

УДК 534.014+621.928.23

Е. А. Логвиненко, канд. техн. наук, В. Б. Силич-Балгабаева, канд. техн. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЛОПИРОВАНИЯ РЕЗОНАНСНОГО ГРОХОТА С АСИММЕТРИЧНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ

Исследуется нелинейная асимметричная система, центр тяжести которой не совпадает с линией генерирования колебаний. Получены зависимости для определения величины амплитуды поворотных колебаний короба по его длине.

Ключевые слова: вибросистема, асимметричный цикл колебаний, дифференциальные уравнения, амплитуда, ускорение.

Введение. В последние годы широкое распространение получили вибромашины, генерирующие асимметричный цикл колебаний, который наиболее полно отвечает технологическим процессам, требующим одностороннего воздействия на обрабатываемый материал (виброуплотнение бетонов, забивка свай, классификация или обезвоживание углей на грохотах и т. п.) [1]. В сравнении с симметричными колебаниями резкое снижение величины ускорений при обратном холостом ходе рабочего органа приводит к существенному уменьшению потребления энергии и напряжений в металлоконструкциях. Разработанные методы расчета вибросистем с асимметричной характеристикой восстанавливающей силы упругих связей, позволяют достаточно точно определять величины асимметричных ускорений рабочего органа при его движении в разные стороны [2]. Основным же недостатком существующих вибромашин асимметричного типа связан зачастую с галопированием, неравномерностью амплитуд колебаний по длине рабочих органов виброплощадок, конвейеров, коробов грохотов и объясняется несовпадением их центра тяжести с направлением возбуждающих сил, что приводит к снижению эффективности технологических процессов. В связи с этим весьма актуально исследование динамики асимметричных вибромашин с отклонением их центра тяжести от направления генерирования колебаний и получение математических зависимостей, позволяющих проводить расчеты и оценку амплитуд и ускорений по всей длине рабочих органов.

В настоящей статье приводятся результаты указанных исследований на примере расчетной динамической схемы двухмассного грохота с асимметричной характеристикой нелинейных упругих связей. Следует отметить, что созданный в Днепропетровском национальном университете имени Олеся Гончара резонансный грохот ГРА, предназначенный для распада угля, щебня и других кусковых сыпучих материалов, имел незначительные отклонения центра тяжести от направления вибровозбуждения. Однако при подаче материала на сита центр тяжести машины смещался, и происходило галопирование короба.

Расчетная схема. На рис. 1 представлена динамическая схема резонансного грохота ГРА, состоящего из короба массой m_1 с учетом средней технологической нагрузки и уравнивающей рамы массой m_2 , соединенных линейными поддерживающими упругими связями жесткостью K_1 и через статические зазоры e_1 и e_2 буферными упругими связями значительной жесткости $K_{Б1}$ и $K_{Б2}$, причем $K_{Б1} > K_{Б2}$. Эксцентриково-шатунный привод с радиусом эксцентриситета ρ закреплен на уравнивающей раме и связан через приводные упругие связи жесткостью K_0 с коробом. Последний опирается на фундамент посредством виброизоляторов суммарной жесткостью K_3 в вертикальном и $K_{3Г}$ в горизонтальном направлениях.

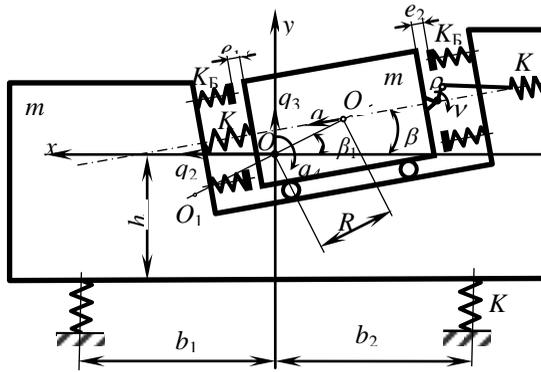


Рис. 1 – Динамическая схема резонансного грохота ГРА

На схеме также обозначены центры тяжести O , O_1 и O_2 – соответственно всей системы, короба (с учетом присоединенной нагрузки) и уравнивающей рамы. Генерирование колебаний от привода осуществляется под углом β к горизонту. Также приняты следующие обозначения:

β_1 – угол наклона прямой, соединяющей центры тяжести O_1 и O_2 , к оси x ;

R_2 – расстояние от центра тяжести системы O до центра тяжести уравнивающей рамы O_2 ;

h – расстояние от виброизоляторов до оси x ;

b_1 и b_2 – расстояние от оси виброизоляторов до оси y . В нашем случае $b_1 = b_2$.

