МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ УПРАВЛІННЯ АГРАРНОГО СЕКТОРУ ЕКОНОМІКИ ЗА ДОПОМОГОЮ ДОСТАТНІХ УМОВ ОПТИМАЛЬНОСТІ

УДК 681.3.06

ЛОБОДА Олена Миколаївна
кандидат технічних наук, доцент, ДВНЗ «Херсонський державний аграрний університет», м.Херсон
Наукові інтереси: математичне моделювання, економіко-математичне моделювання, інформаційні технології

ДИМОВ Володимир Степанович
К.т.н., доцент кафедри Інформаційних технологій
Наукові інтереси: методи дослідження складних динамічних систем,
оптимізація в телекомунікаційних системах, нейронні мережі.
e-mail: vdymov@rambler.ru

ВСТУП

Одним з головних напрямків, в умовах складної ринкової економіки, є підвищення ефективності функціонування аграрних підприємств, що здійснюється шляхом побудови автоматизованих систем управління і використання сучасних інформаційних технологій. Рішення задачі оптимального управління, в цих умовах, призводить до вирішення завдання управління у вигляді розподілу ресурсів між галузями. Знаходження оптимальних управлінь, що визначають найбільшу ефективність результатів функціонування, передбачає побудову моделей об'єктів управління, а також рішення багатокрокового завдання знаходження оптимальних управлінь при заданому функціоналі ефективності функціонування.

У сучасних умовах вимоги до ефективності функціонування підприємства не відповідають можливостям традиційного управління. Дослідження орієнтоване на створення інформаційних методів і моделей автоматизованих систем управління на базі сучасних комп'ютерних засобів дозволяє вирішувати завдання вибору управлінських рішень по окремим галузям, а також по господарству в цілому на основі порівняльного аналізу виробничих функцій. Завдання особливо актуальна, в умовах ринкової економіки і спроба вирішувати цю задачу в умовах конкуренції, безумовно, може бути використана керівником господарства. Тому проведення нових досліджень, розробка моделей, алгоритмів, методів, програм, інформаційних технологій для удосконалення функціонування підприємств є актуальною науковою задачею.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Виробництво - складний керований процес перетворення ресурсів в суспільний продукт. При розробці економіко-математичного апарату для аналізу, планування і прогнозування виробництва створюється система моделей, яка базується на уявленні економіки аграрного підприємств як складної ієрархічної системи. При математичному моделюванні взаємозв'язок між факторами виробництва і його результатом зазвичай відображають за допомогою виробничих функцій. При побудові виробничих функцій слід мати на увазі, що витрати факторів виробництва на випуск продукції завжди невід'ємні. Крім того, при моделюванні виробничих функцій треба відзначити, що відсутність одного з факторів призводить до нульового випуску продукції. Вважають також, що фактори виробництва змінюються безперервно, а випуск продукції змінюється досить гладко при зміні факторів, що природно при розгляді виробництва на макрорівні.

Економічно доцільно також, щоб при збільшенні кількості використовуваного ресурсу випуск продукції зростав, тобто для диференційованої виробничої функції можна записати наступні нерівності:

$$\frac{\partial F(K,L)}{\partial K} > 0, \frac{\partial F(K,L)}{\partial L} > 0,$$

де *K*- основні виробничі фонди;

L - трудові ресурси.

Переліченим умовам відповідають мультиплікативні виробничі функції виду

$$X = aK^{\alpha}L^{\beta}, a > 0, \alpha > 0, \beta > 0,$$

де X - випуск продукції;

α,β - параметри виробничої функції.

Мультиплікативна виробнича функція дає можливість відобразити ефект масштабу виробництва, який існує тільки при одночасній зміні факторів *K* і *L*. Нехай ці фактори змінюються в λ разів,тоді

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^{\alpha+\beta} F(K,L).$$

В цьому випадку:

1) якщо $\alpha+\beta>1$, то має місце інтенсивний спосіб розвитку, тобто з ростом масштабу виробництва в λ разів випуск продукції зростає більш ніж в λ разів;

2) якщо $\alpha+\beta<1$, то зростання масштабу виробництва негативно позначається на випуску продукції, тобто при зростанні витрат в λ разів випуск продукції зростає менш ніж в λ разів;

3) якщо $\alpha+\beta=1$, то відбувається екстенсивне зростання економіки тільки за рахунок факторів виробництва.

