ISSN 2079–1836
2013, вип. 21

УДК 539.3

Л. А. Латанская, канд. физ.-мат. наук, В. А. Каиров

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

В данной работе в рамках теории трехслойных оболочек при применении независимых кинематических и статических гипотез рассмотрены уравнения колебаний цилиндрических оболочек с кусочно-однородным заполнителем при нестационарных нагружениях и выполнен сравнительный анализ полученных результатов.

Ключевые слова: *численное исследование, нелинейное деформирование, нестационарное нагружение, цилиндрические оболочки, кусочно-однородный заполнитель, сравнительный анализ.*

Введение. Широкое использование в механике оболочек находит классическая теория на основе упрощающих гипотез Кирхгофа–Лява. Это объясняется тем, что ряд оболочечных элементов, применяемых в конструкциях, имеет параметры, для которых допускается использование данной теории. Но исследования динамических задач механики оболочек показали, что гипотезы Кирхгофа–Лява позволяют получать решение лишь при определенных ограничениях, накладываемых на области частот колебаний, длины волн перемещений, деформаций и напряжений, распространяющихся в оболочке. Это привело к разнообразным способам построения теории оболочек, не опирающейся на гипотезы Кирхгофа–Лява. Все эти подходы относятся к неклассической механике оболочек и вызывают необходимость уточнения уравнений.

Подходы к построению двумерных уравнений теории оболочек условно делят на две группы: к первой группе относятся методы, основанные на некоторых гипотезах (метод гипотез), ко второй − аналитические методы приведения трехмерной задачи теории упругости к двумерной.

Существуют два направления в использовании метода гипотез в теории многослойных оболочек [6]. Для первого направления характерно то, что принимается система гипотез с учетом условий контакта слоев для всего пакета в целом. Преимущество такого подхода состоит в том, что порядок исходных уравнений не зависит от числа слоев. Для второго направления характерно то, что для вывода уравнений слоистых систем принимаются гипотезы для каждого слоя. Таким образом, получаются оболочечные модели высшего порядка, в которых число уравнений зависит от количества слоев. Кроме того, усложняется вид решаемых уравнений.

Целью данной работы является сравнительный анализ нелинейного деформирования трехслойных оболочек с кусочно-однородным заполнителем при нестационарном нагружении с применением независимых кинематических и статических гипотез к каждому слою с аналитическими и экспериментальными результатами, а также с результатами согласно другим прикладным теориям.

Изложение основного материала. Сравнительный анализ расчетов на основе теории трехслойных оболочек с использованием независимых гипотез к каждому слою при нестационарных нагрузках, теории неоднородных по толщине оболочек Кирхгофа–Лява (применение единых гипотез ко всему пакету слоев в рамках классической теории) и теории типа С. П. Тимошенко с учетом деформации поперечного сдвига (применение гипотез ко всему пакету), а также экспериментальных данных и аналитических решений, проводится на примере цилиндрической оболочки.

Рассмотрим постановку и алгоритм решения задачи динамического поведения трехслойной цилиндрической оболочки с кусочно-однородным заполнителем при нестационарной нагрузке с применением независимых кинематических и статических гипотез к каждому слою.

Трехслойная оболочка вращения состоит из внешних ортотропных слоев (обшивка) и внутреннего изотропного слоя (заполнитель), который является кусочно-однородным. Все слои оболочки имеют постоянную толщину $h_k\ (k=\overline{1,3})$ и деформируются без проскальзывания и отрыва. Оболочка отнесена к ортогональной системе координат α_1, α_2, z, в которой срединные поверхности слоев являются координатными поверхностями $z = const$. Кроме того, для каждого слоя вводятся локальные системы координат, которые являются следствием параллельного переноса указанной системы вдоль оси z. Связь между локальными системами $\alpha_{1k}, \alpha_{2k}, z_k$ и общей системой координат определяется согласно зависимостям $\alpha_{1k}=\alpha_1,\ \alpha_{2k}=\alpha_2,\ z_k = z - z^k,\ \ -h_k/2 \le z \le h_k/2,$ где z^k – координата z срединной поверхности k-го слоя.

