности нечеткого множества можно дискретизировать с помощью одного или нескольких модификаторов.

Определение 19. Модификатором называется функция, выполняющая отображение вида:

$$f_m : [0, 1] \rightarrow \mathcal{L}. \quad (15)$$

Зададим множество модификаторов \mathbf{mod} вида:

- $P(a)$ – точечный модификатор;
- $IP(a, b)$ – интервально-точечный модификатор;
- $I(a, b)$ – интервальный модификатор.

С помощью нечетких предикатов и модификаторов можно выполнять отображение значений истинности на решетку.

Пусть, например, нечеткий предикат $Close(x) = L(10, 50)$ выражает нечеткое понятие «близко», функция принадлежности которого является левосторонним срезом вида $\langle L > 50 \pi=0; L < 10 \pi=1 \rangle$.

Тогда концепт $Danger \equiv Object \sqcap HasDistance.Close$ или эквивалентный ему $Danger \equiv Object \sqcap HasDistance.L(10, 50)$ представляют понятие «опасный объект».

Используя модификатор $Very(x) = IP(0, 20)$, можно выразить понятие «очень близко», соответственно, концепт

$$Very\ Danger \equiv Object \sqcap Very(HasDistance.Close)$$

выражает понятие «очень опасный объект», т.е. позволяет выразить неопределенность информации на качественном уровне.

Дополним соответствующим образом синтаксис РДЛ $\mathcal{L}_\#$, чтобы получить ПДЛ \mathcal{L}_* . Пусть

$$\mathbf{mod} \rightarrow P(a) \mid I(a,b) \mid IP(a,b).$$

Тогда в определении 1 требуется добавить следующие правила:

- если C – концепт, то $\mathbf{mod}(C)$ – также концепт;
- если T – конкретная роль, \mathbf{d} – предикат, $m, n \in \mathbb{N}$, то $\forall T.\mathbf{d}$, $\exists T.\mathbf{d}$, $\geq mT.\mathbf{d}$ и $\leq nT.\mathbf{d}$ – концепты.

Определение 2 необходимо дополнить следующим правилом:

- если R – роль, то $\mathbf{mod}(R)$ – также роль.

Поскольку ПДЛ \mathcal{L}_* основана на РДЛ $\mathcal{L}_\#$, все свойства и определения $\mathcal{L}_\#$ сохраняют свой смысл, а процедура логического вывода может быть основана на правдоподобном автомате \mathfrak{A} [4].

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В результате представленной модификации получаем правдоподобную ДЛ, допускающую одновременно определение *размытых* и *нечетких* концептов с качественной оценкой.

Язык правдоподобной ДЛ является конкретизацией решеточной ДЛ, допускающей представление неполноты, неточности и качественной неопределенности знаний предметной области с помощью размытых и нечетких концептов, оцениваемых на компактной ограниченной решетке.

Полученный логический формализм основан на модели правдоподобия ϱ и является комплементарным формализму правдоподобных древовидных сетей событий, а благодаря наличию свойства разрешимости может быть использован в ДСПС в условиях реального времени.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Sherstjuk, V. Scenarno-precedentnoe upravlenie jergaticheskimi dinamicheskimi ob"ektami /V.G. Sherstjuk. – Saarbrücken, Deutschland: Lambert Academic Publishing, 2013. – 407 p.
2. Sherstjuk, V. Ispol'zovanie derev'ev sobytij dlja predstavlenija znaniy v dinamicheskikh precedentnyh intellektual'nyh sistemah /V.G. Sherstjuk //Vestnik Hersonskogo nacional'nogo tehniceskogo universiteta. – 2011. – #2 (41). – S.100-111.
3. Baader, F. The Description Logic Handbook: Theory, Implementation and Applications: 2nd ed. /F. Baader, D. Calvanese, D.L. McGuinness [and others]. – Cambridge: Cambridge University Press, 2010. – 624 p.
4. Sherstjuk V.G. Postroenie deskripcionnoj logiki na osnove reshetki znachenij istinnosti i procedury logicheskogo vyvoda /V.G. Sherstjuk //Problemy informacionnyh tehnologij. – 2013. – #1 (13). – S.132-141.
5. Pawlak, Z. Rough Set Theory /Zdzislaw Pawlak, Lech Polkowski, Andrzej Skowron //Wiley Encyclopedia of Computer Science and Engineering. – NY: John Wiley & Sons, 2008. – 152 p.
6. Keet, C. On the feasibility of Description Logic knowledge bases with rough concepts and vague instances /C.M. Keet //Proc. of 23rd Int. Workshop on Description Logics DL'2010. – Waterloo, Canada, 2010. – Pp.314-324.
7. Lutz, C. The Complexity of Description Logics with Concrete Domains: Dissertation /Carsten Lutz. – Technischen Hochschule Aachen, 2002. – 225 p.
8. Schlobach, S. Description Logics with Approximate Definitions Precise Modeling of Vague Concepts /S. Schlobach, M. Klein, L. Peelen //Proc. of 20th Int. J. Conf. on Artificial intelligence IJCAI'07. – San Francisco, USA: Morgan Kaufmann Publ., 2007. – Vol.31. – Pp.557-562.
9. Fanizzi, N. Representing Uncertain Concepts in Rough Description Logics via Contextual Indiscernibility Relations /N. Fanizzi, C. d'Amato, F. Esposito, T. Lukasiewicz //Proc. of 4th Int. Workshop on Uncertainty Reasoning for the Semantic Web URSW'08. – Karlsruhe, Germany. – 2008. – Vol.423.
10. Haarslev, V. A formal framework for description logics with uncertainty /V. Haarslev, H.-I. Pai, N. Shiri //Int. J. of Approximate Reasoning. – 2009. – Vol.50. – №9. – Pp.1399-1415.
11. Bobillo, F. Reasoning with the Finitely Many-valued Lukasiewicz Fuzzy Description Logic SROIQ /F. Bobillo, U. Straccia //Information Sciences. – 2011. – Vol.181. – №4. – Pp.758-778.

Рецензент: д.т.н., проф. Ходаков В.Е.,
Херсонский национальный технический университет, Херсон.