МЕТОД МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ МНОГОРЕЖИМНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ НА ОСНОВЕ СМЕЩЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

УДК 629.782.05

ГУСЫНИН Андрей Вячеславович
к.т.н., доцент, аналитик по компьютерным коммуникациям ООО «Тич Консалтинг Украина».
Научные интересы: аэростатические летательные аппараты, авиационно-космические системы, многорежимные летательные аппараты, динамика полета, дифференциальные преобразования.

ВВЕДЕНИЕ

Решение задач синтеза и оптимизации управления движением динамических объектов в реальном времени численными методами требует выполнения большого объема вычислений на ЭВМ [1-2]. Уменьшение объема вычислений может быть достигнуто применением аналитических и численно-аналитических методов [3]. Одним из таких методов является операционный метод дифференциальных преобразований [4], применение которого позволяет решать данные задачи в области изображений с отсутствующим временным аргументом, не требует численного интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений движения объектов, а проблема синтеза оптимального управления сводится к решению системы конечных уравнений.

Метод дифференциальных преобразований применяется в различных задачах синтеза и оптимизации управления движением летательных аппаратов [5-6], включая и многокритериальную оптимизацию многорежимных летательных аппаратов [7-9]. В качестве многорежимных летательных аппаратов рассматриваются летательные аппараты, у которых параметры (например, масса), режимы работы двигателей (например, включение и выключение двигателей), отклонение органов управления меняются в процессе их эксплуатации. Математическая модель динамики объекта в области дифференциальных преобразований имеет вид дифференциального спектра, от количества дискрет которого зависит точность решения задачи в области оригинала.

В вышеуказанных работах для решения задач оптимизации применялись основные дифференциальные преобразования, в которых центр разложения оригинала в степенной ряд Тейлора расположен в начальной точке временного аргумента. Кроме очевидных преимуществ данный подход обладает рядом недостатков: ограничение временного интервала, на котором рассматривается задача и сходятся ряды Тейлора исследуемых функций, необходимость обеспечения требуемой точности путем уменьшения временного интервала или путем учета большего количества дискрет, которые не могут быть достоверно получены из математической модели динамики объекта вследствие наличия действующих на него возмущений. Это приводит к необходимости построения более точных моделей оптимизации динамических объектов и их моделирования в реальном времени с учетом использования ограниченного количества дискрет дифференциального спектра. Данная задача может быть решена с использованием смещенных дифференциальных преобразований.

В работах [10-11] рассмотрено применение смещенных преобразований к моделированию законов оптимального управления и проведено сравнение методов моделирования динамических процессов основными и смещенными дифференциальными преобразованиями.

В данной статье предложен подход к многокритериальной оптимизации управления движением многорежимных летательных аппаратов на основе применения смещенных дифференциальных преобразований и системоаналогового моделирования. Сущность системоаналогового моделирования состоит в построении системоаналога (объединенной модели), состоящего из набора моделей, каждая из которых имеет неполный набор признаков сходства с исходным объектом [12]. При этом, объединение этих моделей в системоаналог дает совпадение по полному набору признаков сходства с исходным объектом.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

С целью учета многорежимности весь процесс управления движением летательного аппарата длительностью T условно разбивается на заданные p временных интервалов T_i, внутри которых параметры летательного аппарата и режимы работы его двигательной установки не имеют скачкообразных изменений, а все изменения в форме заданных скачков происходят на границах заданных временных интервалов: $T_i = t_i - t_{i-1}, \ i = \overline{1,p}, \ \sum_{i=1}^{p} T_i = T$. При этом, результирующая траектория восстанавливается по участкам со стыковкой краевых условий.

Математическую модель траекторного движения многорежимного летательного аппарата на каждом i-ом участке представим в виде векторного дифференциального уравнения:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x_i, u_i, \nu_i), \ \ x_i(t_{i-1}) = x_i^0, \ \ i = \overline{1,p}, \qquad (1)$$

где $x_i = x_i(t) - n$-мерный вектор состояния; $u_i - m$-мерный вектор управления, $\nu_i - \ell$-мерный вектор возмущений; f – непрерывная и непрерывно дифференцируемая по совокупности переменных t, x_i, u_i, ν_i вектор-функция обобщающей силы, $t \in (t_i - t_{i-1})$.