Плоское движение короба определяется тремя координатами q_2 , q_3 и q_4 , а движение уравнивающей рамы относительно короба – координатой q_1 .

Уравнения движения и их решение. Малые колебания системы около положения устойчивого равновесия описываются следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{cases}
 m_2 \ddot{q}_1 + m_2 (\ddot{q}_2 \cos \beta - \ddot{q}_3 \sin \beta) - m_2 R_2 \ddot{q}_4 \sin \beta_0 + \\
 (K_0 + K_1) q_1 + \sigma_1 K_{B2} (q_1 - e_1) + \sigma_2 K_{B1} (q_1 + e_2) + \\
 + \mu (K_0 + K_1 + \sigma_1 K_{B2} + \sigma_2 K_{B1}) \dot{q}_1 = K_0 \rho (\sin vt + \mu v \cos vt), \\
 m \ddot{q}_2 + m_2 \ddot{q}_1 \cos \beta + K_{3\Gamma} [q_2 + h q_4 + \mu (\dot{q}_2 + h \dot{q}_4)] = 0, \\
 m \ddot{q}_3 + m_2 \ddot{q}_1 \sin \beta + K_3 (q_3 + \mu \dot{q}_3) = 0, \\
 I \ddot{q}_4 - m_2 R_2 \ddot{q}_1 \sin \beta_0 + K_{3\Gamma} h (q_2 + \mu \dot{q}_2) + C (q_4 + \mu \dot{q}_4) = 0.
 \end{cases} \quad (1)$$

Здесь

$$\sigma_1 = \begin{cases} 1, & \text{при } q_1 > -e_1, \\ 0, & \text{при } q_1 \leq -e_1, \end{cases}$$

$$\sigma_2 = \begin{cases} 1, & \text{при } q_1 < -e_2, \\ 0, & \text{при } q_1 \geq -e_2, \end{cases}$$

$$m = m_1 + m_2; \quad C = K_{3\Gamma} \cdot h^2 + K_3 \cdot b_1^2; \quad \beta_0 = \beta_1 - \beta,$$

где I – момент инерции всей системы относительно оси, проходящей через ее центр тяжести в положении статики; ν – частота вынужденных колебаний; μ – коэффициент внутренних сопротивлений.

Рассмотрим режим колебаний, при котором короб и уравнивающая рама перемещаются в противофазе. Предполагая отсутствие в системе внутренних резонансов, решение уравнений (1) в первом приближении отыскиваем в форме:

$$\begin{aligned}
 q_1 &= d + q'_1; \quad q'_1 = a \cdot \sin \psi; \quad \psi = \nu t + \Theta; \\
 q_2 &= \eta_2 \cdot q'_1; \quad q_3 = \eta_3 \cdot q'_1; \quad q_4 = \eta_4 \cdot q'_1.
 \end{aligned}$$

Приближенные значения постоянной d можно получить из условия равенства потенциальной энергии упругих связей между коробом и рамой в крайних положениях, т.е. как наименьший по абсолютному значению корень уравнения

$$\begin{aligned}
 (K_{B1} - K_{B2}) \cdot d^2 + 2[2(K_0 + K_1) \cdot a + K_{B1}(a - e_1) + K_{B2}(a - e_2)]^2 + \\
 + [K_{B1}(a - e_1) - K_{B2}(a - e_2)]^2 = 0,
 \end{aligned}$$

где a – амплитуда колебаний рамы относительно короба.

Динамические зазоры в буферных связях e'_1 и e'_2 задаются соотношениями

$$e'_1 = e_1 - d; \quad e'_2 = e_2 + d.$$

Линеаризованные жесткости буферных связей определяются как:

$$\overline{K}_{B1} = \frac{K_{B1}}{2} \left[1 - \frac{\pi}{2} \left(\arcsin \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_1} \sqrt{1 - \frac{1}{z_1^2}} \right) \right];$$

$$\overline{K}_{B2} = \frac{K_{B2}}{2} \left[1 - \frac{\pi}{2} \left(\arcsin \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_2} \sqrt{1 - \frac{1}{z_2^2}} \right) \right],$$

