



# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕТОДА СРАВНЕНИЯ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМАХ ДИАГНОСТИКИ ПАТОЛОГИИ ЗРИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗАТОРА ЧЕЛОВЕКА

УДК 681.51

## **РУДЕНКО Олег Григорьевич**

д.т.н., проф., зав. каф. ЭВМ, Харьковский национальный университет радиоэлектроники

**Научные интересы:** искусственный интеллект, интеллектуальные системы

**E-mail:** rudenko@kharkov.kture.ua

## **ТОКАРЕВ Владимир Владимирович**

к.т.н., доцент кафедры электронных вычислительных машин ХНУРЕ Украина, 61166 г. Харьков, пр. Ленина 14,  
кафедра электронных вычислительных машин Харьковского национального университета радиоэлектроники

## **РУДЕНКО Сергей Олегович**

аспирант, кафедра ЭВМ, Харьковский национальный университет радиоэлектроники

**Научные интересы:** искусственный интеллект, интеллектуальные системы

**E-mail:** rudenko@kharkov.kture.ua

### **ВВЕДЕНИЕ.**

При изучении психофизических явлений ведущее место принадлежит органу зрения, точнее, зрительному анализатору человека. Его функция заключается в восприятии зрительных образов, их трансформации в нервные импульсы и передачу последних в корковые центры мозга, где формируется зрительное ощущение. Прием первичной зрительной информации происходит в сетчатке глаза. Сетчатка рис.1,2 представляет периферический отдел зрительного анализатора, где происходит обработка зрительных сигналов, преобразование их в нервные импульсы и передачу в отдел головного мозга, отвечающего за зрение.

Физиология и патология сетчатки глаза являются актуальной современной проблемой биоинженерии. Известно, что человек с нормальным зрительным анализатором может различать примерно семь миллионов цветовых оттенков, которые делятся на хроматические и ахроматические.

Первые связаны с окраской поверхностей и характеризуются тремя переменными: цветовым тоном, насы-

щенностью и светлотой. Ахроматические оттенки включают в себя градации от самого яркого белого до глубокого черного. На сегодня известны два вида нарушений цветового зрительного анализатора человека:

- врожденные нарушения, обусловленные на генетическом уровне и соответствующим образом наследующиеся;

- приобретенные дефекты цветового зрительного анализатора человека.

У врожденных нарушений различают три вида:

- дефект восприятия красного цвета (протан - дефект) - red color - (Long-wave) - длинноволновые колбочки с длиной волны - 567 нм;

- зеленого цвета (дейтер - дефект) - green color - (Medium-wave) - средневолновые колбочки с длиной волны - 558 нм;

- синего цвета - (тритан - дефект) - blue color - (Short-wave) - коротковолновые колбочки с длиной волны - 448 нм.

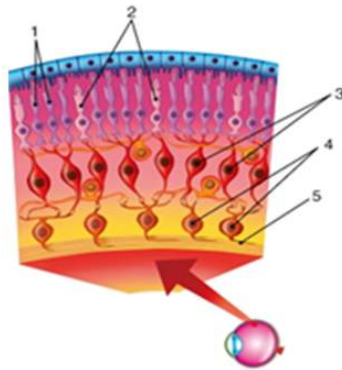


Рисунок 1 - Структура сетчатки: 1 - палочки; 2 - колбочки; 3 - биполярные клетки; 4 - ганглиозные клетки; 5 - волокна, формирующие зрительный нерв.

