

УДК 004.421.2:159.9

DOI: 10.18372/2073-4751.65.15368

Климова А.С., к.т.н.,  
orcid.org/0000-0002-4721-2241,Савченко А.С., к.т.н.,  
orcid.org/0000-0001-8205-8852,Кулик С.В.,  
orcid.org/0000-0002-9013-0778

## ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ АНАЛІТИКО-ПСИХОЛОГІЧНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Національний авіаційний університет

asie@ukr.net,  
kit.savchenko@nau.edu.ua,  
346964@stud.nau.edu.ua

### Вступ

Сучасна економічна ситуація в країні вимагає раціонального використання матеріальних ресурсів, що виділяються державою на дослідження у сфері охорони здоров'я та зокрема засоби у сфері психологічного здоров'я, пошуку прикладних методів вирішення проблемних питань, що виникають в ході науково-технічних досліджень, з метою істотного скорочення витрат на їх проведення.

Сучасні системи аналізу психологічного стану людини (САПСЛ) являють собою вузькоспрямовані системи що аналізують психологічний стан лише за оцінкою настрою та не беруть до уваги широкий спектр критеріїв аналізу психологічного стану людини. Вони характеризуються значною простотою та не охоплюють достатній рівень параметрів для отримання достовірного результату за доцільну вартість розробки. Тому синтез оптимальної САПСЛ здійснюється шляхом оптимізації та вибору з урахування достатньої кількості критеріїв (багатокритеріальної оптимізації). Ускладнення вирішення завдань синтезу оптимальної САПСЛ обумовлено тим, що до теперішнього часу недостатньо розвинений алгоритмічний і програмноматематичний апарат багатокритеріального параметричного синтезу при розробці і експлуатації САПСЛ. Тому

найважливіший спосіб підвищення ефективності перспективних досліджень САПСЛ є вдосконалення існуючих технологій та розробка нових алгоритмів і програмних засобів забезпечення синтезу САПСЛ заснованих на багатокритеріальної оптимізації та математичного моделювання.

### Постановка завдання

Розглянемо задачу багатокритеріального параметричного синтезу САПСЛ в такій постановці.

Нехай  $y = \{y_j\}_{j=1}^n \in Y$  – вектор параметрів САПСЛ, які визначають концепцію її побудови. Обмеження, встановлені для кожного параметра, утворюють допустимий простір параметра  $Y$ . Обмеження параметрів виявляються на основі аналізу умов прогнозування для створення та застосування САПСЛ у формі

$$\alpha_{jH} \leq y_j \leq \alpha_{jB}, \quad j = \underline{1, q}, \quad (1)$$

де  $\alpha_{jH}$ ,  $\alpha_{jB}$  – верхня і нижня межі зміни значення  $j$ -го параметра допускаються відповідно.

Якість рішення оцінюється за сукупністю суперечливих частинних критеріїв, що є функціями від заданих концептуальних параметрів  $y$ . Сукупність функцій  $f_k(y)$ ,  $k = \underline{1, m}$  утворюють вектор цільової функції

$$f = f(y) = \{f_k(y)\}_{k=1}^m, \quad (2)$$

він повинен знаходитися в межах допустимого значення  $F$ . Передбачається, що зовнішні умови, що впливають на роботу системи, відомі та фіксовані. Тоді векторний критерій функціонування системи є лише функцією концептуальних параметрів  $y' \in Y$ . Необхідно визначити оптимальний набір (вектор) концептуальних параметрів системи  $y' \in Y$ , котрий оптимізує вектор критеріїв (2) при заданих обмеженнях (1).

Вирішення задачі припускає виділення області ефективних варіантів системи (множини Парето) і вибір з цієї множини єдиного компромісного варіанта. Цей вибір здійснюється на основі додаткової суб'єктивної інформації (про відносну важливість частинних критеріїв в заданій ситуації) від особи, яка приймає рішення. На основі цієї інформації, складається схема компромісів  $F_{\text{узг}}[f(y)]$  – функція скалярної згортки частинних критеріїв.

