

УДК 539.3

*О. В. Белова, Е. Ф. Прокопало, канд. техн. наук*

## **УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С КРУГОВЫМИ ВЫРЕЗАМИ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ**

Обсуждаются результаты экспериментального исследования докритического поведения, закритических форм равновесия и критических нагрузок цилиндрической оболочки, нагруженной поперечной силой и ослабленной круговыми отверстиями, регулярно расположенными в одном поясе симметрично относительно среднего поперечного сечения. Количество отверстий и их размеры изменялись в широких пределах.

*Ключевые слова:* оболочка, круговое отверстие, устойчивость, поперечный изгиб.

**Введение.** Тонкостенные цилиндрические оболочки находят достаточно широкое применение в ракетной, авиационной, судостроительной и других отраслях современной техники. Это обстоятельство обуславливает актуальность изучения поведения тонкостенных оболочек при действии на них различных внешних нагрузок, поскольку важнейшей инженерной задачей является обеспечение устойчивости и несущей способности тонкостенных деформируемых систем.

Известен целый ряд работ, посвященных исследованию устойчивости сплошных тонкостенных оболочек при действии осевой сжимающей силы, внешнего давления, кручения, чистого и поперечного изгиба и других видов нагружения. Здесь следует отметить работы С. П. Тимошенко [19], В. В. Болотина [2], В. Койтера [8], А. С. Вольмира [3], Э. И. Григолюка, В. В. Кабанова [5], В. М. Даревского [7] и др. В указанных теоретических и экспериментальных работах получены результаты, вполне приемлемые для использования в практических расчетах.

Большинство оболочек, применяемых в качестве несущих элементов конструкций, имеют одно или несколько отверстий, что обусловлено эксплуатационными или конструктивными требованиями. Наличие отверстий в гладкой цилиндрической оболочке приводит к существенному изменению напряженно-деформированного состояния. Наряду с основным напряженным состоянием, которое распространяется по всей поверхности оболочки, вокруг отверстий возникают области концентрации напряжений локального характера. Первой работой в этом направлении была статья А. И. Лурье [11], в которой представлено исследование напряженного состояния в окрестности малого кругового отверстия на поверхности цилиндрической оболочки. Эта проблема рассматривалась в монографиях Г. Н. Савина [15],

Э. И. Григолюка и А. А. Фильштинского [4]. Обзор работ, представленный в статье А. Н. Гузя [6], свидетельствует о достаточно большом количестве публикаций, благодаря которым получены достаточно хорошие решения задач по определению напряженно-деформированного состояния оболочек с отверстиями. Между тем многие практически важные задачи устойчивости оболочек с вырезами до настоящего времени остаются всё ещё малоизученными, что обусловлено их особой сложностью. Как отмечают Ю. А. Ашмарин и А. Н. Гузь [1], при решении проблемы устойчивости тонкостенных упругих оболочек, ослабленных отверстиями, помимо обычных трудностей, типичных для оболочек вообще, необходимо преодолеть и специфические, вызванные только наличием отверстия. Сложность решения проблем устойчивости оболочек с отверстиями заключается в том, что уже с самого начала нагружения возникают как основное напряженное состояние, распространяющееся по всей поверхности оболочки, так и зона концентрации напряжений вокруг отверстия. Трудность решения усугубляется тем, что разделение напряженного состояния на сумму двух – основного и дополнительного, вызванного наличием отверстия, как это принято при исследовании концентрации напряжений, в данном случае невозможно. Дополнительным фактором, существенно осложняющим анализ поведения оболочек с отверстиями, является происходящая в большинстве случаев локальная потеря устойчивости в районе отверстий, которая сопровождается образованием больших деформаций и существенным изменением поля напряжений. Как правило, после локальной потери устойчивости оболочка может воспринимать возрастающую нагрузку вплоть до общей потери устойчивости, которая сопровождается исчерпанием несущей способности. Изменение геометрии и напряженно-деформированного состояния в момент локальной потери устойчивости таково, что теоретически определить величину критической нагрузки, соответствующей общей потере устойчивости оболочки, не представляется возможным. В этих условиях чрезвычайно важными являются экспериментальные методы исследования, которые, однако, не получили в этой области широкого распространения, поскольку их проведение связано со значительными трудностями технического характера.

