



МЕТОДИКА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО АНАЛИЗА В РАСЧЁТАХ НА ПРОЧНОСТЬ

УДК 519.688.531.3.539.4

РОЗОВ Юрий Георгиевич

д.т.н., проф., первый проректор Херсонского национального технического университета.

Научные интересы: разработка и исследование ресурсосберегающих технологий в области обработки металлов давлением.

ВВЕДЕНИЕ

Альтернативой аналитическим и экспериментальным методам расчётов на прочность являются методы компьютерного моделирования. Из многообразных методов компьютерного моделирования [1] на сегодня наибольшее применение получили модели на основе метода конечных элементов (МКЭ).

В современной литературе о применении МКЭ прослеживаются два направления. Первое – это работы теоретического характера [2-6], затрагивающие математические аспекты метода. Ко второму направлению относятся работы прикладного характера [7, 8], в которых рассматривается применение МКЭ для решения конкретных инженерных задач.

В основу МКЭ положено разбиение сплошной среды (в частности объёма тела) на множество простых геометрических элементов (подобластей), называемых конечными элементами (плоские элементы: прямолинейные и криволинейные, правильные и произвольные треугольники и четырёхугольники; объёмные элементы: прямолинейные и криволинейные четырёхгранники и шестигранники).

Совокупность конечных элементов, соединённых между собой и прикреп-

лённых к основанию, образует расчётную схему, называемую конечно-элементной схемой или конечно-элементной моделью [9].

Приступая к конечно-элементному анализу, необходимо понимать:

- 1) к какой области анализа относится данная задача;
- 2) какая часть всей конструкции (детали) должна исследоваться подробнее;
- 3) какие упрощения можно допустить при создании расчётной модели.

Корректная модель в МКЭ максимально приближена к реальному физическому процессу и позволяет учитывать весьма тонкие физические эффекты. Особенности их учёта в конечно-элементных моделях описаны в специализированных программных комплексах.

Многие пакеты конечно-элементного анализа довольно долго с успехом применяют в самых различных областях: автомобилестроении, производстве космических аппаратов, атомной энергетике. Имеются примеры успешного их применения на отечественных предприятиях и в научных учреждениях.

Весьма большими возможностями расчёта на прочность обладает программный комплекс ANSYS [10], позволяющий решать краевые задачи практи-

чески во всех инженерных приложениях, таких как: механика твёрдого деформированного тела, аэро- и гидромеханика, теплопроводность, специфические трубчатые и оболочечные конструкции и.т.п.

Однако вполне обоснованно встаёт вопрос о достоверности полученных с использованием МКЭ результатов.

Следует признать, что основной сложностью при применении пакетов, использующих МКЭ-анализ, является постановка задачи адекватно физической природе исследуемого процесса. Это положение в полной мере относится к прочностным расчётам. Решение реальных 3D задач при расчёте нагруженных механических систем на прочность требует разбиения исследуемой конструкции (детали) на несколько десятков, а то и сотен тысяч конечных элементов, а иногда с автоматической перестройкой сетки элементов на каждом шаге по времени. В этой связи очень важно правильно определить размер, форму и количество конечных элементов.

Цель работы – разработать методику использования и алгоритм проведения численного анализа, основанного на компьютерном моделировании с использованием МКЭ, в расчётах на прочность конструкций (деталей) с учётом концентраторов напряжений.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Наиболее опасными, с точки зрения возможного разрушения, являются концентраторы напряжений – места с резким изменением формы поверхности тела (выточки, канавки, отверстия, уступы и т.п., рис. 1), размеров его сечения или с локализованной неоднородностью материала внутри тела (например, наличие сварного шва), т.е. зоны, в которых про-

является, так называемая, локальная концентрация напряжений. Анализ разрушений таких изделий показывает, что подавляющее большинство поломок, образование хрупких, усталостных трещин и других причин потери несущей способности возникают, как правило, вблизи этих концентраторов.

Расчёт на прочность с учётом концентраторов напряжений может производиться аналитическими, численными методами (например, МКЭ) и экспериментально. Использование КЭ-анализа особенно эффективно в случаях, когда традиционные методы расчётов затруднительны или, более того, невозможны. В современных конечно-элементных комплексах (в том числе ANSYS) исследование концентраторов напряжений может быть произведено путём построения модели с помощью конечно-элементной сетки и нередко с применением её локального сгущения (рис. 2).