Математична модель векторного синтезу САПСЛ за умови мінімізації функції  $F_{\text{узг}}[f(y)]$  полягає у визначенні вектора концептуальних параметрів системи  $y'$ , який задовольняє векторному критерію  $f(y)$  і мінімізує функцію  $F_{\text{узг}}[f(y)]$

$$y = \underset{y \in Y}{\operatorname{argmin}} F_{\text{узг}}[f(y)] \quad (3)$$

Потрібно також переконатися, що мінімізація функції  $F_{\text{узг}}[f(y)]$  призводить до оптимального за Парето рішення.

### **Аналіз публікацій і загальні зв'язки з науковими і практичними завданнями**

Велика кількість робіт вітчизняних і зарубіжних вчених присвячена науковим і технічним питанням синтезу (структурного і параметричного), серед них роботи М.Є. Салуквадзе, В.В. Подіновського, А.М. Вороніна, Ю.К. Зіатдінова, І.А. Попова, А.К. Міцитіса, В.Д. Ногіна, О.І. Козлова, С.К. Баранова та ін. У цих роботах розглядаються теоретичні і практичні підходи до дослідження складних систем. У роботі [1] виділені основні проблемні питання векторної оптимізації: нормалізація (приведення до єдиної міри) частинних

критеріїв; виділення множини компромісів (ефективних за Парето рішень); вибір схеми компромісів і єдиного рішення та ін.

На основі аналізу робіт [1-3] можна зробити висновок, що нормалізація виконується з використанням вектора обмеження

$$f^0 = f^0(y) = \left\{ \frac{f_k(y)}{A_k} \right\}_{k=1}^m = \{f_k^0(y)\}_{k=1}^m \quad (4)$$

де  $A_k$  –  $k$ -та компонента нормуючого вектора обмежень. Відповідно до відомої теореми [4], ця операція є монотонною, і під час переходу у початковий (природний) простір частинного критерію рішення, отримане у стандартизованому просторі критерію, не зміниться.

Відповідно до [1] множина Парето – може бути виділена з нормалізованого простору критеріїв у результаті рішення задачі параметричного програмування

$$y' = \bigcup_{c \in X} \sum_{k=1}^m C_k f_k^0(y), \quad (5)$$

де  $f_k^0(y)$  – нормалізоване значення  $k$ -го частинного критерію;  $c = \{c_k\}_{k=1}^m$  – формальний векторний параметр, визначений на множині  $X_c = \{c \mid \sum_{k=1}^m C_k = 1, C_k \geq 0\}$ .

Аналіз робіт [1,5] показує, що при побудові функції узагальнених критеріїв найбільш часто використовується лінійна згортка частинних критеріїв. Перевага: простота.

Недолік: схема застосовна лише в околі точки, яка відповідає фіксованій ситуації. Скалярна функція векторного критерію  $F_{\text{узг}}[f(y)]$  в різних ситуаціях є виразом різних принципів оптимальності, яка повинна задовольняти вимоги:

- бути гладкою і монотонною;
- у напружених ситуаціях виражати принцип мінімакса;
- у спокійних умовах – принцип інтегральної оптимальності;
- у проміжних випадках призводити до оптимальних за Парето рішень.

Найбільш простою функцією і такою, що задовольняє цим вимогам є [2]

$$Y(\alpha, f) = \sum_{k=1}^m \alpha_k [1 - f_{0k}(y)]^{-1};$$

$$\alpha_k \geq 0, \sum_{k=1}^m \alpha_k = 1 \quad (6)$$

де  $\alpha_k = \text{const}$  – коефіцієнти регресії, що відображують переваги від імені особи, яка приймає рішення за окремими критеріями.

### **Застосування та реалізація багатокритеріального параметричного синтезу**

Функція  $Y(\alpha, f)$  є узагальненим критерієм  $F_{\text{узаг}}[f(y)]$ , та відповідно її значення полягає у виконанні скалярної згортки на векторі частинного критерію за допомогою нелінійної схеми компромісів.

В дійсності у більшості випадків векторної оптимізації можна використовувати лише обмежений спектр методів та інструментів аналізу. Це пов'язано з наступними проблемами:

- відсутність належних процедур та інструментів аналізу;
- неможливість застосування відповідного методу аналізу до початкових даних, що використовуються аналітиком.