Рассмотрим некоторые, наиболее известные к настоящему времени работы, в которых представлены результаты экспериментальных исследований устойчивости цилиндрических оболочек с отверстиями. Одной из первых статей, посвященных экспериментальным исследованиям влияния отверстий на устойчивость оболочек при осевом сжатии, была работа Р. Теннисона [20], который проводил исследование оболочек, ослабленных в средней части цилиндрической поверхности одним круговым отверстием различного диаметра. Оболочки изготавливались методом центробежного литья из эпоксидного материала. А. В. Саченков [16] предлагает простую формулу для определения осевых критических нагрузок цилиндрической оболочки, ослабленной одним круговым отверстием, в которой характерная функция подлежит экспериментальному определению. В работах

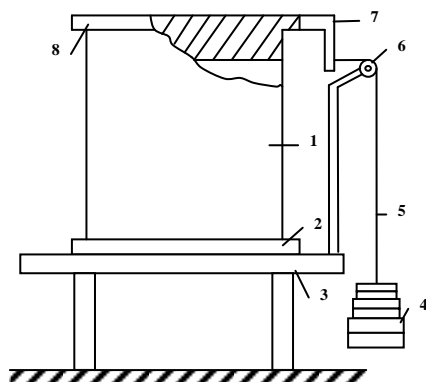
Ю. Г. Коноплёва, А. Л. Тильша [9, 10] представлены результаты экспериментального исследования устойчивости оболочек с одним круговым вырезом при действии осевого сжатия, кручения, внешнего давления и комбинации этих нагрузок. Эксперименты проводились на оболочках, изготовленных из триацетатной плёнки. Проведен анализ зависимости докритического поведения, критических нагрузок и закритического волнообразования от размеров отверстия. Результаты экспериментального исследования устойчивости при поперечном изгибе цилиндрических оболочек, изготовленных из алюминиевой ленты и ослабленных одним или двумя вырезами круговой, квадратной или треугольной формы, обсуждаются в статье А. Л. Тильша [18]. В монографии И. Н. Преображенского [13] представлены результаты экспериментального исследования устойчивости 34-х цилиндрических оболочек, ослабленных одним или двумя отверстиями круговой либо квадратной формы при осесимметричном сжатии. Построены зависимости критической силы от площади отверстий. В работе Д. Г. Старнса [17] обсуждаются результаты экспериментального исследования влияния круговых и прямоугольных вырезов на устойчивость тонких цилиндрических оболочек, изготовленных из майларовой полистероидной плёнки при действии осевой сжимающей силы, изгиба и кручения. Автор подчёркивает, в частности, что при нагружении крутящим моментом критическая нагрузка уменьшается с увеличением диаметра отверстия, но в меньшей степени, чем при осевой сжимающей силе.

Из приведенного краткого обзора следует, что опубликованные к настоящему времени данные по устойчивости цилиндрических оболочек с вырезами, во-первых, представляют результаты сравнительно незначительного количества испытанных оболочек и, в связи с этим, охватывают лишь небольшой диапазон изменения размеров и количества отверстий, и, во-вторых, в большинстве случаев изучается влияние отверстий на устойчивость цилиндрической оболочки при осевом сжатии. Поэтому, на наш взгляд, значительный интерес представляет проведение широкомасштабного эксперимента, направленного на исследование влияния размеров и количества отверстий на докритическое поведение и величину критических нагрузок цилиндрических оболочек при их нагружении поперечным изгибом.