Для создания корректной КЭ-модели с гарантированным адекватным результатом, необходимо определиться с критериями выбора формы и значения характерного размера конечного элемента для будущих расчётов. Предлагается использовать следующие критерии:

1) максимальный размер конечного элемента не может превышать характерный минимальный геометрический размер исследуемого тела (например, радиус скругления поверхности в вершине концентратора напряжений; на рис. 1 – радиус r);

2) правильность воспроизведения математической модели задачи величины расчётного напряжения, возникающего в сечении нагруженного тела без наличия концентраторов напряжений.

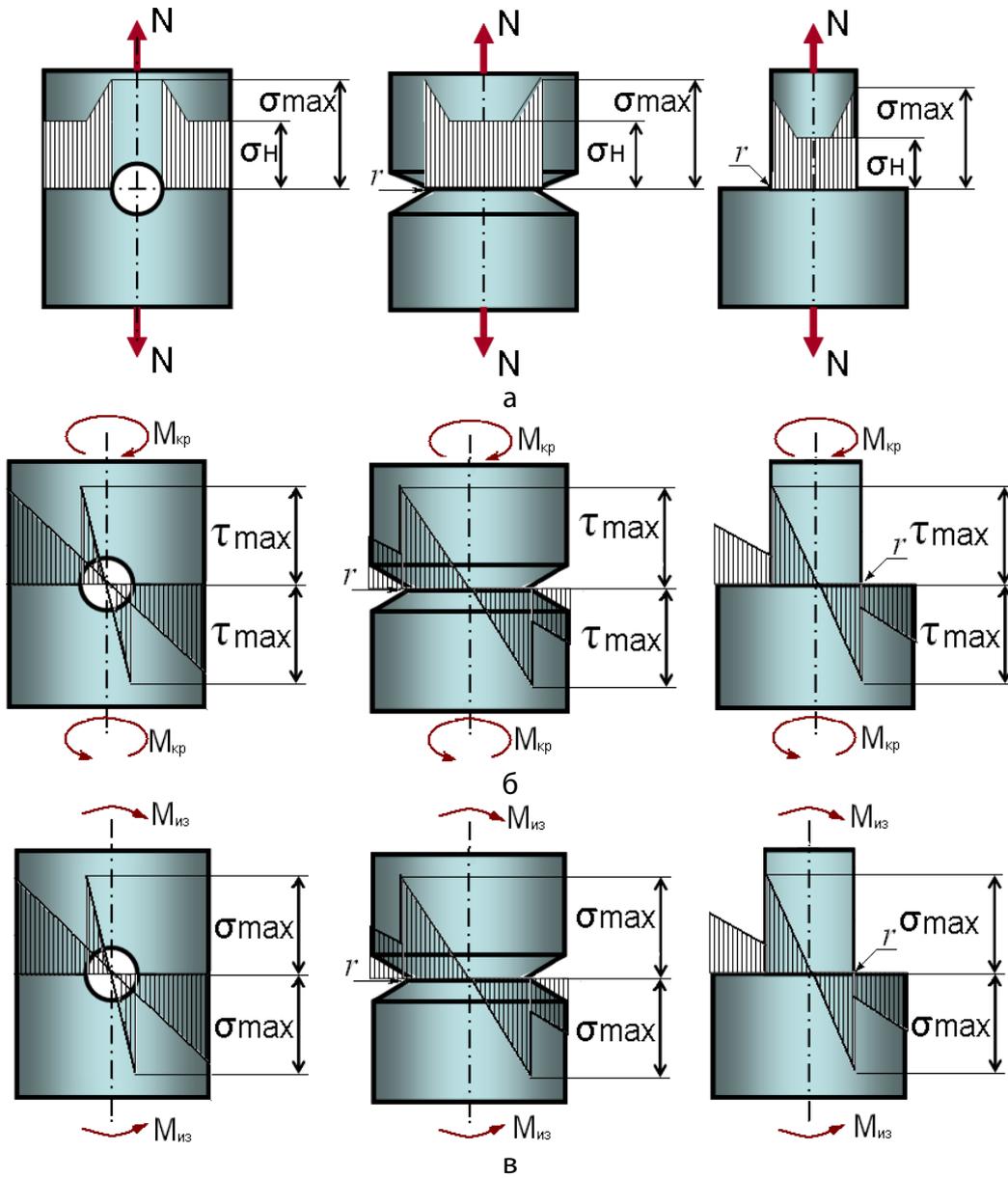


Рис. 1. Локальная концентрация напряжений в стержнях при: а – растяжении; б – кручении; в – изгибе