К задачам векторної оптимізації також належить задача вибору відповідних методичних та інструментальних засобів для проведення наукових досліджень. До таких інструментів належить велика кількість методів та програмних продуктів (наприклад, SPSS, ПС ПРИАМ, STATISTICA, TURBO-ОПТИМ і т.д.), які надають широкі можливості для вирішення задачі векторної оптимізації і проведення різних видів аналізу даних. Як зазначено в роботі [4], доцільним та ефективним інструментом для вирішення зазначеної задачі є засоби на базі інтегрованого пакета Microsoft Office та велика кількість існуючих модулів, які можуть виконуватися програмними модулями пакета. Крім того, є можливість підтримки інтегрованого середовища Visual C# Environment (Visual Studio), яке є відповідним стандартом Microsoft Office.

Застосовуючи можливості сучасних програмних засобів та результати аналізу існуючих підходів до вирішення задач векторної оптимізації, можна зробити такий висновок. Відповідно, при синтезі нових

перспективних програмних варіантів для аналізу психічного стану людини з метою підвищення ефективності досліджень виконання даної цільової програми можуть бути використані сучасні (вдосконалені) методи, програмні та технічні засоби, які засновані на багатокритеріальній оптимізації та математичному моделюванні.

Постановка завдання, на яке орієнтована обчислювальна методика параметричного синтезу, на прикладі аналітико – психологічної системи. В роботі [1] виконано обґрунтування вибору вектора з п'яти основних характеристик (параметрів) при реалізації програми покращення якості обслуговування пацієнтів з застосуванням САПСЛ, які визначають концепцію побудови САПСЛ:  $y_1$  – самооцінка психологічного стану особою;  $y_2$  – оцінка психологічного лікуючим психотерапевтом;  $y_3$  – частота пульсу;  $y_4$  – тиск;  $y_5$  – рівень стресу. Задані параметричні обмеження у межах  $\alpha_{jH} \leq y_j \leq \alpha_{jB}$ ,  $j = \underline{1,5}$  утворюють  $n$ -вимірний паралелепіпед і представляють простір параметрів  $Y$ .

Оптимальний варіант оцінюється за критеріями відповідно до побудови САПСЛ:  $f_1(y)$  – очікувані витрати для розробки номінальної системи;  $f_2(y)$  – очікувані витрати для покращення якості обслуговування пацієнта.

Відповідно критерії є функціями від заданих параметрів.

Функції  $f_1(y)$  і  $f_2(y)$  утворюють вектор цільової функції  $f(y) = \{f_k(y)\}_{k=1}^2$ , який належить допустимій області значень. Критерії  $f_1(y)$  і  $f_2(y)$  є рівноцінними, мають бути позитивними і вимагають мінімізації. Постановка задачі полягає в тому, щоб знайти оптимальні параметри системи, що мінімізує узагальнений критерій (згортку частинних критеріїв за нелінійною схемою компромісів) при заданих обмеженнях.

Коли аналітичні залежності критеріїв від параметрів невідомі для вирішення векторної задачі необхідно побудувати регресійні моделі частинних критеріїв від

параметрів  $y = \{y_j\}_{k=1}^5$  шляхом проведення експериментальних процедур [4]. Програмний модуль для побудови регресійних моделей реалізований на Visual Basic for Applications (VBA) і використовується у вигляді надбудови Microsoft Excel 2016 та вище. У випадку коли аналітичні залежності є відомими, етап проведення експериментальних процедур пропускають.

Для вирішення оптимізаційної задачі з двома критеріями спочатку зі всієї множини (варіантів побудови системи) виділяється ефективні (оптимальні за Парето точки) варіанти, а потім, використовуючи нелінійну згортку частинних критеріїв, вибирається єдиний компромісно-оптимальний варіант її побудови.

Формування множини ефективних точок ґрунтується на числовому дослідженні (зондуванні) простору параметрів проектованої системи, яке проводиться у декілька етапів. На першому етапі здійснюється зондування простору параметрів за допомогою послідовності рівномірно розподілених псевдовипадкових ЛП<sub>t</sub> точок. У праці [3] стверджується, що саме послідовності ЛП<sub>t</sub> точок є найбільш рівномірно розподіленими серед відомих у теперішній час послідовностей. Одержувані вихідні значення ЛП<sub>t</sub> точок – це лише спосіб отримання необхідних точок (варіантів побудови системи) в обмеженій області параметрів - області експерименту, яка задається в завданні на проектування системи.