Сопряжение конечных (терминальных) и начальных условий участков процесса управления задается в форме заданных краевых условий:

$$\varphi_i\left[x_i(T_i), x_i^0; u_i(T_i), u_i^0; T_i\right] = 0, \ \ i = \overline{1,p}. \qquad (2)$$

Задача терминального управления состоит в переводе динамического объекта (1) из заданного начального состояния $x_1(t_0)$ в конечное $x_p(T)$, которое определяется в момент состояния $t = T$ q-мерным $(q \le n)$ векторным уравнением:

$$S\left[x_p(T), T\right] = 0. \qquad (3)$$

Качество процесса терминального управления динамическим объектом (1) оценивается совокупностью частных критериев, заданных функционалами:

$$I_j = G_j\left[x_p(T), T\right] + \sum_{i=1}^{p} \int_{t_0}^{T} \Phi_{ij}\left(t, x_i, u_i, \nu_i\right) dt, \qquad (4)$$
$$j = 1,2,3,...,r, \ \ i = 1,2,3,...,p,$$

где заданные функции G_j и Φ_{ij} имеют непрерывные частные производные по x_i, u_i, ν_i. Частные критерии (4) являются компонентами r-мерного векторного критерия $I = (I_1, I_2, ..., I_r)$, ограниченного допустимой областью $I \in \Omega(I)$. Каждая компонента векторного критерия I описывается функционалом (4), определенного из решения векторного дифференциального уравнения (1) при управлении из класса допустимых управлений U. Ограничения на векторы состояния и управления учитываются в процессе выбора вида функционала (4).

Многокритериальная задача синтеза оптимального управления многорежимными объектами состоит в определении экстремалей $\left\{x^*(t), u^*(t)\right\}, u^* \in u, \ I \in \Omega, \ t \in \left[t_0, T\right]$, которые при заданных дифференциальных связях (1) и граничных условий (3) оптимизируют векторный функционал I. Будем считать, что вид частных критериев (4) выбран таким образом, что компоненты векторного критерия минимизируются, а допустимая область их изменений задается системою ограничений:

$$C_j \le I_j \le 0, \ \ j \in \left[1, r\right], \qquad (5)$$

где C_j –определяет верхнюю границу допустимого значения компоненты I_j векторного критерия I.

Для многокритериальной оптимизации процесса управления движением многорежимных летательных аппаратов воспользуемся методом скалярной свертки частных критериев по нелинейной схеме компромиссов, предложенной А. Н. Ворониным [13]. Этот метод позволяет привести многокритериальную задачу к решению одной задачи оптимизации функционала:

$$J = \sum_{j=1}^{r} \frac{1}{\left(1 - \frac{I_j}{C_j}\right)} \tag{6}$$

при условиях (1), (3) и (5).

Программное управление $u = u(t)$, оптимизирующее многокритериальный функционал (4), реализовывает оптимальное управление по разомкнутому контуру и гарантирует выполнение терминальных условий (3) при отсутствии возмущений. В реальных условиях действие внешней среды $\nu_i(t)$ на динамику движения динамического объекта (1) может привести к значительным терминальным ошибкам в момент окончания процесса управления по программе $u = u(t)$.

С целью компенсации этих возмущений синтезируется закон оптимального по критерию (4) управления с обратной связью вида:

$$u = u(x, t) . \tag{7}$$

Данное управление обеспечивает перевод динамического объекта (1) из произвольного начального состояния в конечное (3) при действии возмущений.

МЕТОД СИНТЕЗА МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ

Для многокритериальной оптимизации управления многорежимными летательными аппаратами воспользуемся подходом, предложенным в работе [7], математическим аппаратом смещенных дифференциальных преобразований [4] и концепцией системоаналогового моделирования [12].