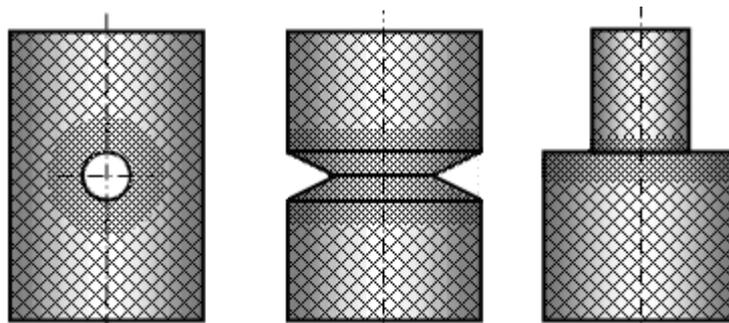


Рис. 2. Конечно-элементные модели с локальным сгущением КЭ-сетки

Придерживаясь разработанной методики анализа, решена задача о прочности ствола калибра 9,0 мм пистолета-пулемёта под действием внутреннего давления пороховых газов, в канале для

нарезного (с прямоугольными нарезами) и полигонального профиля (рис. 3) [11]. Данный расчёт был проведен с использованием компьютерной программы ANSYS.

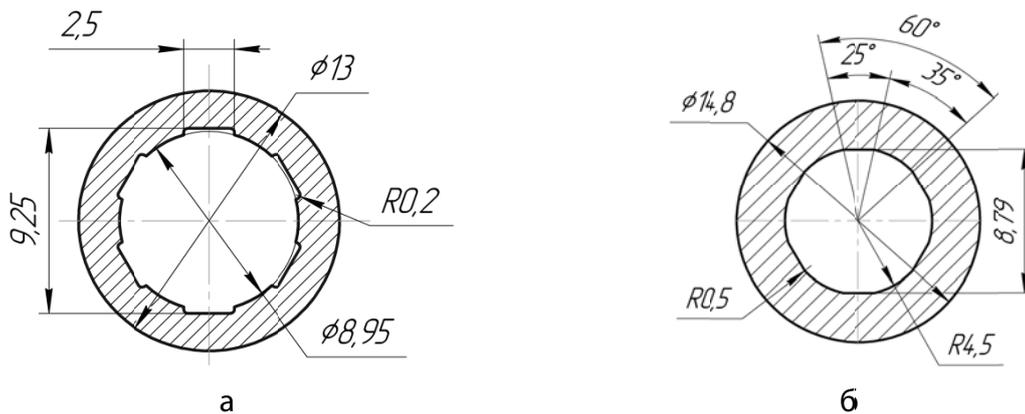


Рис. 3. Поперечное сечение ствола с прямоугольной нарезкой (а) и полигональным профилем (б)

Тип, форма, размеры профиля нарезов оказывают значительное влияние на концентрацию напряжений и прочность ствола. Однако трудности учёта всех конструктивных и силовых факторов при расчёте ствола на его прочность вынуждали исследователей прибегать к ряду упрощающих допущений, основными из которых являются:

- силы трения и давления на контактной поверхности вызывают пренебрежимо малые напряжения в стенках ствола;
- нагружение носит статический характер;
- канал ствола имеет гладкую цилиндрическую поверхность.

Поэтому в литературе задача расчёта ствола на прочность сводится к решению задачи Ламе [12] для толстостенного цилиндра под действием внутреннего давления. Влияние на прочность ствола концентраторов напряжений, характера внутренней нагрузки и температуры учи-

тывается эмпирическими коэффициентами, а в дальнейшем уточняется результатами экспериментов и данными практики [13-17].

С целью определения максимальной величины характерного размера конечного элемента (был использован плоский 4-х узловой конечный элемент PLANE 182), необходимого для построения КЭ-модели, выполнено численное решение задачи нагружения толстостенного цилиндра внутренним давлением (задача Ламе) на конечно-элементной сетке различной разрешающей способности.