В качестве независимых искомых функций принимаем компоненты вектора перемещений на поверхностях слоев. $\overline{U} = (u_1(\alpha_1), u_2(\alpha_1), u_3(\alpha_1), u_4(\alpha_1), w_1(\alpha_1), w_3(\alpha_1))^T$

Деформационные соотношения задаются в рамках геометрически нелинейной теории оболочек в квадратичном приближении и описаны в [4].

Для вывода уравнений колебаний трехслойной оболочки вращения используется вариационный принцип Рейсснера для динамических процессов, благодаря которому достигается математическая корректность модели [2].

После стандартных преобразований в вариационном функционале получим уравнения колебаний трехслойной оболочки вращения относительно независимых функций перемещений на поверхностях слоев $u_1, u_2, u_3, u_4, w_1, w_3$:

$$L_{3m+1}(\overline{U}) = \frac{\rho_{2m+1}h_{2m+1}}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_{2m+1}+u_{2m+2}}{2}\right)+$$
$$+(-1)^{m+1}\frac{\rho_{2m+1}h_{2m+1}^2}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_{2m+2}-u_{2m+1}}{h_{2m+1}}\right) \quad (m=0;1);$$

$$L_3(\bar{U})=\frac{\rho_{зап}(s)h_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_1+u_2}{2}\right)-\frac{\rho_1 h_1^2}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_2-u_1}{h_1}\right)+$$

$$+\frac{\rho_{зап}(s)h_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_3+u_2}{2}\right)+\frac{\rho_{зап}(s)h_2^2}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_3-u_2}{h_2}\right);$$

$$L_4(\bar{U})=\frac{\rho_3 h_3}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_2+u_3}{2}\right)+\frac{\rho_{зап}(s)h_2^2}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_3-u_2}{h_2}\right)-$$

$$-\frac{\rho_3 h_3}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_4+u_3}{2}\right)+\frac{\rho_3 h_3^2}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{u_4-u_3}{h_3}\right);$$

$$L_{m+5}(\bar{U})=\rho_{2m+1}h_{2m+1}\frac{\partial^2 w_{2m+1}}{\partial t^2}+\frac{\rho_{зап}(s)h_2}{2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{w_1+w_3}{2}\right)+$$

$$+(-1)^{m+1}\frac{\rho_{зап}(s)h_2^2}{12}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{w_3-w_1}{h_2}\right)\quad (m=0;1),$$

где операторы $L_m(\bar{U}),\ m=\overline{1,6}$ имеют следующий вид:

$$L_{3m+1}(\bar{U})=\frac{1}{2A_1A_2}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(A_2T_{11}^{2m+1})-T_{22}^{2m+1}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\right]-$$

$$-(-1)^m\frac{1}{h_{2m+1}A_1A_2}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(A_2M_{11}^{2m+1})-M_{22}^{2m+1}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\right]+$$

$$+(-1)^m\frac{1}{h_{2m+1}}T_{13}^{2m+1}+\frac{1}{2}\bar{T}_{13}^{2m+1}k_1\quad \text{(при } m=0;1\text{);}$$

$$L_{m+1}(\bar{U})=\frac{1}{2A_1A_2}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(A_2T_{11}^{m})+\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(A_2T_{11}^{m+1})-\right.$$

$$\left.-T_{22}^{m}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}-T_{22}^{m+1}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\right]+\frac{1}{h_mA_1A_2}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(A_2M_{11}^{m})-M_{22}^{m}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\right]-$$

$$-\frac{1}{h_{m+1}A_1A_2}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(A_2M_{11}^{m+1})-M_{22}^{m+1}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\right]-\frac{1}{h_{m+1}}T_{13}^{m}+$$

$$-\frac{1}{h_{m+1}A_1A_2}\left[\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(A_2M_{11}^{m+1})-M_{22}^{m+1}\frac{\partial A_2}{\partial\alpha_1}\right]-\frac{1}{h_{m+1}}T_{13}^{m}+$$