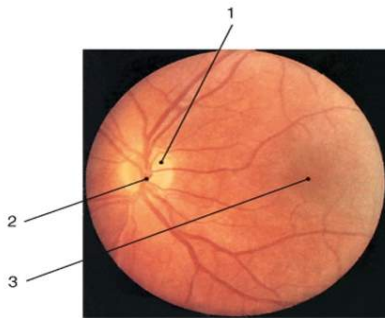


Рисунок 2 - Вид сетчатки при офтальмоскопии (глазное дно): 1 - диск зрительного нерва; 2 - кровеносные сосуды; 3 - желтое пятно (макула)

Известно, что на рецепторном уровне врожденные нарушения обусловлены полным отсутствием одного из трех типов колбочек сетчатки зрительного анализатора человека или отклонением их спектральной чувствительности от нормы. Соответственно, различают три формы дихромазии, т.е. наличия только двух вместо трех типов колбочек:

- протанопия, когда отсутствуют длинноволновые колбочки (красные);
- дейтеранопия, когда отсутствуют средневолновые колбочки (зеленые);
- тританопия, когда отсутствуют коротковолновые колбочки (синие). Выявление врожденных нарушений цветового зрения проводят с помощью полихроматических таблиц или приборов для исследования цветового зрения - анамалоскопов.

Часто результаты исследования оказываются несопоставимы с приведенной выше классификацией врожденных аномалий. Для диагностики приобретенных цве-

тонарушений используются таблицы Американской оптической компании (Hardy - Rand - Ritter), которые позволяют диагностировать нарушения в сине - желтой (BY) области спектра.

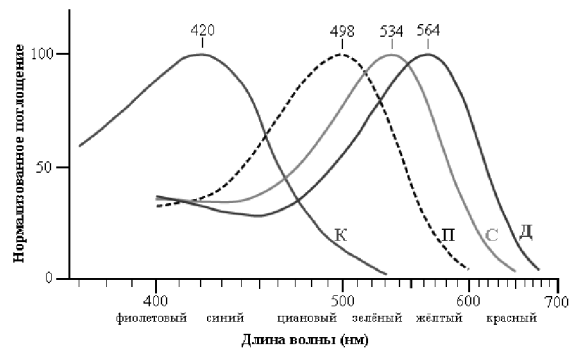
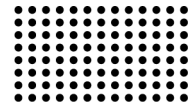
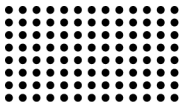


Рисунок 1 - Чувствительность трёх типов колбочек и палочек (штриховая линия) к излучению с разной длиной волны

Недостатками существующих на сегодняшний момент методов диагностирования патологии сетчатки зрительного анализатора человека является их значительная сложность и невозможность точной диагностики. Поэтому применение компьютерной системы диагностики патологии макулярной области сетчатки зрительного анализатора является на сегодняшний день актуальной задачей в медицине. В статье рассматривается математическая модель компьютерной системы диагностики патологии сетчатки зрительного анализатора человека на основе математического аппарата линейно-порожденных предикатов. Ранее известные методы идентификации были основаны на использовании синусоидальных, ступенчатых и импульсных входных сигналов. Измерению подлежали входные и выходные сигналы. Чем больше измерений, тем выше качество идентификации. Метод сравнения, который используется в данной работе, основан не на измерении, а на сравнении выходных сигналов. В случаях, когда измерение выходного сигнала невозможно, а известны реакции на пары подаваемых сигналов, применение метода сравнения является единственно возможным.

### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Работа посвящена формализации процессов идентификации на основе линейно-порожденных предикатов, а



также изучению свойств этих предикатов в плане построения наиболее рациональных с практической точки зрения компьютерных систем идентификации патологии макулярной области сетчатки зрительного анализатора.

Наибольшее число математических моделей, в достаточной степени адекватно отражающих анализируемые процессы, базируются на описании, использующем конечный набор линейных функционалов. Это соответствует тому, что пространство входных сигналов отображается с помощью линейного преобразования  $\varphi$  в  $n$ -мерное арифметическое пространство:  $\varphi: H \rightarrow R^n$ , где  $H$  - вещественное гильбертово пространство, которое выбирается в качестве входного, так как оно позволяет с достаточной степенью точности описывать практически все характеристики рассматриваемых компьютерных систем.