В качестве объекта исследований был выбран сплошной стальной цилиндр с внутренним диаметром равным 9,0 мм и наружным – 14,8 мм (рис. 4). Данная геометрия является упрощённым аналогом поперечного сечения ствола пистолета-пулемёта калибра 9,0 мм.

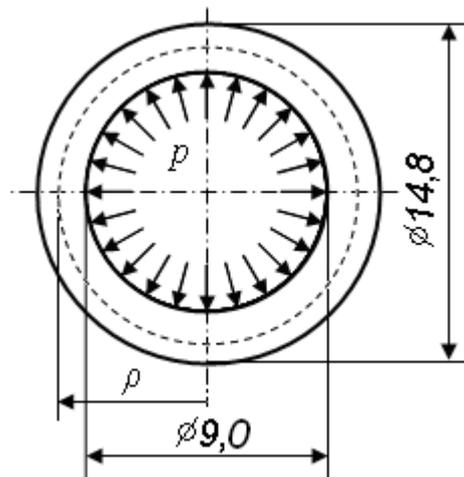


Рис. 4. Поперечное сечение сплошного стального цилиндра под действием внутреннего давления

Согласно решению задачи Ламе распределение величины внутреннего радиального σ_r и окружного σ_θ напряжений

$$\sigma_r = \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \left(1 - \frac{r_2^2}{r^2} \right) \cdot p; \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \cdot \left(1 + \frac{r_2^2}{r^2} \right) \cdot p, \quad (2)$$

где p – величина внутреннего давления;

r_1 и r_2 – внутренний и наружный радиусы толстостенного цилиндра.

Воспользовавшись зависимостями (1) и (2), можно получить величины радиальных и окружных напряжений на внутренней и наружной поверхности цилиндра, например, при максимальном значении давления пороховых газов в канале ствола пистолета-пулемёта, равного $p_{max} = 400$ МПа при выстреле из него. Значения данных величин составляют:

- на внутренней поверхности: $\sigma_r = -p = -400$ МПа, $\sigma_\theta = 869,4$ МПа,
- на наружной поверхности: $\sigma_r = 0$ МПа, $\sigma_\theta = 469,4$ МПа.

В дальнейшем проводился численный расчёт процесса нагружения цилиндра

по толщине толстостенного цилиндра, нагруженного только внутренним давлением, описывается зависимостями [12]:

внутренним давлением с использованием конечных элементов разного размера. Расчётные значения радиальных и окружных напряжений представлены в табл. 1. Также в табл. 1 занесены данные о величине расхождения значений напряжений, полученных аналитическим и численным методами.

Проанализировав данные табл. 1, видно, что результаты моделирования имеют хорошее согласование с аналитически полученными значениями окружных напряжений практически для всех рассмотренных вариантов конечно-элементной сетки. Наибольшая величина ошибки расчёта для данного параметра составила 4%. Однако, если посмотреть на значения радиального напряжения на наиболее грубой конечно-элементной сетке, то её отклонение от теоретического значения составило 40%.

Таблица 1.

Расчётные значения радиальных и окружных напряжений на внутренней и наружной поверхностях толстостенного цилиндра

Параметр		Размер конечного элемента, мм						
		1	0,5	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01
Кол-во эл-тов	вдоль радиуса	3	6	12	29	58	116	290
	по окружности	12	24	48	116	232	465	1162
	общее	36	144	576	3364	13456	53940	336980
σ_r , МПа	$\rho=r_1$	-238	-311	-353	-380	-390	-394	-398
	$\rho=r_2$	-493	-232	-112	-45	-23	-11,3	-4,5
$\delta(\sigma_r)$, %	$\rho=r_1$	40	22	12	5	2,5	1,5	0,5
σ_θ , МПа	$\rho=r_1$	902	891	882	875	872	871	870
	$\rho=r_2$	450	461	466	468	469	469	469
$\delta(\sigma_\theta)$, %	$\rho=r_1$	4	2,5	1,5	0,7	0,35	0,23	0,12
	$\rho=r_2$	4	1,7	0,64	0,21	0	0	0

Таким образом, именно правильность воспроизведения математической модели задачи величины радиального напряжения и было критерием выбора значения характерного размера конечного элемента для последующего численного анализа.