Тривалі спостереження показують, що в умовах чисто екстенсивного виробництва збільшення витрат тільки одного з факторів виробництва призводить до зниження ефективності його використання, тобто $\frac{\partial^2 F(K,L)}{\partial K^2} < 0, \frac{\partial^2 F(K,L)}{\partial L^2} < 0$. Це означає, що кожна наступна одиниця зростаючого фактора з'єднується з меншою кількістю іншого фактора і його зростання дає зменшення приросту продукції.

Для екстенсивного способу розвитку характерно $\lim\limits_{K\to 0} \frac{\partial F(K,L)}{\partial K} = \infty, \lim\limits_{L\to 0} \frac{\partial F(K,L)}{\partial L} = \infty,$ і $\lim\limits_{K\to \infty} \frac{\partial F(K,L)}{\partial K} = 0, \lim\limits_{L\to \infty} \frac{\partial F(K,L)}{\partial L} = 0$.

Виробнича функція Кобба-Дугласа є моделлю екстенсивного способу розвитку

$$X = aK^{\alpha}L^{\beta}, \alpha + \beta = 1,$$

де α - коефіцієнт еластичності випуску по виробничим фондам;

β - коефіцієнт еластичності випуску по фонду оплати праці.

Під еластичністю виробничої функції по фактору розуміється відношення відносного приросту функції до відносного приросту фактора. Еластичність чисельно дорівнює числу відсотків, на яке зміниться випуск продукції при зміні фактора на 1%. Неважко показати, що коефіцієнти еластичності можна визначити як відношення граничної ефективності функції по фактору до середньої ефективності:

$$\alpha = \frac{\partial F(K,L)}{\partial K} \Big/ \frac{F(K,L)}{K} \text{ і } \beta = \frac{\partial F(K,L)}{\partial L} \Big/ \frac{F(K,L)}{L}.$$

Важливою характеристикою виробничих функцій є еластичність заміни ресурсів *σ*, так як вона буває постійною для більшості виробничих функцій, використовуваних в економіко-математичному моделюванні. Еластичність заміни ресурсів показує, на скільки відсотків змінилася фондоозброєність *k=K/L* при зміні граничної норми заміщення *s=dK/dL* (граничної фондоозброєності) на 1% при незмінному випуску продукції: $\sigma = \left.\frac{d \ln k}{d \ln s}\right|_{F = const}$. Тут під граничною нормою заміщення розуміють кількість фондів, яке необхідно додатково ввести при зменшенні витрат праці на одиницю, якщо випуск продукції залишиться незмінним. Гранична норма заміщення *s* визначається з рівняння ізокванти (лінія рівного випуску продукції): $dy = \frac{\partial F(K,L)}{\partial K}dK + \frac{\partial F(K,L)}{\partial L}dL \equiv 0.$

Звідси

$$s = \frac{dK}{dL} = -\frac{\dfrac{\partial F(K,L)}{\partial L}}{\dfrac{\partial F(K,L)}{\partial K}},$$

де $\frac{\partial F(K,L)}{\partial L}$ - гранична ефективність по праці;

$\frac{\partial F(K,L)}{\partial K}$ - гранична ефективність по основним виробничим фондам.

Еластичність заміни ресурсів σ для функції Кобба-Дугласа дорівнює $\sigma = \frac{d \ln k}{d \ln s} = 1,$ так як для неї гранична норма заміщення $S = \frac{1-\alpha}{\alpha}k,$ де $k = K/L.$ Часто економічні міркування підказують, що хоча еластичність заміщення ресурсів і можна вважати постійною, але все-таки вона відмінна від одиниці. У зв'язку з цим еластичність заміни ресурсів для функції Солоу $\sigma = \frac{d \ln k}{d \ln s} = \frac{1}{1+\rho}.$

ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ

Розглянемо економіку сільськогосподарського підприємства, що характеризується в кожен момент часу t набором змінних X, Y, C, K, L, I, де X- інтенсивність валового продукту; Y- інтенсивність кінцевого продукту; C- невиробниче споживання; I- валові капітальні вкладення; K- обсяг основних виробничих фондів; L- трудові ресурси. Ці змінні взаємопов'язані. Перш за все має місце умова балансу в кожен момент часу $X=aX+Y$, де $0<a<1$.