**Механические характеристики, технология изготовления и геометрия моделей. Методика проведения испытаний.** В качестве материала для изготовления оболочек использовалась чертёжная бумага марки «В» ГОСТ 597-73. Этот материал, по мнению авторов, наилучшим образом отвечал целям и задачам эксперимента. Об эффективности его использования при экспериментальном исследовании устойчивости оболочек свидетельствуют работы [12, 14]. При ярко выраженной ортотропии механических свойств указанная чертёжная бумага отличается весьма высокой стабильностью и однородностью показателей упругости и прочности. Её относительные упругие характеристики (отношение предела текучести

к модулю упругости) оказывается даже выше, чем у высококачественных стале-лей, что расширяет возможности проведения эксперимента в упругой стадии деформирования. В результате экспериментальных исследований, выполненных как на плоских образцах, так и на оболочках, были определены основные механические характеристики материала: модули упругости  $E_x = 6,9 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ,  $E_y = 3,45 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ; коэффициенты Пуассона  $\mu_x = 0,3$ ,  $\mu_y = 0,15$  и пределы прочности  $\sigma_{x,\varepsilon} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ;  $\sigma_{y,\varepsilon} = 3 \cdot 10^9 \text{ Па}$ . Здесь индексы  $x$  и  $y$  соответствуют главным направлениям ортотропии бумаги. Толщина листа составляла  $h = 0,23 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . Эта величина практически постоянна для одной партии бумаги. Измерение толщины проводилось с использованием индикатора часового типа с ценой деления шкалы  $0,1 \cdot 10^{-5} \text{ м}$ . Для изготовления оболочек из стандартного листа бумаги вырезались прямоугольные заготовки таким образом, чтобы их стороны были параллельны главным направлениям ортотропии. Направление  $E_x$  всегда совпадало с направлением образующей оболочки, а  $E_y$  – с её направляющей. На заготовках при помощи высечек пробивались круговые отверстия, регулярно расположенные вдоль направляющей симметрично относительно среднего поперечного сечения. Такая технология обеспечивала в районе отверстий отсутствие визуально заметных остаточных деформаций. Диаметр отверстий изменялся в широком диапазоне от  $d = 4 \text{ мм}$  до  $d = 70 \text{ мм}$ , а их количество изменялось от  $n = 0 \text{ шт}$  до  $n = 10 \text{ шт}$ . Затем заготовка склеивалась на металлическом цилиндре клеем БФ-2. Ширина клеевого шва составляла  $5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . Внутренний радиус всех моделей был равен  $R = 37,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ , рабочая длина  $L = 75 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . Полная длина оболочки была принята равной  $L_n = 115 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . Для обеспечения возможности передачи на оболочку поперечных усилий к её криволинейным кромкам приклеивались металлические торцевые приспособления, имеющие круговое поперечное сечение диаметром  $d = 75 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . Ширина приклея составляла  $2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . Такое закрепление краёв обеспечивало граничные условия, близкие к жёсткому защемлению.

Всего было испытано 86 оболочек, из них четыре оболочки были сплошными, т.е. без отверстий. Каждая модель с отверстиями, номинально одинаковая геометрически, изготавливалась и испытывалась в двух экземплярах. Испытания оболочек на действие поперечной силы проводились на установке, схема которой приведена на рис. 1.



1 – модель, 2 – нижний торец, 3 – основание, 4 – гири, 5 – тросик, 6 – блочёк, 7 – скоба, 8 – верхний торец

Рис. 1 – Установка для испытаний цилиндрических оболочек на поперечный изгиб

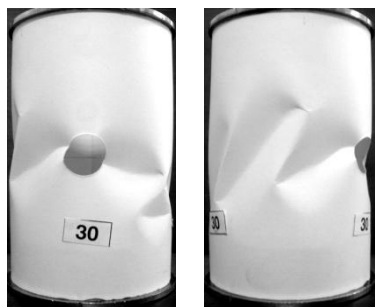
Испытуемая модель (1) неподвижно крепилась нижним торцом (2) к массивному основанию (3). Усилия на оболочку передавались от стандартных гирь второго класса точности (4) через гибкий тросик (5), блочёк (6) и скобу (7), которая крепилась к верхнему торцу (8). Если количество отверстий на оболочке было нечётным, то они регулярно располагались симметрично относительно среднего поперечного сечения таким образом, чтобы центр одного из них проходил через плоскость действия поперечной силы, находясь в сжатой зоне. При чётном количестве отверстий они располагались симметрично относительно плоскости зоны действия поперечной силы таким образом, чтобы эта плоскость не пересекала ни одно из отверстий.