где

$$z_1 = \frac{a}{e_1}, \quad z_2 = \frac{a}{e_2}.$$

Тогда суммарная жесткость системы (без учета мягких виброизоляторов K_3)

$$K = K_0 + K_1 + \frac{1}{2} \left(\overline{K}_{B1} + \overline{K}_{B2} \right).$$

Из линеаризованной невозмущенной системы без учета сопротивлений, получаемой из (1), имеем уравнение частот собственных колебаний

$$\begin{vmatrix} C - m_2\omega^2 & -m_2\omega^2 \cos \beta & m_2\omega^2 \sin \beta & m_2R_2\omega^2 \sin \beta_0 \\ -m_2\omega^2 \cos \beta & K_{3\Gamma} - m\omega^2 & 0 & K_{3\Gamma} \cdot h \\ m_2\omega^2 \sin \beta & 0 & K_3 - m\omega^2 & 0 \\ m_2R_2\omega^2 \sin \beta_0 & K_{3\Gamma} \cdot h & 0 & C - I\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (2)$$

и коэффициенты форм колебаний:

$$\begin{cases} \eta_4 = \frac{m_2R_2\omega^2 \sin \beta_0 (K_{3\Gamma} - m\omega^2) + K_{3\Gamma}h \cdot m_2\omega^2 \cos \beta}{(C - I\omega^2)(K_{3\Gamma} - m\omega^2) - (K_{3\Gamma} \cdot h)^2}; \\ \eta_3 = \frac{m_2\omega^2 \sin \beta}{K_{3\Gamma} - m\omega^2}; \quad \eta_2 = \frac{m_2\omega^2 \cos \beta - K_{3\Gamma} \cdot h \cdot \eta_4}{K_{3\Gamma} - m\omega^2}. \end{cases}$$

Запишем уравнение (2) в развернутом виде

$$A_0\omega^8 + A_2\omega^6 + A_4\omega^4 + A_6\omega^2 + A_8 = 0, \quad (3)$$

где

$$A_0 = IB_0 - m^2m_2R_2 \sin \beta_0;$$

$$A_2 = -(CB_0 + IB_2) + mm_2^2 \left[(K_3 + K_{3\Gamma})(R_2 \sin \beta_0)^2 + 2K_{3\Gamma}R_2h \cos \beta \sin \beta_0 \right];$$

$$A_4 = (CB_2 + IB_4) - K_3K_{3\Gamma}m_2^2 \left[(R_2 \sin \beta_0)^2 + 2R_2h \cos \beta \sin \beta_0 \right] -$$

$$\begin{aligned}
& -m_2(K_{3\Gamma}h)^2(m - m_2 \sin^2 \beta); \\
A_6 &= -(CB_4 + IB_6) + (K_{3\Gamma}h)^2(Km + K_3m_2); \\
A_8 &= CB_6 - KK_3(K_{3\Gamma}h)^2; \\
B_0 &= m \cdot m_1 \cdot m_2; \\
B_2 &= m[Km + m_2(K_3 + K_{3\Gamma})] - m_2^2(K_3 \cos^2 \beta + K_{3\Gamma} \sin^2 \beta); \\
B_4 &= Km(K_3 + K_{3\Gamma}) + m_2K_3K_{3\Gamma}; \\
B_6 &= KK_3K_{3\Gamma}.
\end{aligned}$$

Интересующий нас режим одночастотных колебаний отвечает большему корню уравнения (3).

В общем случае при $\beta_1 \neq \beta_2$, $h \neq 0$ для одночастотного режима колебаний в первом приближении имеем уравнение

$$M \ddot{q}'_1 + \mu K \dot{q}'_1 + Kq' = K_0 \rho (\sin vt + \mu v \cos vt),$$

в котором

$$\begin{cases}
M = m(\eta_2^2 + \eta_3^2) + I\eta_4^2 + m_2(1 + 2\eta_2 \cos \beta - 2\eta_3 \sin \beta - 2R_2\eta_4 \sin \beta_0), \\
K = K_0 + K_1 + \overline{K_{B1}} + \overline{K_{B2}} + K_{3\Gamma}\eta_2^2 + K_3\eta_3^2 + C\eta_4^2 + 2\eta_2\eta_4 h K_{3\Gamma},
\end{cases}$$

где M – приведенная масса системы; K – приведенная жесткость системы.

Для построения амплитудно-частотной кривой имеем уравнение

$$(\omega^2 - v^2)^2 + (2v\delta)^2 = \frac{K_0\rho}{aM},$$

где $\omega^2 = \frac{K}{M}$; δ – декремент затухания, $\delta = \frac{\mu\omega^2}{2}$.