$$+\frac{1}{h_{m+1}}T_{13}^{m+1}+\frac{k_1}{2}[\bar{T}_{13}^{m}+\bar{T}_{13}^{m+1}]\quad \text{(при } m=1;2\text{);}$$

$$L_{m+5}(\bar{U})=\frac{1}{A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(A_2\bar{T}_{13}^{2m+1})+\frac{1}{2A_1A_2}\frac{\partial}{\partial\alpha_1}(A_2\bar{T}_{13}^{2})-$$

$$-[T_{22}^{2m+1}k_2+T_{11}^{2m+1}k_1]-\frac{1}{2}[T_{22}^2k_2+T_{11}^2k_1]+(-1)^m\frac{1}{h_2}T_{33}^2-$$

$$-(-1)^m\frac{1}{h_2}[M_{11}^2k_1+M_{22}^2k_2] \quad (\text{при } m=0;1\ );$$

$$\bar{T}_{13}^i=T_{13}^i+T_{11}^i\theta_1^i \quad (i=\overline{1,3}).$$

При этом геометрия поверхностей задается соотношениями:

$$A_1=1,\quad A_2=R,\quad k_1=1,\quad k_2=1/R.$$

Полученные соотношения дополняются начальными и граничными условиями, а также условиями контакта слоев заполнителя по длине оболочки [2].

Сформулированная начально-краевая задача решается с помощью численного метода, который основан на применении интегро-интерполяционного подхода для построения конечно-разностных схем по пространственной и временной координатам.

Результаты, полученные по предложенной теории, сопоставляются с уже известными. Так как ни теоретических, ни экспериментальных работ по динамическому поведению трехслойных оболочек с кусочно-однородным заполнителем не было обнаружено, то в сравнительном анализе рассматривается сплошной заполнитель. Для сравнения используются аналитические решения задачи и экспериментальные данные по теории трехслойных балок в статике (как частный случай трехслойных оболочек) [1, 5, 6].

При заданных в работах [1, 5, 6] геометрических и физико-механических параметрах проводятся расчеты по динамическому поведению трехслойных цилиндрических оболочек при независимых гипотезах для однородного по длине заполнителя. Результаты расчетов по уравнениям трехслойных оболочек Кирхгофа–Лява и типа Тимошенко в рамках пакета берутся из работы [3]. Задача рассматривается при действии внезапно приложенной распределенной нагрузки вида $P_3(x,t)=A\,f_1(x)\,f_2(t)$, где A – амплитуда нагрузки; $f_2(t)$ – функция, которая отвечает за изменение нагрузки во времени; $f_1(x)$ – функция, которая соответствует форме нагрузки по пространственной координате x.

Проводится косвенное сравнение полученных кинематических параметров динамики с данными решений соответствующих задач статики через динамический коэффициент $K_{\text{д}}$. Известны значения коэффициента динамичности для случая шарнирно-опертой балки при действии нагрузки $P_3(x,t)$ и виде функции $f_2(t)=(1-t/T)\cdot\eta(t-T)$, где T – продолжительность нагрузки; η – функция Хевисайда. Показано, что при величине $\omega T\geq 100$, где ω – круговая частота колебаний балки при заданной функции прогиба, коэффициент динамичности $K_{\text{д}}=2$ [7]. Исходя из этого, в расчетах при действии внезапно приложенной нагрузки для случая $f_2(t)=\eta(t)$ (предельный случай) принимается коэффициент динамичности $K_д = 2$.

Анализ результатов численных исследований. В качестве примера рассматривалась цилиндрическая оболочка при $R \to \infty$. В табл. 1 и табл. 2 приведены результаты расчетов и сравнительный анализ экспериментальных и теоретических данных, а также расчетов согласно прикладных теорий трехслойных балок.