У свою чергу, кінцевий продукт розподіляється на валові капітальні вкладення і невиробниче споживання $Y=I+C$, де валові капітальні вкладення витрачаються на приріст основних виробничих фондів і їх відновлення за рахунок амортизаційних відрахувань: $I = \dot{K} + \mu K,$ де μ - коефіцієнт амортизації. Тоді $\dot{K} = I - \mu K$ або

$$\dot{K} = (1-a)(1-u)X - \mu K \tag{1}$$

де $u=C/Y$ - доля невиробничого споживання:

$$0 \le u \le 1. \tag{2}$$

Будемо вважати, що розміри валового продукту визначаються заданою виробничою функцією, що характеризує можливості виробництва в залежності від величини виробничих фондів K, трудових ресурсів і часу t, тобто

$$0 \le X \le F(K,L,t). \tag{3}$$

Передбачається, що виробнича функція $F(K,L,t)$ неперервна і двічі диференційована, причому виконуються наступні умови:

1) функція завжди невід'ємна: $F(K,L,t) > 0$;

2) функція зростає по кожному з аргументів $\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} > 0,\ \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} > 0$;

3) якщо хоча б один з ресурсів K або L дорівнює нулю, то і $F(K,L,t)=0$, $F(0,L,t)=0$, $F(K,0,t)=0$;

4) передбачається, що з ростом кожного з аргументів приріст валового продукту зменшується: $\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0,\ \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$

5) $\lim_{K\to 0}\frac{\partial F}{\partial K} = \infty, \lim_{L\to 0}\frac{\partial F}{\partial L} = \infty$

6) функція має властивість однорідності по аргументам K і L, тобто зміна масштабу виробництва призводить до пропорційної зміни випуску продукту: $F(\lambda K,\lambda L,t)=\lambda F(K,L,t)$. Параметр t вводиться в виробничу функцію, щоб врахувати цілий ряд зовнішніх факторів, що впливають на модель, в тому числі вплив науково-технічного прогресу;

7) функція зростає за часом: $\frac{\partial F}{\partial t} > 0.$

Рішення завдання будемо шукати за умови

$$K \ge K_3 \tag{4}$$

де K_3 - заданий рівень основних виробничих фондів.

Нехай задані виробничі фонди в початковий момент часу:

$$K(0)=K_0 \tag{5}$$

Допустима множина M в розглянутій задачі описується умовами (2)-(5). Допустимий процес представлений сукупністю функцій $v=(K(t),X(t),u(f))$, що задовольняє цим умовам. Він описує стан господарства, а X і u - управління [1]. Очевидно, що такий процес не єдиний.

Задача управління даною економікою господарства полягає в тому, щоб знайти такий процес $v=(K(t),X(t),u(f))$, який забезпечував би найбільше середнє споживання на даному часовому інтервалі з урахуванням дисконтування споживання, тобто

$$f = \int_0^T e^{-\delta t} \frac{C}{L} dt.$$

Проведемо редукцію задачі. Для цього введемо в диференціальне рівняння (1) відносні змінні: $k=K/L$ - фондоозброєність, $c=C/L$ - середнє споживання, $x=X/L$ - продуктивність праці. Так як $K=kL$, $X=xL$, то рівняння (1) набуде вигляду $(\dot{kL}) = (1-a)(1-u)xL - \mu kL.$ Враховуючи правило диференціювання складної функції, одержимо $\dot{K} = (\dot{kL}) = \dot{k}L + k\dot{L}.$

Будемо вважати, що приріст трудових ресурсів здійснюється з постійним темпом, тобто $\dot{L} = nL.$ Тоді $(\dot{kL}) = (\dot{k} + kn)L.$ Остаточно диференціальне рівняння зв'язку в відносних змінних набуде вигляду

$$k= (1-a)\,(1-u)\,x + (\mu + n)\,k.$$

Обмеження на управління u залишається, тобто

$$0 \le u \le f \qquad (6)$$

а на продуктивність праці x набуде вигляду

$$0 \le x = f(k,t), \qquad (7)$$

де $f(k,t) = \frac{1}{L} F(K,L,T)$.

Обмеження на виробничі фонди замінимо обмеженнями на фондоозброєність:

$$k(t) \ge k_3(t). \qquad (8)$$

$$k(0)=k_0. \qquad (9)$$

Проведемо перетворення функціоналу до відносних змінних:

$$f = \int_0^T e^{-\delta t}(1-a)uxdt \to \max \quad \text{або}$$
$$I = \int_0^T e^{-\delta t}(1-a)uxdt \to \min \qquad (10)$$

Потрібно визначити процес $v=(k(t),u(t),x(t))$, що звертає в мінімум функціонал (10) на безлічі (6)-(9).