Метод сравнения позволяет фиксировать значения предиката  $\Phi(x, y)$  как функцию двух входных сигналов и изучать свойства этой функции, а предикат  $\Phi(x, y)$  представляется в виде  $\Phi(x, y) = D(\varphi(x), \varphi(y))$ , где  $D(x, y)$  - предикат равенства на декартовом квадрате  $H \times H$ , а  $\varphi$  - непрерывный линейный оператор из  $H$  на конечномерное линейное пространство над полем вещественных чисел.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЕЕ РЕШЕНИЕ

Рассмотрим предикаты более общего вида:

$$\Phi(x, y) = D(\varphi(x), \varphi(y)) .$$

где элементы  $x$  и  $y$  пробегает произвольную абелеву группу  $G$ , а  $\varphi: G \rightarrow L$  - гомоморфизм  $G$  на некоторую абелеву группу  $L$ , т.е.  $\varphi$  - отображение  $G$  на  $L$ , удовлетворяющее условию:

$$\varphi(x + y) = \varphi(x) + \varphi(y) .$$

Предикат  $\Phi(x, y)$  осуществляет на  $G$  отношение эквивалентности, т.е. симметричное, рефлексивное и транзитивное отношение:

$$x \sim y, \text{ если } \Phi(x, y) = 1 .$$

Пусть  $A_0, A_1, \dots, A_n$  - классы эквивалентных между собой элементов группы  $G$ . Тогда отношение эквива-

лентности согласовано с операцией сложения в  $G$ , т.е. выполняются условия:

$$x_1 \sim y_1, x_2 \sim y_2, \text{ то } x_1 + x_2 \sim y_1 + y_2 .$$

Классы эквивалентности  $A_i$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ) являются полными прообразами элементов  $a \in L$  группы  $G$ .

Если  $x \in G$  и  $\varphi(x) = a \in A_i$  - класс эквивалентности, содержащий элемент  $x$ , то:

$$A_i = \{ y \in G, \varphi(y) = a \} .$$

Если  $y \in A_i$ , то:

$$D(\varphi(y), \varphi(x)) = 1 \text{ или } D(\varphi(y), a) = 1 \Rightarrow \varphi(y) = a .$$

Наоборот, при  $\varphi(y) = a$ , имеем:

$$\Phi(x, y) = D(\varphi(y), \varphi(x)) = D(a, a) = 1, \text{ т.е. } y \sim x .$$

В силу основной теоремы о гомоморфизмах групп полные прообразы элементов  $a \in L$  при гомоморфизме  $\varphi: G \rightarrow L$  являются смежными классами  $x + A_0$  группы  $G$  по ядру отображения,  $\text{Ker } \varphi = A_0$ , где:

$$A_0 = \{ x \in G, \varphi(x) = 0 \} .$$

Классы  $A_i$  образуют фактор - группу  $G / A_i$ , изоморфную группе  $L$ :

$$G / A_0 \cong L .$$

Таким образом, отношения эквивалентности  $x \sim y$  можно определить так:

$$x \sim y \leftrightarrow x + A_0 = y + A_0 .$$

т.е. элементы  $x, y \in G$  эквивалентны тогда и только тогда, когда они лежат в одном и том же смежном классе группы  $G$  по подгруппе  $A_0 = \text{Ker } \varphi$ . Это показывает, что предикат  $\Phi(x, y)$  вида:

$$\Phi(x, y) = D(\varphi(x), \varphi(y)) .$$

вполне определяется заданием подгруппы:

$$A_0 = \{ x \in G, x \sim 0 \} = \text{Ker } \varphi .$$

Метод сравнения позволяет на языке исчисления предикатов  $n$ -мерной линейности описывать системы, характеризующиеся конечным числом линейных функционалов.

Знание предиката  $\Phi(x, y)$  дает информацию о разбиении множества входных сигналов на классы эквивалентности относительно неизвестного преобразователя  $\varphi$ , т.е.  $\forall x, y \in L, x \sim y$  тогда и только тогда, когда  $\varphi(x) = \varphi(y)$ .