**Анализ полученных результатов.** При действии поперечной силы на защемлённую тонкостенную цилиндрическую оболочку в ней возникают как касательные, так и нормальные напряжения. Соотношение между максимальными значениями указанных напряжений зависит от геометрии оболочки и определяет форму потери устойчивости. Значения нормального и касательного напряжений, которые приводят к потере устойчивости оболочки при поперечном изгибе, определяются значениями критических напряжений при осевом сжатии и при кручении соответственно. Если в оболочке преобладают нормальные напряжения, то форма потери устойчивости будет такой, как и при сжатии, а в случае, когда определяющую роль играют касательные напряжения, форма потери устойчивости будет подобной форме потери устойчивости при кручении. Качественная картина потери устойчивости оболочки при поперечном изгибе изменяется в зависимости от её относительной длины  $\bar{L} = L/R$ . Длинные оболочки теряют устойчивость аналогично случаю чистого изгиба. Главная роль при этом принадлежит нормальным напряжениям и вмятины сосредотачиваются в сжатой зоне корневого сечения. Для коротких оболочек определяющими являются касательные напряжения. Потеря устойчивости сопровождается появлением наклонных вмятин, которые напоминают

картину волнообразования при кручении и расположены в зоне максимальных касательных напряжений. Оболочки, исследуемые в эксперименте ( $\bar{L} = 2$ ), результаты которого обсуждаются в данной работе, и как следует из монографии [3], по приведенной классификации являются короткими оболочками.

Рассмотрим докритическое поведение и закритические формы потери устойчивости. При нагружении оболочек с отверстиями диаметром  $d = 4 \div 25 \text{ мм}$ , как правило, наблюдалась локальная потеря устойчивости, которая проявлялась в появлении неглубоких вмятин в области вокруг отверстия, расположенного в сжатой зоне. С увеличением диаметра отверстий их количество, при котором наблюдалась локальная потеря устойчивости, уменьшалось от  $n = 1 \div 6 \text{ шт.}$  для оболочек с отверстиями  $d = 4 \text{ мм}$ , до  $n = 1 \text{ шт.}$  – для  $d = 25 \text{ мм}$ . На оболочках с малыми отверстиями ( $d = 4 \div 10 \text{ мм}$ ) после появления локальных вмятин при неизменной нагрузке во временном интервале  $10 \div 60 \text{ секунд}$  наблюдался их рост, который заканчивался общей потерей устойчивости. Несущая способность оболочек с отверстиями  $d = 10 \div 25 \text{ мм}$  после локальной потери устойчивости не наблюдалась. Общая потеря устойчивости происходила только после некоторого увеличения (на  $5 \div 10\%$ ) нагрузки.

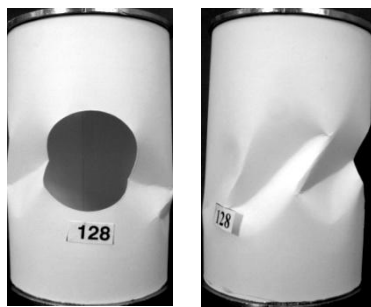
Рассмотрим, как изменялось при общей потере устойчивости волнообразование оболочек в зависимости от размера и количества отверстий (рис. 2–5). На всех рисунках представлено по две фотографии одной оболочки (рис. а, рис. б). На каждой первой фотографии (рис. а) оболочка расположена симметрично относительно площади действия поперечной силы. На каждой второй фотографии (рис. б) оболочка повернута на угол  $\beta = 90^\circ$  относительно положения оболочки на первой фотографии. На всех оболочках с одним отверстием, независимо от его диаметра, формы потери устойчивости были похожи между собой (рис. 2, рис. 3).