Таким чином, у зредукованому завданні станом системи є фондоозброєність k управлінням - продуктивність праці x і частка споживання u. Рівнянням процесу служить диференціальне рівняння зростання фондоозброєності.

Для вирішення поставленого завдання скористаємося теоремою про достатні умови оптимальності. Введемо функцію R [2].

$$R(k,x,u,t) = \frac{\partial \phi(k,t)}{\partial k} =$$
$$= \left[(1-a)(1-u)x - (\mu+n)k\right] + e^{-\delta t}(1-a)ux + \frac{\partial \phi(k.t)}{\partial t}$$

де $\phi(k,t)$ - функція, підібрана з конкретних передумов про тип процесу і необхідного наближення.

Виділимо в R складові, що містять компоненти вектора управління (u,x), прирівняємо суму коефіцієнтів при ньому до нуля. Тим самим на ϕ накладається вимога $-(1-a)\phi k+e-\delta t(1-a)=0$; отже, $\phi k(t,k)=e-\delta t$. Тоді $\phi(t,k)=ke-t+c(t)$, де $c(t)$ - довільна функція. Припустимо $c(t)=0$, тоді $\phi(t,k)=ke-\delta t$ і $\phi'(t,k)=-\delta ke-\delta t$.

При цій умові функція R не залежить від u: $R(t,k,x) = e-t[(1-a)x(\mu+n)k]-e-\delta t\delta k=e-\delta t[(1-a)x-(\mu+n+\delta)k]$. Оптимальні $\bar{k}(t),\bar{x}(t)$ знайдемо з умови $\bar{k}(t), x(t) \to \max\limits_{0 \le x \le f(k,t)} R(t,k,x).$, так як $a<1$, то $(1-a)>0$ і, отже, $\max R$ досягається при $x=f(k,t)$.

Для однопродуктової моделі це рівняння очевидно, але в багатогалузевий моделі може виявитися, що деякі галузі недовантажені.

Проведемо тепер максимізацію R по k при оптимальному $\mathrm{x} = \bar{\mathrm{x}}$. Позначимо: $R_1(t,k) = \max\limits_{0 \le x \le f(k,t)} (t,k,x) = e^{-\delta t}\left[(1-a)f(k,t) - (\mu+n+\delta)k\right]$. Отже, максимум $k = \bar{k}$ буде результатом максимізації R_1 по k.

Введемо $r(t,k)=(l-a)f(k,\ t)-(\mu+n+\delta)k$. Тоді, враховуючи, що $e^{-\delta t}>0$, можна записати $\bar{k}(t)=\arg\max_{k} r(t,k)\forall t\in[0,T]$. Проаналізуємо поведінку функції $r(t,k)$ по k. Ця функція є сумою двох доданків: виробничої функції з точністю до постійного множника і лінійного вираження.

Необхідною умовою максимуму $r(t,k)$ по k є рівність нулю частинній похідної: $\frac{\partial r(t,k)}{\partial k}=0$. З огляду на те, що $f(k,t)=be^{\rho t}k^{a}$, маємо $(1-a)b\alpha e^{\rho t}k^{\alpha-1}-(\mu+n+\delta)=0$. Так як $0<\alpha<1$ і $1-a=\beta$, то

$$\hat{k}(t)=\left(\frac{(1-a)b\alpha}{\mu+n+\delta}\right)^{\frac{1}{\beta}}e^{\frac{\rho}{\beta}t}. \tag{11}$$

Знайдене $\hat{k}(t)$ назвемо магістраллю даної динамічної моделі економіки підприємства. Вона грає важливу роль в структурі оптимального рішення. Управління, що реалізує цю магістраль, знайдемо підстановкою знайденого $\hat{k}(t)$ в диференціальне рівняння розвитку системи (1): $\dot{\hat{k}}(t)=(1-a)(1-u)x(t)-(\mu-n)\hat{k}(t)$. Так як $\bar{x}(t)=f(k,t)$, де $f(k,t)=be^{\rho t}k^{a}$ є виробничою функцією, то, вирішуючи рівняння процесу щодо u, отримаємо

$$\hat{u}(t)=1-\frac{\dot{\hat{k}}(t)-(\mu+n)\dot{\hat{k}}(t)}{(1-a)be^{\rho t}\hat{k}^{\alpha}}.$$

З формули (11) знайдемо $\dot{\hat{k}}(t)=\hat{k}(t)\frac{\rho}{\beta}$.