Смещенные дифференциальные преобразования, в которых центр разложения оригинала в степенной ряд Тейлора перенесен из начальной точки временного аргумента в смещенную точку t_ν, позволяют заменить аналитические функции $x(t)$ непрерывного аргумента t их моделями в виде дискретных функций $X(k)$ целочисленного аргумента $k = 0, 1, 2, \ldots$ согласно выражениям:

$$X(k,t_\nu) = \frac{h_1^k}{k!}\left[\frac{d^k x(t_\nu + \tau)}{d\tau^k}\right]_{\tau=0} \Leftrightarrow x(t_\nu + \tau) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{\tau}{h_1}\right)^k X(k,t_\nu) , \tag{8}$$

$$\overline{X}(k,t_\nu) = \frac{(-h_2)^k}{k!}\left[\frac{d^k x(t_\nu - \tau)}{d\tau^k}\right]_{\tau=0} \Leftrightarrow x(t_\nu - \tau) = \sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{\tau}{h_2}\right)^k \overline{X}(k,t_\nu) , \tag{9}$$

где $x(t_\nu + \tau)$ и $x(t_\nu - \tau)$ – оригиналы, представляющие собой непрерывные, бесконечно число раз дифференцируемые и ограниченные вместе со всеми своими производными функции; $X(k,t_\nu)$ и $\overline{X}(k,t_\nu)$ – дифференциальные изображения оригиналов, представляющие собой дискретные функции целочисленного аргумента $k = 0,1,2,\ldots$; τ – локальный временной аргумент, значение которого выбирается в интервалах $0 \le \tau \le h_1$ и $0 \le \tau \le h_2$; h_1 и h_2 – масштабные постоянные, численно равные отрезкам временного аргумента, на которых рассматриваются соответственно функции $x(t_\nu + \tau)$ и $x(t_\nu - \tau)$ и длина которых должна быть меньше радиуса сходимости рядов Тейлора в окрестности смещенной точки t_ν; $\Leftrightarrow$ – символ соответствия между оригиналами и их дифференциальными изображениями. Математические модели, полученные на основе дифференциальных преобразований (8), (9) исходной математической модели, называются спектральными моделями. В дальнейшем будем считать, что функции времени, описывающие процессы управления в задаче (1) - (4) в середине каждого i-ого участка являются аналитическими.

В соответствии с концепцией системоаналогового моделирования построим на основе смещенных дифференциальных преобразований (8), (9) системоаналоговую модель объекта на отрезке $[t_{i-1}, t_i]$ в виде объединения двух моделей [10]. Первая модель на основе смещенных дифференциальных преобразований (9) представляет временную функцию $x(t)$ в области изображений на отрезке $[t_{i-1}, t_\nu]$ при $h_{2i} = t_\upsilon - t_{i-1}$, а вторая модель на основе смещенных дифференциальных преобразований (8) представляет временную функцию $x(t)$ в области изображений на отрезке $[t_\upsilon, t_i]$ при $h_{1i} = t_i - t_\upsilon$. Первую модель будем называть обратной моделью, а вторую модель – прямой моделью. Прямая и обратная модели образуют системоаналоговую модель временной функции $x(t)$ на отрезке $[t_{i-1}, t_i]$.

Системоаналоговый синтез многокритериального оптимального управления с обратной связью (7) для i-ого временного интервала выполним методом замыкания оптимального программного управления вида $u = u(t)$ для произвольного текущего состояния $x(t)$ в два этапа [5]. На первом этапе синтеза будем рассматривать невозмущенное движение объекта. Выберем на отрезке $[t_{i-1}, t_i]$ два программных управления $\overline{u}_i(t, A_i)$ и $u_i(t, A_i)$, где $A_i = (a_{i1}, a_{i2}, \ldots a_{in})$ – вектор свободных параметров. Управление $u_i(t, A_i)$ определяется из условия перевода объекта (1) из промежуточного состояния $x(t_{\upsilon_i})$ в смещенной точке t_{υ_i} в конечное состояние $x(t_i)$, а управление $\overline{u}_i(t, A_i)$ - из условия обратного перевода объекта (1) из промежуточного состояния $x(t_\upsilon)$ в начальное состояние $x(t_{t-1})$ для каждого временного интервала T_i.