а)

б)

Рис. 2 – Оболочка с одним отверстием,  
 $d = 15,8 \text{ мм}$



а)

б)

Рис. 3 – Оболочка с одним отверстием,  
 $d = 40 \text{ мм}$

По бокам от отверстий образовывались вмятины, характерные для осевого сжатия (рис. 2, а, рис. 3, а). Они начинались вблизи среднего поперечного сечения и были слегка наклонены в направлении нижнего торца, где для сплошной оболочки возникают наибольшие нормальные

напряжения. На поверхности оболочки, где действуют преимущественно касательные напряжения (рис. 2, б, рис. 3, б) образовывались волнообразные вмятины, схожие с теми, что имеют место при кручении.

При количестве отверстий  $n = 2$  шт. они располагались симметрично относительно площади действия поперечной силы и были удалены от наиболее сжатой образующей на угол  $\beta = 90^\circ$ , то есть находились в зоне, где действовали преимущественно касательные напряжения. Фотографии оболочек с двумя отверстиями приведены на рис. 4 и рис. 5. Формы волнообразования для оболочек с отверстиями разных диаметров практически не отличались друг от друга. В зоне действия наибольших нормальных напряжений (рис. 4,а, рис. 5,а) возникали ромбовидные вмятины, смещённые от среднего поперечного сечения к нижнему торцу, где действуют максимальные нормальные напряжения, а в районе отверстий волнообразование было подобно волнообразованию при кручении (рис. 4,б, рис. 5,б).

Оболочки с тремя отверстиями теряли устойчивость подобно оболочкам с одним отверстием. В окрестности отверстия, подвергающегося действию максимального изгибающего момента, образовывались вмятины, подобные тем, что возникают под действием осевого сжатия. На боковых отверстиях после потери устойчивости всегда располагались гребни наклонённых к оси оболочки волнообразных вмятин, характерных для действия касательных напряжений.

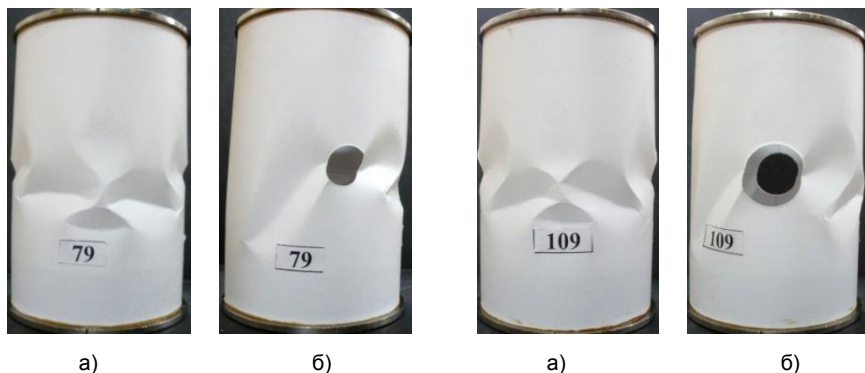


Рис. 4 – Оболочка с двумя отверстиями,  
 $d=15,5$  мм

Рис. 5 – Оболочка с двумя отверстиями,  
 $d = 30$  мм

На фронтальной части оболочек с четырьмя отверстиями образовывались вмятины, характерные для осевого сжатия, а на её боковой поверхности – короткие волнообразные вмятины.

При дальнейшем увеличении количества отверстий закритическая картина волнообразования продолжает определяться действием нормальных и касательных напряжений. Вмятины при этом располагаются в поясе, который совпадает с поясом отверстий (одна вмятина между двумя отверстиями), а их размер, как в продольном, так и в поперечном направлениях, уменьшается.

Проанализируем приведенные на рис. 6 зависимости критической поперечной силы  $\bar{Q} = Q/Q_0$  (где  $Q$  – критическая поперечная сила для оболочек с отверстиями;  $Q_0$  – критическая сила для сплошной оболочки) от относительной суммарной площади отверстий на каждой оболочке  $\bar{F} = F/F_0$  (где  $F$  – суммарная площадь отверстий на каждой оболочке;  $F_0$  – площадь боковой поверхности оболочки).