Тоді

$$\hat{u}(t)=1-\frac{\hat{k}(t)\left(\mu+n+\frac{\rho}{\beta}\right)}{(1-a)be^{\rho t}\hat{k}^{\alpha}}.$$

Або

$$\hat{u}(t)=1-\frac{\mu+n+\frac{\rho}{\beta}}{(1-a)be^{\rho t}\hat{k}^{\alpha}}.$$

Так як

$$\hat{k}^{\alpha-1}=k^{-\beta}=\left(\frac{(1-a)b\alpha}{\mu+n+\delta}\right)^{-1}e^{-\rho t},$$

то отримаємо оптимальне управління

$$\hat{u}(t)=1-\alpha\frac{\mu+n+\frac{\rho}{\beta}}{\mu+n+\delta} \tag{12}$$

в припущенні, що $0\le\hat{u}\le1$.

Розглянемо спеціальний випадок, коли крайові умови лежать на магістралі:

$$k_0=\hat{k}(0),k_1=\hat{k}(T). \tag{13}$$

Тоді процес $\hat{v}=(\hat{k},\hat{u},f(k))\in M$ оптимальний. Дійсно цей процес забезпечує максимум R при кожному t:

а) по u - в силу незалежності R від управління u, що досягається вибором функції $\phi(k,t)$;

б) по k і x - з побудови.

З іншого боку ΰ представляє допустимий процес, так як:

а) задовольняє рівняння процесу (u знаходили підстановкою $\hat{k}$ в рівняння процесу);

б) $0\le u\le1$;

в) граничні умови були спеціально підібрані.

Відзначимо, що умови реалізованості $0\le u\le1$ в даній задачі виконується. Це можна перевірити [3, 4]. Для функції Кобба-Дугласа економічної магістраллю є крива постійного темпу зростання фондоозброєності, пропорційного темпу зростання технічного прогресу ρ, а оптимальне керування, що реалізує дану магістраль, постійна величина (12).

Таким чином, для спеціально підібраних крайових умов (13) магістраль є оптимальним режимом розвитку економіки господарства: $\hat{k}(t)=\arg\max_{-\infty<k<\infty} R(t,k)$. У всіх випадках магістралі в структурі рішення відводиться суттєва роль. Насправді дуже рідко зустрічаються випадки, коли крайові умови належать магістралі. Розглянемо загальний випадок. Нехай $k_0\ne\hat{k}(0),k_1\ne\hat{k}(T)$. Для вирішення цього завдання можна застосувати прийом, аналогічний вирішення завдання, лінійної щодо управління. Знайдемо $\bar{k}(t)=\arg\max_{k\in\tilde{V}_b^t} R(t,k)$. У реальних економічних задачах мінімальний рівень споживання строго позитивний: $0<u_1\le u\le1$.

Побудуємо границі $\gamma_{ij}(t)$, $i=1,2$, $j=0,1$, допустимої області V. Функції $\gamma_{ij}(t)$ є рішеннями диференціального рівняння процесу

$$\dot{k} = (1-a)(1-u)f(t,k) - (\mu + n)k \quad (14)$$

при відповідних крайових умовах (якщо j=0, то береться $k(0)=k_0$, якщо j=1, то використовується $k(T)=k_1$) і обмеженнях на керування (якщо i=1, то береться нижня межа $u=u_1$, якщо i=2, то u=1).

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Розглянемо приклад, коли $k_0 < \hat{k}(0), k_1(T) > \hat{k}(T)$, тоді оптимальна траєкторія буде складатися з трьох ділянок з моментами перемикання τ_1 і $\tau 2$, де τ_1 є точкою перетину границі γ_{10} з магістраллю $\hat{k}(t)$, а τ_2 - точкою перетину магістралі $\hat{k}(t)$ з границею γ_{11}. Спочатку на тимчасовому інтервалі (0, τ_1) майже все вкладається в накопичення (споживання в цей період на мінімальному рівні u_1). Починаючи з τ_1 розвиток йде по магістралі $\hat{k}(t)$ аж до моменту τ_2, з якого знову майже все вкладається в економіку (споживання знову знаходиться на нижньому рівні u_1).

