ОГЛЯД ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ СТОХАСТИЧНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

УДК 519.81

БРЫНЗА Наталья Александровна
кандидат технических наук, преподаватель кафедры информатики и компьютерной техники,
Харьковский национальный экономический университет, Харьков, Украина
Научные интересы: теория принятия решения, информационные технологии, системный анализ.

ВСТУП

В даний час є велика бібліографія щодо проблем багатокритеріальної оптимізації та методів прийняття рішень в умовах ризику і невизначеності, тобто в умовах ймовірнісної невизначеності з різними рівнями апріорної інформованості особа, що приймає рішення (ОПР) про значення статистичних параметрів що характеризують ситуацію прийняття рішення. Однак основні наукові теоретичні та прикладні результати отримані при сильно спрощуючих припущеннях: задачі багатокритеріальної оптимізації вирішуються в детермінованій постановці, тобто всі необхідні дані апріорно відомі і задані у вигляді точкових детермінованих значень; при вирішенні задач прийняття рішень в умовах ризику і невизначеності передбачається, що апріорно задано скалярний критерій оцінювання ефективності рішень, однак проблеми багатокритеріальної оптимізації та прийняття рішень в умовах ризику і невизначеності тісно пов'язані. Це обумовлено тим, що всі реальні прикладні оптимізаційні завдання є багатокритеріальними.

Метою рішення загальної задачі прийняття рішень є вибір з допустимої множини рішень X єдиного найбільш ефективного вирішення $x^o \in X$. У формальній постановці це означає, що необхідно вирішити задачу

$$x^o = \arg \underset{x \in X}{extr}\, E(x) \qquad (1)$$

де $E(x)$ – узагальнений скалярний показник якості рішень.

При прийнятті рішень в умовах багатокритеріальності, коли ефективність рішення характеризується кортежем суперечливих різнорідних часткових показників (критеріїв) $\langle k_j(x) \rangle, j=\overline{1,m}$, для яких не існує рішення $x = \arg \underset{x \in X}{extr} \langle k_j(x) \rangle, \forall j = \overline{1,m}$, виникає додаткова задача обчислення узагальненої скалярної оцінки ефективності рішень, відомої як функція корисності $P(x)$ [1]

$$P(x) = F\langle k_j(x) \rangle, j=\overline{1,m}. \qquad (2)$$

Постановка задачі синтезу. Моделі (2) обчислення можуть бути представлена у вигляді

$$P(x) = \sum_{j=1}^{m} a_j k_j(x), j=\overline{1,m} \qquad (3)$$

де $a_j, j=\overline{1,m}$ – кортеж параметрів моделі (відносна вага часткових характеристик); $k_j(x), j=\overline{1,m}$ – розширений простір часткових характеристик якості рішення.

Багатофакторна оцінка ефективності рішення є не точкової детермінованою величиною, а інтервальною невизначеною оцінкою. Це обумовлено тим, що, поперше, коефіцієнти a_j незалежно від способу їх ідентифікації є інтервальними величинами, а по-друге, значення часткових критеріїв в загальному випадку, також мають інтервальний характер.

Будь-яка система є відкритою, тобто взаємодіє із зовнішнім середовищем, яка не контролюється локальною системою, а особа, що приймає рішення не володіє повною інформацією про її стан, тому всі або частина показників ефективності рішень $k_j(x)$ є інтервально невизначеними.

Розглядається тільки стохастична интервальная невизначеність, що означає, що інформація про інтервал і розподіл значень змінних усередині інтервалу сформульована в термінах теорії ймовірності.

У кінцевому рахунку, це означає, що рішення необхідно приймати за моделлю

$$x^o = \arg \underset{x \in X}{extr} \sum_{j=1}^{m} \overline{a}_j \overline{k}_j(x) \quad (4)$$

,

де знаком « – » позначені випадкові величини.