Зная рабочую точку заданной амплитуды колебаний короба на амплитудно-частотных характеристиках (АЧХ), вынужденную частоту и коэффициенты форм колебаний, можно определять амплитуды вертикальных, горизонтальных и поворотных колебаний короба в середине и на краях, а также углы наклона траекторий движения к горизонту. Таким образом, амплитуды вертикальных и горизонтальных колебаний короба в точке O соответственно равны

$$a_{1B} = a\eta_2; \quad a_{1\Gamma} = a\eta_3.$$

Суммарная амплитуда колебаний

$$a_1 = \sqrt{a_{1B}^2 + a_{1\Gamma}^2}.$$

Угол поворотных колебаний в рад $\gamma = a\eta_4$.

Дополнительные вертикальные амплитуды на краях короба в точках B и B_1 , появляющиеся в результате поворотных колебаний

$$a_{1D} = \gamma b_1; \quad a_{1C} = -\gamma b_2.$$

Суммарные амплитуды колебаний короба в точках A и B

$$a_{1A} = \sqrt{a_{1\Gamma}^2 + (a_{1B} + a_{1D})^2};$$

$$a_B = \sqrt{a_{1\Gamma}^2 + (a_{1B} + a_{1C})^2}.$$

Углы наклона траекторий движения короба в точках A и B к горизонту

$$\operatorname{tg} \beta_A = \frac{a_{1B} + a_{1D}}{a_{1\Gamma}};$$

$$\operatorname{tg} \beta_B = \frac{a_{1B} - a_{1C}}{a_{1\Gamma}}.$$

Результаты расчета. В качестве исходных приняты следующие данные:

$m_1 = 5900 \text{ кг}$; $m_2 = 3700 \text{ кг}$; $K_0 = 2000 \text{ Н/мм}$; $K_1 = 500 \text{ Н/мм}$; $K_{B1} = 32000 \text{ Н/мм}$; $K_{B2} = 16000 \text{ Н/мм}$; $K_3 = 2500 \text{ Н/мм}$; $K_{3\Gamma} = 400 \text{ Н/мм}$; $\rho = 24 \text{ мм}$; $e_1 = 2 \text{ мм}$; $e_2 = 23 \text{ мм}$; $b_1 = b_2 = 2100 \text{ мм}$; $\beta = 35^\circ$; $\beta_1 = 35^\circ; 43^\circ; 70^\circ$; $R_2 = 977; 821; 595 \text{ мм}$.

Результаты определения амплитуд колебаний короба в зависимости от угла β_1 представлены в табл. 1.

Таблица 1 – Зависимость амплитуды колебаний короба от угла β_1

$\nu, 1/c$	$\beta, \text{град}$	$\beta_1, \text{град}$	$\gamma, \text{рад}$	$a_{1D}, \text{мм}$	$a_{1C}, \text{мм}$
64	35	35	0	8,0	8,0
		43	$2 \cdot 10^{-4}$	8,3	7,7
		70	$6 \cdot 10^{-4}$	9,1	7,2

Анализ результатов показывает, что при значительных отклонениях угла β_1 от угла бросания β увеличивается разность амплитуд колебаний короба на его краях.

Вывод. Полученные выражения позволяют определять амплитуды колебаний короба по его длине в зависимости от расположения центра тяжести грохота, линии возбуждающей силы и технологической нагрузки.

На основе анализа результатов можно корректировать чертежи, выводя центр тяжести системы на линию генерирования колебаний.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Логвиненко Е. А.** Исследование и создание вибрационных машин строительного типа / Е. А. Логвиненко // Вибрация в технике и технологиях. – 2003. – №1, (27). – С. 15–19.
2. **Пресняков В. К.** Колебания резонансных грохотов с резино-пневматическими упругими связями / В. К. Пресняков, З. Е. Филер // Разработка месторождений полезных ископаемых. – К., 1966. – Вып. 6. – С. 60–68.

3. **Гусев Б. В.** Ударно-вибрационная технология уплотнения бетонных смесей / Б. В. Гусев, Б. И. Крюков, Е. А. Логвиненко [и др.]. – М. : Стройиздат, 1982. – 152 с.
4. **Крюков Б. И.** Динамика резонансных виброташин с нелинейными основными и приводными упругими связями / Б. И. Крюков, Л. М. Литвин // Вибротехника. – 1973. – № 3. – С. 10–16.
5. **Пресняков В. К.** Новые грохоты резонансного типа, их конструкция, расчет и результаты промышленных испытаний / В. К. Пресняков, М. Я. Берлин // Углеобогатительное оборудование. – М. : Недра, 1965. – Т. 1.