Смещенные дифференциальные преобразования (8) и (9) программных управлений $u_i(t, A_i)$ и $\overline{u}_i(t, A_i)$ определяют их дифференциальные спектры в виде:

$$U_i(k, t_{\nu_i}, A_i) = \frac{h_{1_i}^k}{k!}\left[\frac{d^k u_i(t_{\nu i} + \tau, A_i)}{d\tau^k}\right]_{\tau=0}, \qquad (10)$$

$$\overline{U}_i(k, t_{\nu_i}, A_i) = \frac{(-h_{2_i})^k}{k!}\left[\frac{d^k u_i(t_{\nu_i} - \tau, A_i)}{d\tau^k}\right]_{\tau=0}. \qquad (11)$$

Дифференциальное уравнение (1) на основе смещенных преобразований (8) и (9) в области изображений представляется в форме спектральной системоаналоговой модели:

$$X_i(k+1, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i) = = \frac{h_{1_i}}{k+1} F_i[X_i(k, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i), U_i(k, t_{\nu_i}, A_i)], \qquad (12)$$

$$\overline{X}_i(k+1, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i) = = -\frac{h_{2_i}}{k+1} F_i[\overline{X}_i(k, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i), \overline{U}_i(k, t_{\nu_i}, A_i)], \qquad (13)$$

где $X_i(t_{i-1}) = \overline{X}_i(t_{i-1}) = x_i(t_{\nu_i}) = = x_{\nu_i},\ h_{1_i} = t_i - t_{\nu_i},\ h_{2i} = t_{\nu_i} - t_{i-1},$ F_i – изображение оригинала функции f_i.

Выражение (12) описывает в области изображений исходное дифференциальное уравнение (1) на интервале времени $[t_{\nu_i}, t_i]$, выражение (13) – на интервале $[t_{i-1}, t_{\upsilon_i}]$.

По рекуррентным выражениям (12), (13) и дифференциальным спектрам (10) и (11), последовательно присваивая целочисленные значения аргументу $k = 0,1,2,\ldots$, формируем дифференциальные спектры $X_i(k, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i)$ и $\overline{X}_i(k, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i)$ вектора состояния $x_i(t)$.

Воспользуемся свойством дифференциальных преобразований, в соответствии с которым алгебраическая сумма всех дискрет дифференциального спектра любой аналитической функции в произвольной точке $t = t_{\nu_i}$ равняется нулевой дискрете дифференциального спектра функции в точке $t_{\nu_i + 1} = t_{\nu_i} + h$ или оригиналу функции в той же точке.

Подставляя найденные дискреты $X_i(k, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i)$ и $\overline{X}_i(k, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i)$ в выражения (8) и (9), получаем выражения для начальных и конечных значений решения уравнения (1) на интервале T_i:

$$x_i(t_{i-1}) = x_i^0 = \sum_{k=0}^{\infty} \overline{X}_i(k, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i), \qquad (14)$$

$$x_i(T_i) = x_i(T_i, x_{\nu_i}, A_i) = \sum_{k=0}^{\infty} X_i(k, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i). \qquad (15)$$

Тогда уравнения конечного и начального состояния всего процесса управления (3) с учетом выражения для сопряжения граничных и начальных участков процесса управления (2), а также выражения для вектора состояния в конце каждого участка управления (15) преобразуются к виду:

$$S[x(T_i, x_{\nu_i}, A_i), T] = 0, \tag{16}$$

$$x_i^0 - \sum_{k=0}^{\infty} \overline{X}_i(k, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i) = 0. \tag{17}$$

Векторное уравнение (16) имеет размерность q, а уравнение (17) – n.