У випадку статистичної невизначеності інтервал і характер розподілу значень на інтервалі задається функцією розподілу імовірності та відповідними статистичними параметрами: математичним сподіванням, дисперсією тощо. Проте в багатьох випадках статистична оцінка не може бути отримана з причин відсутності представницької вибірки спостережень, її статистичної неоднорідності, або коли аналізована величина принципово не може бути інтерпретована як випадкова. У аналітика може бути відсутня як об'єктивна, так і суб'єктивна інформація про характер розподілу можливих значень на інтервалі.

Задача прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності (4), на відміну від детермінованої ситуації, коли ефективним є рішення, що екстремізує узагальнений показник якості, є двухкрітеріальной: рішення необхідно вибирати з урахуванням, як ефективності, так і ймовірності її реалізації. Задача полягає в синтезі моделі обчислення стохастичною оцінки ефективності рішень $x \in X$, тобто функції корисності

$$\overline{P}(x) = \sum_{j=1}^{m} a_j^{н} \overline{k}_j^{н}(x) \quad (5)$$

,

визначений за моделлю [3], де $a_j^{н}$ – детерміновані безрозмірні значення вагових коефіцієнтів; $\overline{k}_j^{н}(x)$ – безрозмірні випадкові величини, з однаковим інтервалом можливих значень [0,1], тобто нормалізовані різнорідні часткові критерії.

При вирішенні поставленої задачі в даній статті прийняті наступні припущення:

1. Передбачається, що відомі об'єктивні чи суб'єктивні функції розподілу ймовірностей випадкових характеристик $\overline{k}_j^{н}(x)$ рішень. При цьому розглядаються тільки два закони розподілу ймовірностей: нормальний (Гауса) і рівноможливий. Це обумовлено тим, що значення кожної характеристики $\overline{k}_j^{н}x),\ j=\overline{1,m}$ є результатом дії багатьох випадкових факторів, сума яких дає нормальний розподіл. Тому переважна більшість реальних стохастичних рядів коректно апроксимуються законом Гауса [2].

2. Випадкові величини $\overline{k}_j^{н}x),\ j=\overline{1,m}$ взаємно незалежні, тобто не корельовані.

3. Інтервал можливих значень $[\mathrm{c_j}, \mathrm{b_j}]$ всіх випадкових величин $\overline{k}_j(x),\ j=\overline{1,m}$ відомий. Аналіз [3] моделі (5), показує, що для обчислення $\overline{P}(x)$ необхідно реалізувати операції множення випадкової величини на детермінований коефіцієнт і підсумовування отриманих результатів.

Існує велика кількість моделей прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності, які, з одного боку, орієнтовані на облік як об'єктивних особливостей ситуації прийняття рішень, таких як розмірність задачі, ступінь і форма невизначеності подання вихідної інформації тощо, так і суб'єктивних переваг ОПР, вимушеного тим чи іншим способом відшкодовувати відсутню об'єктивну інформацію.

Незважаючи на ці відмінності, можна сформулювати узагальнену постановку задачі прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності.

Будемо вважати, що множинну станів зовнішнього середовища Y задано явно, а стохастична невизначеність проявляється у випадковій реалізації станів $\mathrm{y} = \mathrm{Y}$, що не залежать від вибору альтернатив $x \in X$. Стохастична невизначеність описується щільністю розподілу ймовірності $\mathrm{p(y)}$.