Є. О. Логвіненко, канд. техн. наук, В. Б. Сіліч-Балгабаєва, канд. техн. наук
**ДОСЛІДЖЕННЯ ҐАЛОПУВАННЯ РЕЗОНАНСНОГО ГРОХОТА
 З АСИМЕТРИЧНИМИ КОЛИВАННЯМИ**

Досліджується нелінійна асиметрична система, центр тяжіння якої не співпадає з лінією генерування коливань. Отримані залежності для визначення величини амплітуди поворотних коливань короба по його довжині.

Ключові слова: вібростема, асиметричний цикл коливань, диференціальні рівняння, амплітуда, прискорення.

E. A. Logvinenko, Associate Professor, V. B. Silich-Balgabaeva, Associate Professor

**RESEARCH OF GALLOPING RESONANT SCREEN
 EMITTING ASYMMETRICAL VIBRATIONS**

We study a nonlinear asymmetric system, which center of gravity does not coincide with the line of oscillations generating. Dependences for determining the amplitude of the rotary oscillation box along its length are obtained.

Keywords: vibratory, asymmetric vibration cycle, differential equations, amplitude, acceleration.

Introduction. The main drawback of existing asymmetrical type vibrators are often associated with galloping unevenness of vibration amplitudes along the length of vibratory machine working bodies, conveyors, screens and boxes due to lack of coincidence of center-of-gravity to the direction of excitation forces, which leads to efficiency decrease of production processes. That is why it is very important the study of dynamics of asymmetric vibrators with a center-of-gravity deviation from the direction of generating oscillations and receipt mathematical relations that allow the calculation and estimation of amplitudes and accelerations along the length of the working bodies. This article presents the results of these studies on the example of dynamic design scheme with two massed screen with asymmetric characteristic of nonlinear elastic ties.

Design scheme. Fig. 1 presents a scheme of resonant dynamic screen which consists of a box (its mass is m_1 , taking into account the average technological load) and the counterbalancing chassis (m_2), connected by linear elastic support brace (K_1 denotes stiffness) and through static clearances (e_1 and e_2) by buffer elastic constraints of considerable stiffness (stiffness denotes K_{B1} and K_{B2} , where $K_{B1} > K_{B2}$). Eccentric-and-rod drive (ρ denotes eccentricity radius) is set up on the equilibrant chassis and binding through the driven elastic linkages (stiffness K_0) with the box. The box rests on the basement through vibration isolators (total stiffness K_3 in vertical direction and K_{3r} in horizontal direction).

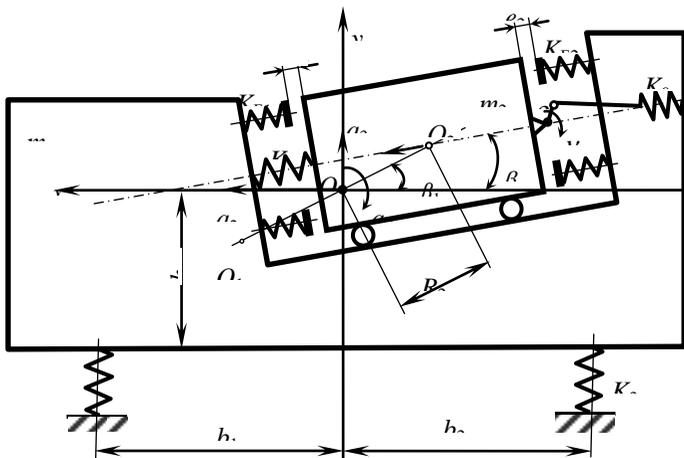


Fig. 1 - A dynamic scheme of the resonating separator-conveyor SCRA

On the scheme centers-of-gravity O , O_1 and O_2 also are designated (O is center-of-gravity of the system, O_1 is center-of-gravity of the box, O_2 is center -of-gravity of the equilibrant chassis). Generating of vibrations from the drive is at an angle β to the horizontal. Also the following designations are accepted:

β_1 is the angle of inclination of the straight line connecting centers-of-gravity O_1 and O_2 to axis x ;

R_2 is distance from the center-of-gravity of system O to the center-of-gravity of equilibrant chassis O_2 ;

h is distance from the vibration isolators to axis x

b_1 and b_2 are distances from the axis of vibration absorbers to axis y . In this case $b_1 = b_2$.