Знайдемо рішення диференціального рівняння (14). З огляду на, що $f(t)=be^{\rho t}k^{\alpha}$, отримаємо

$$\dot{k} = (1-a)(1-u)be^{\rho t}k^{\alpha} - (\mu + n)k. \quad (15)$$

Перепишемо рівняння (15) у вигляді:

$$\dot{k} + \lambda k = b(1-a)(1-u)e^{\rho t}k^{\alpha}, \quad (16)$$

де $\lambda=\mu+n$

Введемо нову змінну $z=k^{\beta}$, де β=1-a. Так як $\dot{z} = (1-\alpha)k^{-\alpha}\dot{k}$, то маємо

$$\dot{k} = \frac{k^{\alpha}}{(1-\alpha)}\dot{z}. \quad (17)$$

Підставляючи (17) в диференціальне рівняння (16), отримуємо

$$(1-\alpha)^{-1}k^{\alpha}\dot{z} + \lambda k = b(1-a)(1-u)e^{\rho t}k^{\alpha}. \quad (18)$$

Розділивши обидві частини диференціального рівняння (18) на k^{a}, отримаємо

$$(1-\alpha)^{-1}\dot{z} + \lambda z = b(1-a)(1-u)e^{\rho t} . \quad (19)$$

Загальне рішення лінійного неоднорідного диференціального рівняння дорівнює сумі загального рішення однорідного диференціального рівняння z_{00} і приватного рішення неоднорідного рівняння $Z_{чн}$:$Z=Z_{00}+Z_{чн}$. Знайдемо загальний розв'язок лінійного однорідного рівняння $(1-\alpha)^{-1}z + \lambda z = 0$, характеристичним рівнянням, якого є $(1-\alpha)^{-1}q + \lambda = 0$ [5, 8, 9]. Звідси визначимо корінь характеристичного рівняння: $q = -\lambda\beta$. Тоді загальне рішення однорідного диференціального рівняння набуде вигляду $z_{00} = C_j e^{-\lambda\beta t}$, i=0,1.

Частинне рішення неоднорідного диференціального рівняння шукаємо у вигляді правої частини (19) [6]:

$$z_{чн} = Be^{\rho t}, \quad (20)$$

де B - невизначений коефіцієнт, який підлягає визначенню.

Диференціюючи (20) його по t, отримаємо $\dot{z}_{чi} = B\rho e^{\rho t}$. Підставами $z_{чн}(t)$ в рівняння (19): $(1-\alpha)^{-1}B\rho e^{\rho t} + \lambda Be^{\rho t} = b(1-a)(1-u)e^{\rho t}$. Після скорочення на $e^{\rho t}$ отримаємо $(1-\alpha)^{-1}B\rho + \lambda B = b(1-a)(1-u)$. Звідки

$$B = \frac{b(1-a)(1-u)}{\rho/\beta + \lambda}.$$

Тоді загальне рішення неоднорідного диференціального рівняння (19) має вигляд $z_{00}(t) = C_j e^{-\lambda\beta t} + \frac{b(1-a)(1-u)}{\rho/\beta + \lambda}e^{\rho t}$. Так як $z = \frac{1}{k^{\alpha-1}} = k^{\beta}$ тобто $k=z^{1/\beta}$, то загальне рішення диференціального рівняння (16) буде мати вигляд $k(t) = \left[C_j e^{-\lambda\beta t} + \frac{b(1-a)(1-u)}{\rho/\beta + \lambda}\rho t\right]^{1/\beta}$, де j = 0,1.

Визначимо умови для моментів перемикання [4,10]. За визначенням, γ_{ij}, i=1, j=0,1, є границями допустимої області $\widetilde{V}^t$ та виходять як частинні рішення диференціального рівняння (16) при заміні u на граничні значення u_i, i=1,2, і виборі C_j, j=0,1, в залежності від крайової умови. Тоді

$$\gamma_{ij}(C_{j,}u_{j,}t) = \left[C_j e^{-\lambda\beta t} + \frac{b(1-a)(1-u)}{\rho/\beta+\lambda} e^{\rho t} \right]^{1/\beta},$$

де i=1,2, j=0,1.