Для наочності, але без втрати спільності, надалі будемо вважати, що множини X та Y є лічильними, тобто $X = \{x_i\}, i = 1,n$; $Y = \{y_j\}, i = 1,m$. Тоді при виборі конкретного рішення $x_i \in X$ і випадкової реалізації одного з можливих станів зовнішнього середовища $y_j \in Y, j = \overline{1,m}$, ефективність рішення $E(x,s)$ характеризується двома частковими критеріями: оцінкою очікуваного ефекту $f(x_i, x_j)$ і ймовірністю його реалізації $p(y_j),\ j = \overline{1,m}$ тобто

$$E(x_j) = \Phi\left[f(x_i, y_j), p(y_j)\right]. \tag{6}$$

Комбінаторна множина значень вказаних часткових критеріїв утворює множинну можливих рішень. Мета задачі полягає в максимізації ефекту

$$x_1^o = \arg \max_{x_1 \in X, p(y_j)} \Phi_1\left[f(x_i, y_j), p(y_j)\right]. \tag{7}$$

Альтернативою оцінки ефективності прийнятого рішення можна використовувати «ризик» $r(x_i, y_j)$, який характеризує втрачений ефект. Ризик являє собою різницю між максимально можливим потенційним ефектом, який можна було б отримати в умовах повної визначеності про стан зовнішнього середовища, і дійсним ефектом:

$$r(x_i, y_i) = \max_i f(x_i, y_i) - f(x_i y_i). \tag{8}$$

У цьому випадку метою задачі прийняття рішень полягає в мінімізації ризику, тобто

$$x_2^o = \arg \max_{x \in X} \Phi_2\left[r(x_i, y_j), p(y_j)\right]. \tag{9}$$

Незалежно від виду оцінки (6) або (9) для конструктивного вирішення задачі прийняття рішення необхідно сформулювати узагальнений критерій вибору, що враховує два зазначених часткових критерії. Це суб'єктивна процедура, яка визначається ОПР.

ОПР вибирає кращу альтернативу в залежності від цільової установки , яку вона реалізовує в процесі виконання завдання. Результат розв'язання задачі ОПР визначає по одному з критеріїв прийняття рішень. Для того , щоб перейти до однозначного і по можливості найбільш вигідному варіанту вирішення , необхідно ввести оціночну (цільову) функцію. При цьому, кожній альтернативі (x_i) ОПР приписує деякий імовірнісний результат $p(x_i)$, який характеризує всі наслідки цього рішення. З масиву результатів прийняття рішень ОПР вибирає елемент $P(x^*)$, який найкращим чином відображає мотивацію його поведінки.

Критерії вибору точкового рішення. Критерій <u>максимального математичного очікування</u> [4] орієнтований на максимізацію математичного очікування ефекту або мінімізацію математичного очікування ризику і відповідно має для дискретного випадку вид

$$x_1^o = \arg \max_{x \in X} \sum_{i=1}^{m} f(x_i, y_j) p(y_j), \tag{10}$$

$$x_2^o = \arg \min_{x \in X} \sum_{i=1}^{m} r(x_i, y_j) p(y_j). \tag{11}$$

В силу особливості математичного сподівання, яке є середнім значенням багаторазово повторюваного випадкової величини, рішення x_1^o і x_2^o є ефективними в середньому по безлічі багаторазового застосування в однорідних стохастичних умовах і не придатні для рішень, які приймаються і використовуються один раз. У цьому випадку ефект або ризик можуть прийняти будь-яке значення з інтервалу

$$\left[M(E) \pm 3\sigma(E)\right] \textit{або} \left[M(r) \pm 3\sigma(r)\right], \tag{12}$$

де $\sigma = \sqrt{D}$ [2].

Критерій <u>мінімальної дисперсії</u> [4] орієнтований на вибір такого рішення з допустимої множини X , яке мінімізує величину інтервалів (12), знижує ризик отримання невисокого виграшу при реалізації конкретного одиничного рішення за рахунок його відхилення від математичного очікування. Оптимальними за цим критерієм приймаються рішення

$$x^o = \arg \min_{x \in X} \int_{y \in Y} \left[f(x,y) - M(x)\right]^2 p(y) dy, \tag{13}$$

$$x^o = \arg \min_{x \in X} \sum_{y=1}^{m} \left[f(x_i, y_j) - M(x)\right]^2 p(y_j) \tag{14}$$

відповідно для безперервного і дискретного випадків.