При этом один преобразователь осуществляет более мелкое разбиение, другой - более крупное, что фактически определяет точность идентификации. Для формализации процесса разбиения множества входных сигналов на классы эквивалентности используем предикаты  $n$ -мерной линейности. В качестве  $H$  выбирается подпространство  $L_2[0,1]$  интегрируемых по Лебегу вещественных функций на отрезке  $L_2[0,1]$ . В силу известной теоремы Рисса об общем виде линейного функционала на  $H$ , каждый линейный функционал  $f_i(x)$  имеет вид:

$$f_i(x) = \int_0^1 x(t) a_i(t) dt,$$

где  $x(t)$  пробегает  $L_2[0,1]$ , а  $a_i(t) \in L_2[0,1]$  - фиксированная функция.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Осуществлена формализация процессов идентификации линейных компьютерных систем на базе предикатов  $n$ -мерной линейности.

2. Получен канонический вид предиката  $n$ -мерной линейности.

3. При анализе различных входных сигналов линейных компьютерных систем, созданные алгоритмы сравнения предикатов, повышают точность идентификации.

4. Разработаны удобные методы и алгоритмы проверки сравнения линейной независимости базисных функций для построения предикатов.

5. Построены алгоритмы перехода к различным базисам и различным функционалам в предикатах.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Riss F., Sekefal'vi - Nad' B. Lekcii po funkcional'nomu analizu. / F. Riss, B. Sekefal'vi-Nad' - M: Mir, 1979. - 587s.
2. Kurosh A. G. Teorija grupp / A. G. Kurosh - M.: Nauka, 1967. - 648s.
3. Buraki N. Obsnhaja topologija. / N. Buraki - M.: Nauka, 1969. - 392s.
4. Gorbatov V. A. Osnovy diskretnoj matematiki / V. A. Gorbatov - M.: Vyssh. shk., 1986. - 311s.
5. Berezin I. S., Zhidkov N. P. Metody vychislenij / I. S. Berezin, N. P. Zhidkov - M.: Nauka, 1966. T.1. - 632 s.
6. Hilbert D., Bernays P. Grundlagen der mathematic / D. Hilbert, P. Bernays Springer - Verlag, 1968. - 557c.
7. Vasilenko G.I. Vosstanovlenie izobrazhenij / G.I. Vasilenko, A.M. Taratorin. — M.: Radio i svjaz', 1986. — 302 s.
8. Dadzhion D. Cifrovaja obrabotka mnogomernyh signalov: per. s angl. / D. Dadzhion., R. Mersero. — M.: Mir, 1988. — 486 s.
9. Obrabotka izobrazhenij i cifrovaja fil'tracija / Pod red. T. Huang. Perv. s angl. — M.: Mir, 1979. — 318 s.
10. Prjett U. Cifrovaja obrabotka izobrazhenij T. 2: per. s angl. / U. Prjett. — M.: Mir, 1982. — 742 s.
11. Jaroslavskij L.P. Vvedenie v cifrovuju obrabotku izobrazhenij / L.P. Jaroslavskij. — M.: Sov. radio, 1979. — 312 s.
12. Tokarev V.V. Restavracija izobrazhenij na osnove finitnyh dekonvoljucionnyh okon. / V.A. Afanas'ev, M.A. Il'in, Ju.V. Nataluha, V.V. Tokarev // Bionika intellekta. — 2012. — №2 (79). — S.80-83.
13. Tokarev V.V. Ob odnom metode nein vazivnoj diagnostiki makuljarnoj oblasti setchatki zritel'nogo analizatora cheloveka / V.V. Semenev, Ju.V. Nataluha, O.A. Taranuha, V.V. Tokarev // APLIKOVANÉ VĚDECKÉ NOVINKY - 2014: materiály X - mezinárodní vědecko - praktická konference 27 červenců - 05 srpna 2014 roku, Praha, 2014. — S.67 — 69.
14. Tokarev V.V. Model' zritel'nogo analizatora v komp'juternoj sisteme diagnostiki / V.V. Semenev, Ju.V. Nataluha, O.A. Taranuha, V.V. Tokarev // Informacionnye sistemy i tehnologii: materialy III - mezhd. nauch. - tehn. konf., 15-21 sentjabrja 2014 g., g. Har'kov. — 2014. — S.81-82.