Знайдемо інтегральні константи $C_{j,j}$=0,1, в залежності від граничних умов. Так як

$$k_0 = k(0) = \gamma_{i0}(C_0, u, 0) = \left[C_0 + \frac{b(1-a)(1-u_i)}{\rho/\beta+\lambda} \right]^{1/\beta},$$

то

$$C_0 = k_0 - \frac{b(1-a)(1-u)}{\rho/\beta+\lambda}.$$

Аналогічно визначаємо C_1 з граничної умови $k_1 = k(T) = \gamma_{i1}(C_{1,}u_{i,}T) = \left[C_1\, e^{-\lambda\beta t} + \frac{b(1-a)(1-u)}{\rho/\beta+\lambda} e^{\rho T}, \right]^{1/\beta}$.

Отримуючи $C_1 = \left[k_1^{\beta} - \frac{b(1-a)(1-u_i)}{\rho/\beta+\lambda} e^{\rho T} \right] e^{\lambda\beta T},$ знайдемо точки перемикання. Позначимо через τ_{ij}, i = 1,2, j = 0,1, точки перетину границь γ_{ij}, i = 1,2, j = 0,1, з магістраллю $\hat{k}(t)$. Моменти перемикання τ_{ij} отримаємо, прирівнявши $\hat{k}(t_{ij}) = \lambda_{ij}(C_j, u_i, t)$., отримаємо

$$\left(\frac{(1-a)b\alpha}{\mu+n+\delta} \right)^{1/\beta} e^{\frac{\rho}{\beta}t} = \left[C_j e^{-\lambda\beta} + \frac{b(1-a)(1-u_i)}{\rho/\beta+\lambda} e^{\rho t} \right]^{1/\beta}.$$

Звідси:

$$\frac{(1-a)b\alpha}{\mu+n+\delta} e^{\rho t} = C_j e^{-\lambda\beta t} + \frac{b(1-a)(1-u_i)}{\rho/\beta+\lambda} e^{\rho t}.$$

Інформаційні моделі дозволяють виявити зміни зведених показників і дають цінну інформацію про темпи і пропорції розвитку господарства.

ВИСНОВКИ

В роботі показана необхідність адаптації та доопрацювання моделей і методів управління сільськогосподарськими підприємствами, використовуючи в якості керуючого впливу обсяг інвестицій, а також зроблено уточнення моделі запізнювання при освоєнні капітальних вкладень. Встановлено необхідність створення, на основі достатніх умов оптимальності, моделі оптимального розвитку сільськогосподарського підприємства, що дозволило розробити основну характеристику збалансованого зростання (магістраль) сільськогосподарського підприємства та розглянуто задачу оптимізації моделі з урахуванням запізнювання введення основних виробничих засобів, вибираючи в якості критерій оптимальності, загального для будь-якої економіки, максимум споживання.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Lyung L. Identifikatsiya sistem. Teoriya dlya pol'zovatelya M.: Nauka, 1991. 432 s.
2. Anfilatov V.S., Yemel'yanov A.A., Kukushkin A.A. Sistemnyy analiz v upravlenii. M.: Finansy i statistika, 2003. 368 s.
3. Brizhan' Í.A. Doslídzhennya faktorív, shcho vplivayut' na yekonomíchniy rizik pídpriêmstva. // Regíonal'ní perspektivi. 2000. №8.S.15-21.
4. Buslenko N.P. Modelirovaniye slozhnykh sistem. M.: Nauka, 1968. 355 s.
5. Gill F., Myurrey U., Rayt M. Prakticheskaya optimizatsiya. M.: Nauka, 1984.
6. Dubrov A.M. Modelirovaniye riskovykh situatsiy v ekonomike i biznese/ A.M. Dubrov, B.A. Lagosha, Ye.YU. Khrustalev.– M.: Finansy i statistika, 1999. – 172 s.
7. Grop D. Metody identifikatsii sistem. Moskva: Mir, 1979. 302 s.
8. Osnovy teorii optimal'nogo upravleniya. / Red. V.F.Krotova Moskva: Mir, 1984. 430 s.
9. Seydzh E. P., Uayt III CH. S. Optimal'noye upravleniye sistemami. Moskva: Radio i svyaz', 1982. 392 s.
10. Ekonomiko-matematicheskiye metody i prikladnyye modeli / Pod red. V.V. Fedoseyeva. Mmoskva: YUNITI, 1999. 391 s.

Рецензент: д.т.н., проф. Коваленко В.Ф.,
Херсонський національний технічний університет