Критерій компромісу між математичним очікуванням і дисперсією. Це адаптивний критерій, який дозволяє користувачеві реалізувати рішення, що визначає компроміс між очікуванням сприятливого стану зовнішнього середовища (оптимізмом) і острахом отримати великі втрати (ризик) за рахунок несприятливого стану Y_j (песимізмом). Критерій має вигляд

$$x^o = \arg\max_{x\in X} p\left[(1-k)M(x) - kD(x)\right], \qquad (15)$$

де $0 \le k \le 1$; а $M(x)$ і $D(x)$ визначаються відповідно формулами (10) та (14). При $k = 0$ критерій має вигляд реалізується критерій максимуму математичного сподівання (10), а при $k = 1$ – критерій мінімуму дисперсії (14). У всіх інших випадках реалізується компромісне рішення.

Критерій граничного рівня орієнтований на максимізацію ймовірності отримання деякого ефекту f^*, що лежить інтервалу

$$\min_{x\in X, y\in Y} f(x,y) \le f^* \le \max_{x\in X, y\in Y} f(x,y), \qquad (16)$$

тобто вибір альтернативи за критерієм

$$x^o = \arg\min_{x\in X} P\left[f(x,y) \ge f\right], \qquad (17)$$

при цьому значення f^* призначається евристично користувачем.

Критерій найбільш ймовірного результату забезпечує вибір такого рішення $x \in X$, яке забезпечує максимальний очікуваний ефект при найбільш імовірному стані зовнішнього середовища y^*.

$$y^* = \arg\max_j p(y_j). \qquad (18)$$

Вибір рішення здійснюється за правилом

$$x^o = \arg\max_{x_i\in X} f(x_i, y^*). \qquad (19)$$

Цей критерій не доцільне застосовувати, якщо зовнішнє середовище може приймати багато станів з невеликими ймовірностями, а також, якщо кілька станів мають рівні або близькі ймовірності реалізації.

Вибір конкретного виду критерію вибору точкового рішення з інтервалу можливих значень здійснюється ОПР і тому рішення завжди носять суб'єктивних характер.

ВИСНОВКИ

У статті проведено огляд проблеми прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності, синтез моделі прийняття рішень в умовах стохастичної невизначеності. Розглянуто основні підходи до синтезу критеріїв вибору точкових рішень з інтервалу можливих значень, як двухкрітеріальний компромісу між ефективністю і можливим ризиком неодержання очікуваного ефекту.

На даний час не існує вичерпної єдиної нормативної методології вирішення задач багатокритеріальної оптимізації в умовах невизначеності, при цьому вид і форма подання невизначеності вихідних даних можуть бути різними. Створення методології, яка об'єднує моделі та інформаційні технології вирішення задач багатокритеріальної оптимізації та прийняття рішень в умовах ризику і невизначеності відкриває перспективи розвитку теоретичних основ більш коректного та адекватного вирішення проблеми прийняття ефективних рішень.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Petrov E.G. Metodi I zasobi priynyattya rIshen v sotsIalno – ekonomIchnih sistemah / E.G. Petrov, M.V. Novozhilova, I.V. GrebennIk. – K.: TehnIka, 2004. – 256 s.
2. Venttsel E.S. Teoriya veroyatnostey / E.S. Venttsel. – M.: Nauka, 1969. – 668 s.
3. Petrov E.G. Determinizatsiya nechetkih parametrov modeli mnogokriterialnogo otsenivaniya / E.G. Petrov, O.A. PiskIakova, N.A. Bryinza // Vestnik HGTU. – 2008. – #2(31) . – S. 71-75.
4. GrebennIk I.V. Metodi pIdtrimki priynyattya rIshen / I.V. GrebennIk, T.E. Romanova, A.D. Tevyashev, G.M. Yaskov: Navch. posIbnik. – HarkIv: HNURE, 2010.