Plane motion of the box is defined by three coordinates q_2 , q_3 and q_4 . The equilibrant chassis motion with respect to the box is defined by coordinate q_1 .

The motion equations and their solutions. Small oscillations of the system near stable equilibrium position are described by following differential equations:

$$\begin{cases}
 m_2 \ddot{q}_1 + m_2 (\ddot{q}_2 \cos \beta - \ddot{q}_3 \sin \beta) - m_2 R_2 \ddot{q}_4 \sin \beta_0 + \\
 (K_0 + K_1) q_1 + \sigma_1 K_{B2} (q_1 - e_1) + \sigma_2 K_{B1} (q_1 + e_2) + \\
 + \mu (K_0 + K_1 + \sigma_1 K_{B2} + \sigma_2 K_{B1}) \dot{q}_1 = K_0 \rho (\sin vt + \mu v \cos vt), \\
 m \ddot{q}_2 + m_2 \ddot{q}_1 \cos \beta + K_{3\Gamma} [q_2 + h q_4 + \mu (\ddot{q}_2 + h \dot{q}_4)] = 0, \\
 m \ddot{q}_3 + m_2 \ddot{q}_1 \sin \beta + K_3 (q_3 + \mu \dot{q}_3) = 0, \\
 I \ddot{q}_4 - m_2 R_2 \ddot{q}_1 \sin \beta_0 + K_{3\Gamma} h (q_2 + \mu \dot{q}_2) + C (q_4 + \mu \dot{q}_4) = 0,
 \end{cases} \quad (1)$$

where:

$$\sigma_1 = \begin{cases} 1, & \text{given } q_1 > e_1, \\ 0, & \text{given } q_1 \leq e_1, \end{cases}$$

$$\sigma_2 = \begin{cases} 1, & \text{given } q_1 < -e_2, \\ 0, & \text{given } q_1 \geq -e_2, \end{cases}$$

$$m = m_1 + m_2; C = K_{3I} \cdot h^2 + K_3 \cdot b_1^2; \beta_0 = \beta_1 - \beta,$$

where I is the moment of inertia of all system with respect to an axis, which is passing through its center-of-gravity in static position; ν is frequency of forced oscillations; μ is factor of internal resistance.

Knowing a working point of given amplitude of vibrations of the box on amplitude-frequency characteristic, the forced frequency and factors of vibration forms, we can rate the amplitudes of vertical, horizontal and rotary vibrations of the box in the middle and at edges and angles of slope of mechanical trajectories to the horizontal.

The analysis of results shows that at considerable deviations of angle β_1 from angle of throwing β the difference of amplitudes of the box vibrations at its edges increases.

Conclusions. The obtained expressions allow (depending on the location of the center-of-gravity of the screen, the line of the excitation force and process load) to determine the amplitude of oscillations along the length of the box.

Based on the analysis results it is possible to correct drawings, bringing the center-of-gravity of the system to line of generating oscillations.

REFERENCES

1. **Logvinenko E. A.** Research and creation of vibrating machines construction type / E. A. Logvinenko // *Vibration in Engineering and Technologies*. – 2003. – № 1, (27). – P. 15–19 (in Russian).
2. **Presnyakov V. K.** Galloping resonant screen with rubber-pneumatic elastic force / V. K. Presnyakov, Z. E. Filer // *Development of the location of mineral resources*. – Kiev, 1966. – Vol. 6. – P. 60–68 (in Russian).
3. **Goosev B. V.** Shock-and-vibration technology of consolidation of concrete mix / B. V. Goosev, B. I. Krukov, E. A. Logvinenko [and others]. – M.: Stroyizdat, 1982. – 152 p. (in Russian).
4. **Krukov B. I.** Dynamic of the resonant vibratory machines with **nonlinear** base and homing elastic force / B. I. Krukov, L. M. Litvin // *Vibrotehnika*. – 1973. – № 3. – P. 10–16 (in Russian).
5. **Presnyakov V. K.** The new galloping resonant screen, its construction, valuating and results of commercial test// V. K. Presnyakov, M. Ya. Berlin // *Coal-washing equipment*. – M.: Nedra, 1965. – Vol. 1 (in Russian).

*Днепропетровский национальный университет
им. Олеся Гончара,
Днепропетровск, Украина*

Поступила в редколлегию 20.01.2013