Результаты табл. 1 соответствуют варианту расчетов шарнирно-опертой балки при действии распределенной нагрузки $P_3 = Af_1(x)\eta(t)$. Результаты эксперимента и аналитического решения приведены согласно работам [1, 6]. Рассматривалась трехслойная балка с обшивками, изготовленными из материала типа сплава Д16-Т и заполнителя типа пенопласта. Геометрические и физико-механические параметры балки полагаем следующими: $E_{обш}/E_{зап}=471$, $A=0.1\cdot 10^5\,Па$, $h_{зап}/h_{обш}=5$.

В табл. 1 в первой строке приведены экспериментальные данные согласно работы [1] для значений прогиба U_3 на внешней поверхности балки при $x = L/2$. Во второй строке представлено аналитическое решение [7]. Третья строка соответствует расчетам согласно предложенной теории с независимыми гипотезами, четвертая строка – теории трехслойных балок Тимошенко (пакет), пятая – теории трехслойных балок Кирхгофа–Лява (пакет) [3].

Во втором столбце приведена относительная погрешность Δ, которая вычисляется по формуле

$$\Delta = \left| \frac{w_{ò} - w_*}{w_{ò}} \right| \cdot 100\%,$$

где $w_{ò}$ – значение эксперимента; w_* – соответствующее значение, согласно другим расчетам.

Таблица 1 – **Косвенное сравнение экспериментальных данных [1], аналитического решения [6] и результатов согласно прикладным теориям**

Тип результатов	$U_3 \cdot 10^{-2}$, $ì$	$\Delta, \%$
Экспериментальные данные	0,153	
Аналитическое решение	0,160	4,68
Теория независимых гипотез	0,1436	6,14
Теория типа Тимошенко	0,168	9,80
Теория Кирхгофа–Лява	0,1155	24,51

В табл. 2 приведено сравнение величин прогиба, полученных из эксперимента [5], аналитического решения [6] и результатов согласно прикладным теориям.

Таблица 2 – **Косвенное сравнение экспериментальных данных [5], аналитического решения [7] и результатов согласно прикладным теориям**

Тип результатов	$U_3 \cdot 10^{-2}$, *м*	$\Delta, \%$
Экспериментальные данные	0,348	
Аналитическое решение	0,363	4,31
Теория независимых гипотез	0,3542	1,78
Теория типаТимошенко	0,1995	42,67
Теория Кирхгофа–Лява	0,1902	45,35

Рассматривался случай шарнирно опертой балки при нагрузке $P_3 = Af_1(x)\eta(t)$. Геометрические и физико-механические параметры балки следующие: $E_{обш} / E_{зап} = 51$; $A = 5 \cdot 10^5\, Па$; $h_{зап} / h_{обш} = 5$. Обозначения величин в табл. 2 аналогичны обозначениям табл. 1.

Как следует из приведенных результатов, расчеты по теории независимых аппроксимаций в большей степени согласуются с соответствующими экспериментальными данными и аналитическими решениями, что косвенно подтверждает достоверность полученных результатов.

Выводы. Сравнительный анализ показал вполне удовлетворительное совпадение теоретических и экспериментальных результатов, а также результатов согласно прикладным теориям.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. ***Александров А. Я.*** Расчет трехслойных панелей / А. Я. Александров, Л. Э. Брюккер, Л. М. Куршин [и др.]. – М. : Оборонгиз, 1960. – 270 с.
2. ***Латанская Л. А.*** Математическое моделирование динамики вынужденных колебаний конструктивно неоднородных трехслойных оболочек вращения / Л. А. Латанская, В. А. Каиров // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: зб. наук. праць. – Д. : Ліра, 2012. – Вип. 19.– С. 205–211.
3. ***Мейш В. Ф.*** Сравнительный анализ динамического поведения трехслойных оболочек в рамках прикладных теорий при нестационарных нагружениях / В. Ф. Мейш, Ю. А. Хамренко // Прикл. мех. – 2003. – Т. 39, № 7. – С. 123–130.
4. ***Мейш В. Ф.*** Чисельний розв'язок динамічних осесиметричних задач теорії тришарових еліпсоїдальних оболонок з кусково-однорідним заповнювачем / В. Ф. Мейш, Л. О. Латанська // Вісник ДНУ. Сер.: Механіка. – Д., 2007. – Т. 2, вип. 11. – С. 210–216.
5. ***Остерник Э. С.*** Экспериментальное исследование деформации нормали и способа осуществления краевых условий у слоистых пластин / Э. С. Остерник // Труды VIII Всесоюз. конференции по теории оболочек и пластин. – М. : Наука, 1973.
6. ***Пикуль В. В.*** Общая техническая теория тонких упругих пластин и пологих оболочек / В. В. Пикуль. – М. : Наука, 1977. – 152 с.
7. ***Попов Н. Н.*** Расчет конструкций на динамические нагрузки / Н. Н. Попов, Б. С. Расторгуев, А. С. Забегаев.– М.: Высшая школа, 1992. – 319 с.
8. ***Рассказов А. О.*** Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек / А. О. Рассказов, И. И. Соколовская, Н. А. Шульга. – К. : Вища школа, 1986. – 191 с.