Частные критерии (4) при v = 0 выражаем через дискреты дифференциальных спектров (10) — (13). Подынтегральные функции $\underline{\Phi}_{ij}(x_i, u_i),\ j = \overline{1,r}$ на интервалах $[t_{i-1}, t_\upsilon]$ и $[t_\upsilon, t_i]$ выражаем через дифференциальные спектры (10) — (13). В результате функционал (4) преобразуется в функцию вида:

$$\begin{aligned} I_j(T, x_\nu, A) &= G_j[x_i(T_i, x_{\nu_i}, A_i), T] + \\ &+ \sum_{i=1}^{p} h_{1_i} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} \underline{\Phi}_{ij}[T_{c_i}(k, t_{\nu_i}), X_i(k, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i), U_i(k, t_{\nu_i}, A_i)] + \\ &+ \sum_{i=1}^{p} h_{2_i} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} \underline{\Phi}_{ij}[\overline{T}_{c_i}(k, t_{\nu_i}), \overline{X}_i(k, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i), \overline{U}_i(k, t_{\nu_i}, A_i)], \quad j = \overline{1,r}. \end{aligned} \tag{18}$$

Подстановка (18) в выражение скалярной свертки частных критериев (6) и применяя смещенные дифференциальные преобразования (8) и (9) дает скалярную функцию вида:

$$J(T_i, x_{\nu_i}, A_i) = \sum_{j=1}^{r} \frac{1}{1 - \dfrac{I_j(T_i, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i)}{I_{jm}}} \tag{19}$$

при условиях (16), (17).

Задачу оптимизации функции (19) с ограничениями в форме равенств (16) и (17) решаем методом множителей Лагранжа [13]. Предварительно введем векторную функцию $\Psi = (\Psi_1, \Psi_2, ..., \Psi_n)$, определяемую выражением (17):

$$\Psi(t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A, x_i^0) = x_0 - \sum_{k=0}^{\infty} \overline{X}_i(k, t_{\nu_i}, x_{\nu_i}, A_i) = 0. \tag{20}$$

Функция (19) и условия (20), (16) объединяются множителями Лагранжа $\lambda_x = (\lambda_{x_1}, \lambda_{x_2}, ..., \lambda_{x_n})$ и $\lambda_s = (\lambda_{s_1}, \lambda_{s_2}, ..., \lambda_{s_q})$ в новую функцию:

$$\begin{aligned} J(T_i, x_{\nu_i}, A_i, \lambda_{x_i}, \lambda_{s_i}, x_i^0) &= J(T_i, x_{\nu_i}, A_i) + \sum_{i=1}^{p} T_i \sum_{i=1}^{n} \lambda_{x_i} \Psi_i(t_{\nu_i}, x_\nu, A_i, x_i^0) + \\ &+ \sum_{i=1}^{p} T_i \sum_{j=1}^{q} \lambda_{s_j} S_j[x_i(T_i, x_{\nu_i}, A_i), T]. \end{aligned} \tag{21}$$

Необходимые условия экстремума функции (21) составляют систему конечных уравнений для определения векторов $A_i, x_{\nu_i}, \lambda_x, \lambda_s$ и граничного значения времени T при любом начальном состоянии $x_i(t_0) = x_i^0$:

$$\begin{gathered} \frac{\partial J(T_i, x_{\nu_i}, A_i, \lambda_x, \lambda_s, x_i^0)}{\partial x_{\nu_i}} = 0; \\ \frac{\partial J(T_i, x_{\nu_i}, A_i, \lambda_x, \lambda_s, x_i^0)}{\partial a_{ij}} = 0; \\ i = \overline{1,p};\ \ j = \overline{1,r}. \end{gathered} \tag{22}$$

Если достаточные условия минимума или максимума функции (19) выполняются [7], то непрерывное решение системы конечных уравнений соответственно (22) в реальном времени позволяет найти вектор A в виде $A[T, x(t)]$, где произвольное начальное состояние $x(t_0)$ принято равным текущему состоянию $x(t)$. Подстановка решений A(T, x) системы конечных уравнений (22) в выбранную аналитическую структуру системоаналогового адаптивного управления $\overline{u}[t, A(T, x)]$ и $u[t, A(T, x)]$ определяет оптимальное управление с обратной связью вида (7), которое способно адаптироваться к действию вектора возмущений $\upsilon(t)$.