Если принять приемлемой величиной ошибки численного расчёта значение на уровне не более 2%, характерный размер плоского конечного элемента должен быть не более 0,025 мм (при этом выполняется критерий 1, т.к. характерный минимальный геометрический размер ствола, а именно – радиус скругления поверхности в вершине концентратора напряжений прямоугольного нарезка, составляет 0,2 мм; рис. 3, а). Тогда, учитывая данное ограничение, количество конечных элементов, необходимых для создания двух конечно-элементных моделей стволов пистолета-пулемёта, как с нарезным каналом, так и с полигональным профилем внутренней поверхности,

составило более 700 тыс. шт. для каждого.

Далее были приняты допущение об однородности процесса нагружения внутренней поверхности ствола вдоль его образующей (это позволило решать задачу в более простой плоской (двухмерной) постановке), и допущение, связанное с упрощением геометрической формы поперечного сечения (рассматривались только $\frac{1}{4}$ части стволов, ввиду их симметрии). Кроме того, конечно-элементная модель задачи была дополнена соответствующими математическими моделями используемых в ней материалов (так называемых, ствольных сталей).

Таким образом был проведен численный анализ, целью которого был поиск предельного значения внутреннего давления пороховых газов $[p]$, при котором значения эквивалентных внутренних напряжений в стволах разного профиля не превышали бы величины границы текучести $\sigma_{0,2}$ (рис.5).

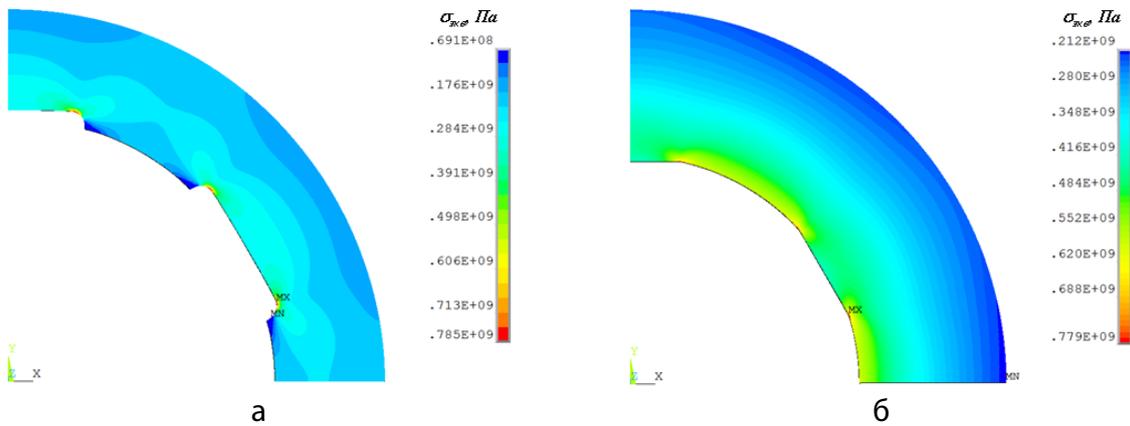


Рис. 5. Распределение эквивалентных напряжений в поперечном сечении ствола с прямоугольными нарезками (а) и с полигональным профилем внутренней поверхности (б)

Данный подход может быть использован в прочностных расчётах различных деталей (стержней (брусьев), пластин (дисков), оболочек) при разных видах нагружений. При этом необходимо придерживаться следующего алгоритма:

1. Проводится аналитический прочностной расчёт исследуемого тела при действии на него заданных нагрузок без учёта концентраторов напряжений (например, для стержней на рис. 1, в качестве объекта исследований, рассматривается брус постоянного сечения s , так называемой, площадью-брутто).
2. Проводится численный расчёт процесса нагружения исследуемого тела (без концентраторов напряжений) с использованием конечных элементов разных формы, размера.
3. С учётом приемлемой величины ошибки численного расчёта (например, на уровне не более 2%), определяется характерный размер конечного элемента.
4. Проводится проверка выполнения критерия 1 (не превышение максимального размера конечного элемента характерного минимального геометрического размера исследуемого тела).

5. Проводится численный анализ исследуемой детали с учётом концентраторов напряжений.

Выводы

Разработаны методика и алгоритм проведения численного анализа, основанного на компьютерном моделировании с использованием МКЭ, в расчётах на прочность конструкций (деталей) с учётом концентраторов напряжений.