Для генерації псевдовипадкових ЛП<sub>t</sub> точок використовуються генератори пробних точок [3], які є у налагодженому стані. У даній методиці модуль генерації ЛП<sub>t</sub> чисел інтегрований як VBA в Microsoft Excel. Отримана сукупність ЛП<sub>t</sub> точок в натуральних значеннях являє собою матрицю початкових значень незалежних змінних. Межі зміни кожного з параметрів (параметричні обмеження) виділяють в просторі параметрів гіперпаралелепіеда.

Формування множини ефективних рішень в нормалізованому просторі критеріїв засновано на вирішенні задачі параметричного програмування. Визначаються

точки множини за формулою (5). Згідно з працею [3] ламана, що сполучає (за порядком) всі ефективні точки, завжди безперервна і з'єднавши їх, можна отримати наближену компромісну криву. Коли кількість вихідних ЛП<sub>t</sub> точок зростає наближена компромісна крива в деякому розумінні наближається до точної компромісної кривої. На практиці, зазвичай, використовують не ділянки наближеної компромісної кривої, а оптимальні за Парето точки, яким завжди відповідають реальні ефективні варіанти побудови системи [1].

Остаточний варіант побудови системи здійснює відповідальна особа (суб'єкт досліджень) і значною мірою залежить від вдалого вибору схеми компромісів і коефіцієнтів важливості (ваги) частинних критеріїв. У результаті оцінки альтернативних варіантів системи множина ефективних рішень звужується і закінчується вибором єдиного оптимально-компромісного варіанта. Отже на першому етапі необхідно, підставляючи аналітичні залежності частинних критеріїв від параметрів (регресійні моделі) у виразі (6), отримати функцію узагальненого критерію у вигляді нелінійної згортки компромісів. Для задачі з двома критеріями, маємо

$$F_{\text{узг}}[f(y)] = \alpha_1^* (1 - f_1(y))^{-1} + (1 - \alpha_1)^* (1 - f_2(y))^{-1}, \alpha_1 = 0, \dots, 1. \quad (7)$$

На другому етапі обчислюються значення функції  $F_{\text{узг}}[f(y)]$  у всіх точках нормалізованого простору критеріїв при заданих значеннях коефіцієнтів важливості критеріїв  $\alpha_k \geq 0, \sum_{k=1}^m \alpha_k = 1$ .

Оскільки в нашій постановці задачі критерії рівноцінні, то значення коефіцієнтів дорівнюють 0,5. Крім того, якщо  $f_{i1}^0(y)$  і  $f_{i2}^0(y)$  – нормалізовані значення частинних критеріїв в  $i$ -й точці, то значення функції узагальненого критерію в цій точці обчислюється за формулою

$$F_{i\text{узг}}[f(y)] = 0,5^* (1 - f_{i1}^0(y))^{-1} + (1 - 0,5)^* (1 - f_{i2}^0(y))^{-1}. \quad (8)$$

На третьому етапі вирішується задача пошуку точки  $A'$ , для якої

$$\underline{F_{\text{узг}}(A')} = \min_{A \in Y} F_{\text{узг}}(A) \quad (9)$$

У праці [3] доведено, що координати точок  $A$  є ділянкою послідовності, рівномірно розподіленої в просторі параметрів. Це забезпечує хорошу швидкість збіжності при чисельному рішенні задачі пошуку мінімуму  $F_{\text{узаг}}(A)$ . Можна скористатися будь-яким методом локального пошуку екстремумів, вибираючи, як початкові, всі точки  $A_i$ , що належать допустимій області. Для пошуку  $F_{\text{узаг}}(A)$  використовуються значення, отримані в результаті обчислення за формулою (8).

Знайшовши точку мінімуму в нормалізованому просторі критеріїв, можна визначити відповідну їй точку в натуральному просторі критеріїв. Цій точці відповідає точка в просторі параметрів, координатами якої є шукані параметри значень, що задовольняють векторному критерію  $f(y)$ .