Основное преимущество предложенного подхода состоит в том, что использование смещенных дифференциальных преобразований позволяет значительно уменьшить объем необходимых вычислений, повысить точность вычисления оптимального управления динамическим объектом по сравнению с основными дифференциальными преобразованиями путем уменьшения оценки верхней границы ошибки в 2^q раз, где q – количество учтенных дискрет смещенных дифференциальных спектров [14], а также уменьшить размерность вектора свободных параметров функции управления. При этом, основным недостатком применения смещенных преобразований к решению задачи оптимального управления является увеличение количества неизвестных в системе конечных уравнений на n компонент вектора $x(t_\upsilon) = x_\upsilon$.

ВЫВОДЫ

Предложен подход к многокритериальной оптимизации управления движением многорежимных летательных аппаратов на основе метода смещенных дифференциальных преобразований и метода скалярной свертки частных критериев по нелинейной схеме компромиссов. Предложенный численно-аналитический метод многокритериального синтеза управления движением многорежимных летательных аппаратов сводит проблему синтеза замкнутых законов терминального управления к решению системы нелинейных уравнений без численного интегрирования или дифференцирования уравнений траекторного движения. Данный подход формализирован в виде соответствующей математической модели.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Bahvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobel'kov G.M. Chislennye metody. – M.: BINOM, 2003. – 632 s.
2. Porshnev S.V. Vychislitel'naja matematika. – SPb.: BHV-Peterburg, 2004. – 320 s.
3. Samojlenko A.M., Ronto N.I. Chislenno-analiticheskie metody issledovanija reshenij kraevyh zadach. – K.: Naukova dumka, 1985. – 224 s.
4. Puhov G.E. Differencial'nye spektry i modeli. – K.: Naukova dumka, 1990. – 184 s.
5. Uruskij O.S., Baranov V.L. Sintez zamknutyh zakonov terminal'nogo upravlenija na osnove differencial'nih preobrazovanij //Elektronnoe modelirovanie. – 1996. – T.18. – №3. – S.3-8.
6. Zbruc'kij O.V., Gusynin V.P., Gusynin A.V. Differencial'ni T-peretvorennja v zadachah avtomatichnogo keruvannja ruhom lital'nih aparativ: navch.posib. – K.: NTUU KPI, 2010. – 176 s.
7. Gusynin A.V. Bagatokryterial'na optymizacija keruvannja ruhom bagatorezhymnyh lital'nyh aparativ //Tehnologija priborostroenija. – 2011. – №2. – S.3-5.
8. Gusynin A.V., Tachinina O.N. Optymizacija keruvannja vyvedennjam na orbitu aviaciino-kosmichnoii sistemy na osnovi dyferencial'nyh peretvoren //Problemy informatyzacii ta upravlinnja. – 2008. – V.2(24). – S.32-39.
9. Gusynin A.V., Tachinina O.N. Syntez garantovano-adaptyvnogo algorytmu keruvannja vyvedennjam aviaciino-kosmichnoii sistemy na orbitu v umovah dii nevyznachenyh zburen //Problemy informatyzacii ta upravlinnja. – 2013. – V.4(44). – S.27-36.
10. Frolova E.G. Sistemoanalogovoe modelirovanie zakonov optimal'nogo upravlenija na osnove smeshennyh differencial'nyh preobrazovaniy //Vestnik SevGTU. – 2003. – V.49. – S.171-179.
11. Baranov V.L., Baranov G.L., Frolova O.G. Porivnjannja metodiv modeluvannja dynamichnih procesiv osnovnymy ta zmishenymy duferencial'nymy peretvorennjamy //Problemy informatyzacii ta upravlinnja: zb.nauk.pr. – V.10. – K.: NAU, 2004. – S.72-77
12. Baranov V.L., Baranov G.L. Sistemoanalogovoe I kvazianalogovoe modelirovanie //Elektr. modelirovanie. – 1994. – T.16. – №4. – S.9-16.
13. Voronin A.N. Mnogokriterial'nij sintez dinamicheskih sistem. – K.: Naukova dumka, 1992. – 160 s.
14. Bryson A., Ho U-Shi. Prikladnaja teorija optimal'nogo upravlenija. – M.: Mir, 1972. – 544 s.

Рецензент: *д.т.н., проф. Лисенко О.І., НТУУ «Київський політехнічний інститут».*