Разработанная методика основана на выполнении двух критериев:

- 1) о не превышении максимального размера конечного элемента характерного минимального геометрического размера исследуемого тела;
- 2) о правильности воспроизведения математической модели задачи величины расчётного напряжения, возникающего в сечении нагруженного тела без наличия концентраторов напряжений.

Используя разработанную методику, проведен расчёт на прочность стволов стрелкового оружия с нарезной внутренней поверхностью различной формы, находящихся под действием внутреннего давления пороховых газов, который подтвердил адекватность принятого подхода.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Buslenko N. P. Modelirovanie slozhnyh sistem / N. P. Buslenko. – M.: Nauka, 1968. – 368 s.
2. Konnor Dzh. Metod konechnykh jelementov v mehanike zhidkosti : per. s angl. / Dzh. Konnor, K. Brebbia ; red. V. A. Postnov. – L.: Sudostroenie, 1979. – 260 s.
3. Mitchell Je. Metod konechnykh jelementov dlja uravnenij s chastnymi proizvodnymi: per. s angl. / Je. Mitchell, R. Ujejt; red. N. I. Janenko. – M.: Mir. 1981. – 214 s.
4. Rozin L. A. Metod konechnykh jelementov v primenenii k uprugim sistemam / L. A. Rozin. – M.: Strojizdat, 1977. – 129 s.
5. Segerlind L. Primenenie metoda konechnykh jelementov / L. Segerlind : per. s angl. / red. B. E. Pobedra. – M.: Mir, 1979. – 392 s.
6. Streng G. Teorija metoda konechnykh jelementov : per s angl./ G. Streng, Dzh. Fiks ; red. G. I. Marchuk. – M.: Mir, 1977. – 349 s.
7. Morozov E. M. Metod konechnykh jelementov v mehanike razrushenija / E. M. Morozov, G. P. Nikishkov. – M.: Nauka, 1980. – 254 s.
8. Postnov V. A. Metod konechnykh jelementov v raschjotah sudovykh konstrukcij / V. A. Postnov, I. Ja. Harhurim. – L.: Sudostroenie, 1974. – 344 s.
9. Shimanovskij A. O. Primenenie metoda konechnykh jelementov v reshenii zadach prikladnoj mehaniki / A. O. Shimanovskij, A. V. Putjato; Ministerstvo obrazovanija Respubliki Belarus', Belorusskij gosudarstvennyj universitet transporta. – Gornel': BelGUT, 2008. – 61 s.
10. Basov K. A. ANSYS : rukovodstvo pol'zovatelja / K. A. Basov. – M.: DMK Press, 2005. – 640 s.
11. Rozov Ju. G. Ocenka vlijanija profilja kanala stvola na prochnost' strelkovogo oruzhija / Ju. G. Rozov, V. I. Stebljuk, Ju. M. Sidorenko, D. B. Shkarluta // Artillerijskoe i strelkovoje vooruzhenie. Mezhdunarodnyj nauchno-tehnicheskij zhurnal. – 2012. – № 1. – S. 35–39.
12. Soprotivlenie materialov: Uchebnik dlja vuzov / Pod obshh. red. akad. AN USSR G. S. Pisarenko. – 4-e izd., pererab. i dop. – Kiev: Vishha shkola. Golovnoe izd-vo, 1979. – 696 s.
13. Kirillov V. M. Osnovanija ustrojstva i proektirovanija strelkovogo oruzhija / V. M. Kirillov. – Penza : Izd-vo PVAIU, 1963. – 342 s.
14. Babak F. K. Osnovy strelkovogo oruzhija / F. K. Babak. – SPb : Izd-vo "Poligon", 2003. – 252 s.
15. Orlov B. V., Ustrojstvo i proektirovanie stvolov artillerijskikh orudij / B. V. Orlov, Je. K. Larman, V. G. Malikov. – M.: Mashinostroenie, 1976. – 432 s.
16. Serebrjakov M. E. Vnutrennjaja ballistika stvol'nyh sistem i porohovyh raket / M. E. Serebrjakov. – M.: Oborongiz, 1962. – 704 s.
17. Orlov B. V. Ustrojstvo i proektirovanie stvolov artillerijskikh orudij / B. V. Orlov, Je. K. Larman, V. G. Malikov. – M.: Mashinostroenie, 1976. – 432 s.

Рецензент: д.т.н., проф. Рудакова А.В.,
Херсонский национальный технический университет.