#### **Висновки**

Розглянута у статті методика забезпечує вирішення широкого спектру завдань, починаючи з проведення процедури побудови регресійних моделей критеріальних функцій на основі даних експерименту, обчислень за моделями допустимих варіантів системи і закінчуючи вибором остаточного компромісно-оптимального рішення.

**Климова А.С., Савченко А.С., Кулик С.В.**

### **ПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ АНАЛІТИКО-ПСИХОЛОГІЧНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ**

*Проводиться вдосконалення алгоритмів на прикладі системи аналізу психологічного стану людини у вигляді обчислювальної методики багатокритеріального параметричного синтезу для вирішення конкретних прикладних завдань з застосуванням векторів параметрів системи які описують умови реалізації алгоритму та дозволяють працюючи з вектором цільової функції щоб оптимізувати алгоритм під час науково-технічних досліджень на початкових етапах розробки і створення систем аналізу психологічного стану людини. Маніпулюючи простором кожного параметра за допомогою обмежень досягається вектор цільової функції що необхідно для виділення множини Парето, ефективних варіантів алгоритму системи та обрання компромісного варіанту з отриманої множини. На основі робіт сучасних вчених, таких як Попова І.А., Висоцька В.А., Воронін А.М., Сегеда М.С. для практичного дослідження складних систем, та їх функціонування, що необхідно для вирішення поставленої задачі що описанно в даній статті.*

Методика заснована на методах і алгоритмах багатокритеріальної оптимізації і математичного моделювання. Розроблені програмні засоби можуть знайти застосування при дослідженнях на початкових етапах розробки і проектування аналітико-психологічних систем.

#### **Література**

1. Кириленко О.В., Сегеда М.С., Буткевич О.Ф., Мазур Т.А., за ред. Сегеди М.С., Математичне моделювання в електроенергетиці, підручник, М-во освіти і науки, молоді та спорту України, Нац. ун-т "Львівська політехніка". – 2-ге вид. – Львів: Вид-во "Львів. політехніки, " 2013. – 608 с.

2. Сергеев П.В., Білецький В.С. Комп'ютерне моделювання технологічних процесів (практикум). – Маріуполь: Східний видавничий дім, 2016. – 119 с.

3. Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н. Статистика в науке и бизнесе. // Комплекс прикладных программ для Microsoft Excel. Практическое руководство. – К.: ООО «МОРИОН», 2012. – 640 с.

4. Мишикіс А.Д. Элементы теории математических моделей. – ЛИБРОКОМ, 2011. – 191 с.

5. Гасько Р.В., Висоцька В.А., Чирун Л.Б. Інформаційна система аналізу психологічного стану особистості, 2015.

*Ключові слова: системи аналізу психологічного стану людини, синтез оптимальних рішень, багатокритеріальна оптимізація.*

**Klymova A.S., Savchenko A.S., Kulyk S.V.**

**PARAMETRIC SYNTHESIS OF ANALYTICAL-PSYCHOLOGICAL SYSTEMS ON THE BASIS OF METHODS OF MATHEMATICAL MODELING AND MULTICRITERIAL OPTIMIZATION**

*Algorithms are being improved on the example of a system for analyzing the psychological state of a person in the form of a computational technique of multi-criteria parametric synthesis for solving specific applied problems using vectors of system parameters describing the conditions for the implementation of the algorithm and allow working with the vector of the objective function to optimize the algorithm in scientific and technical research at the initial stages of development and creation of systems for analyzing the psychological state of a person. By manipulating the space of each parameter with the help of constraints, the vector of the objective function is achieved, which is necessary to select the Pareto set, effective variants of the system algorithm and select a compromise option among them among the resulting set. Based on the works of modern scientists, such as Popova I.A., Vysotskaya V.A., Voronin A.N., Segeda M.S. necessary for the practical study of complex systems, and the means of their functioning, which is necessary to solve the problem, which is described in this article.*

**Keywords:** *systems for analyzing the psychological state of a person, synthesis of optimal solutions, multi-criticisml optimization.*