Л. О. Латанська, канд. фіз.-мат. наук, В. О. Каіров

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ НЕЛІНІЙНОГО ДЕФОРМУВАННЯ БАГАТОШАРОВИХ ОБОЛОНОК ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

У даній роботі в рамках теорії тришарових оболонок при використанні незалежних кінематичних та статичних гіпотез розглянуті рівняння коливань циліндричних оболонок з кусково-однорідним заповнювачем при нестаціонарних навантаженнях та виконаний порівняльний аналіз отриманих результатів.

Ключові слова: *чисельне дослідження, нелінійне деформування, нестаціонарне навантаження, циліндричні тришарові оболонки, кусково-однорідний заповнювач, порівняльний аналіз.*

L. A. Latanskaya, Associate Professor, V. A. Kairov

NUMERICAL INVESTIGATION OF NONLINEAR DEFORMATION OF MULTILAYER SHELLS UNDER NONSTATIONARY LOAD

In the framework of the theory of three-layer shells with application of independent kinematic and static hypotheses the equations of oscillations of cylindrical shells with piecewise-homogeneous filler under non-stationary loading are considered and comparative analysis of the obtained results are carried out.

Keywords: *numerical investigation, nonlinear deformation, non-stationary load, cylindrical three-layer shells, piece-homogeneous filler, comparative analysis.*

The results of non-linear deformation analysis for three-layer shells with piece-homogeneous filler at independent kinematic and static hypotheses usage for each layer are compared with analytical and experimental results. The obtained data are also compared with the results, received according to other applied theories.

For three-layer rotational shells with piece-homogeneous filler under non-stationary load dynamic behavior problem's arrangement and solution algorithm achieved by independent for each layer hypotheses usage are also given.

The displacement on the layer surfaces vector components $\overline{U} = (u_1(\alpha_1), u_2(\alpha_1), u_3(\alpha_1), u_4(\alpha_1), w_1(\alpha_1), w_3(\alpha_1))^T$ are taken into consideration as independent required functions.

Deformational states are given according to the geometrically non-linear shells theory in the square approximation [4].

Reissner's variation principle for the dynamic processes is used to achieve the oscillation equations [2].

Three-layer rotational shells oscillation equations are obtained by standard transformations in variation functional. The starting and border conditions as well as the layers contact conditions by the shell's length are given in addition to the obtained dependences [2].

The initial problem, formulated above, is solved by means of numerical integral and interpellation method, based on finite-diversity schemes design for space and time coordinates.

Results, obtained by means of foregoing theory, are compared with the known data. As no theoretical or experimental works dedicated to three-layer with piece-homogeneous filler shells dynamic behavior were found, the data for complete filler is used in the comparative analysis. The analytical results of the problem with complete filler solution and the experimental data obtained according to three-layer beams static theory, which could be used as three-layer shells particular case, have been given for comparison [1, 5, 7].

Three-layer cylindrical shells with $R \to \infty$ dynamic behavior calculation results are obtained according to independent hypotheses for homogeneous by length filler and the usage of geometrical, physical and mechanical parameters given in works [1, 5, 7]. The results of Kirchhoff-Love's three-layer shells and Timoshenko's type shells are taken from the work [3]. The suddenly attached and distributive load influence is taken into consideration in this problem.

An indirect comparison of the received kinematic parameters is conducted by the usage of dynamic coefficient $K_{д}$ to the similar static problems [6].

The cylindrical shell is taken as an example. The results, given in table 1, are accordable to the variant of beam fixed by the swing joint under distributive load $P_3 = Af_1(x)\eta(t),$ where A is load's amplitude, $f_1(x)$ is function, accordable to the space coordinate $x, \eta(t)$ is function that is used to show load of time dependence.

The results of experiment and analytical solution are given according to works [1, 7]. Geometrical, physical and mechanical parameters of beams are given below: $E_{обш} / E_{зап} = 471,\ A = 0.1 \cdot 10^5\ Pa,\ h_{зап} / h_{обш} = 5$.

Flexure values outside the beam U_3 for $x = L/2$ are given in the first column of the table 1. In the second column the relative mistake Δ is given, that can be estimated by next equation:

$$\Delta = \left| \frac{w_{\grave{o}} - w_*}{w_{\grave{o}}} \right| \cdot 100\%,$$

where w_m is experimental data, w_* is the same data, obtained by means of other calculations.

Table 1 – **The indirect comparison of experimental data [1], analytical solution [7] and the results, obtained by means of applied theory**

Results' type	$U_3 \cdot 10^{-2}, m$	$\Delta, \%$
Experimental data	0.153	
Analytical solution	0.160	4,68
The independent hypotheses theory	0,1436	6,14
Timoshenko's type theory	0,168	9,80
Kirchhoff-Love's theory	0,1155	24,51

According to table 1, one can decide that the results calculated by means of independent approximations theory are better adjusted to the same results, achieved by the usage of experimental and analytical methods. This means, that the obtained data are reliable.

REFERENCES

1. ***Aleksandrov A. Y.*** The three-layer panels calculation / A. Y. Aleksandrov, L. E. Bryukker, L. M. Kurshin and others. – M. : Oborongiz, 1960. – 270 p. (in Russian).
2. ***Latanskaya L. A.*** The constructional non-homogeneous three-layer rotational shells forced oscillation mathematical modeling / L. A. Latanskaya, V. A. Kairov // Problems of computational mechanics and constructions strength. – D., 2012. – Is. 19. – P. 205–211 (in Russian).
3. ***Mejsh V. F.*** Comparative analysis of three-layer shells dynamic behavior under non-stationary load according to the applied theories / V. F. Mejsh, Y. A. Hamrenko // Applied mechanics. – 2003. – Vol. 39, № 7. – P. 123–130 (in Russian).
4. ***Mejsh V. F.*** Numerical solution of the three-layer with piece-homogeneous filler elliptic shells dynamic axes-symmetrical problems / V. F. Mejsh, L. A. Latanskaya // DNU Bulletin. Mechanics Series. Scientific journal. – D., 2007. – Volume 2. Issue. 11. – P. 210–216 (in Ukrainian).
5. ***Osternik E. S.*** Experimental investigation of laminated plates normal's deformation and border conditions implementation / E. S. Osternik // The VIII All-Union shells and plates theory conference works. – M. : Nauka, 1973. – P. 735–739 (in Russian).
6. ***Popov N. N.*** The constructions under dynamic load solution / N. N. Popov, B. S. Rastorguev, A. S. Zabegaev.– M. : Vysshaya shkola, 1992. – 319 p. (in Russian).
7. ***Pikul' V. V.*** The general technical theory of thin elastic shells / V. V. Pikul'. – M. : Nauka, 1977. – 152 p. (in Russian).
8. ***Rasskazov A. O.*** The theory and calculation of laminated orthotropical plates and shells / A. O. Rasskazov, I. I. Sokolovskaya, N. A. Shul'ga. – K. : Vyshcha shkola, 1986. – 191 p. (in Russian).

Национальный университет
кораблестроения им. адмирала Макарова,
Николаев, Украина

Поступила в редколлегию 15.02.2013