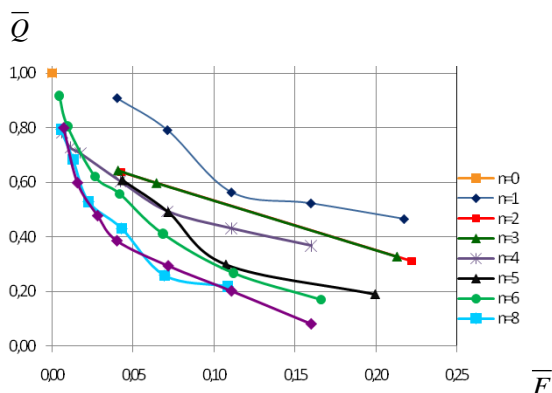


Рис. 6 – Зависимость критической силы от суммарной площади отверстий на оболочке

Первое, на что стоит обратить внимание – это существенное снижение критической нагрузки, около 18%, по сравнению со сплошной оболочкой для моделей с несколькими малыми отверстиями, суммарная площадь которых равняется всего 0,6% от общей боковой поверхности оболочки.

На первом участке полученной экспериментальной зависимости  $0 \leq \bar{F} \leq 0,07$  для оболочек с разным количеством отверстий, за исключением  $n=1$  шт., относительная критическая нагрузка уменьшается в среднем на 50%. При дальнейшем увеличении параметра  $\bar{F}$  интенсивность спада параметра  $\bar{Q}$  уменьшается.

**Выводы.** Для оболочек с отверстиями одинаковой суммарной площади практически во всех случаях увеличение количества отверстий приводит к существенному уменьшению критической поперечной силы. Таким образом, следует вывод о том, что при одинаковой суммарной площади отверстий, с точки зрения несущей способности, более выгодной является оболочка с малым количеством отверстий большого диаметра.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Ашмарин Ю. А.** Устойчивость оболочек, ослабленных отверстиями (обзор) / Ю. А. Ашмарин, А. Н. Гузь // Прикладная механика. – 1973. – Т. IX, вып. 4. – С. 3–15.
2. **Болотин В. В.** Динамическая устойчивость упругих систем / В. В. Болотин. – М.: Гостехтеориздат, 1956. – 600 с.



3. **Вольмир А. С.** Устойчивость деформируемых систем / А. С. Вольмир. – М. : Наука, 1967. – 984 с.
4. **Григолюк Э. И.** Перфорированные пластинки и облочки / Э. И. Григолюк, А. А. Фильштинский. – М. : Наука, 1970. – 556 с.
5. **Григолюк Э. И.** Устойчивость оболочек / Э. И. Григолюк, В. В. Кабанов. – М. : Наука, 1987. – 360 с.
6. **Гузь А. Н.** Концентрация напряжений около отверстий в тонких оболочках / А. Н. Гузь // Прикладная механика. – 1969. – Т. V, вып. 3. – С. 3–17.
7. **Даревский В. М.** Устойчивость консольной цилиндрической оболочки при изгибе поперечной силой с кручением и внутренним давлением / В. М. Даревский // Прочность цилиндрических оболочек. – М. : Оборонгиз, 1959. – С. 72–94.
8. **Койтер В.** Устойчивость и закритическое поведение упругих систем / В. Койтер // Механика, ИЛ. – 1960. – № 5. – С. 99–110.
9. **Коноплёв Ю. Г.** Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрической оболочки, ослабленной круговым отверстием / Ю. Г. Коноплёв // Исследования по теории пластин и оболочек: сб. научн. тр. Казанского ун-та. – Казань : Изд-во КГУ, 1970. – Вып. VI–VII. – С. 50–503.
10. **Коноплёв Ю. Г.** Устойчивость цилиндрических оболочек с вырезами при осевом сжатии, кручении и внешнем давлении / Ю. Г. Коноплёв, А. Л. Тильш // Теория пластин и оболочек: сб. научн. тр. Казанского ун-та. – Казань : Изд-во КГУ, 1973. – Вып. 3. – С. 3–13.
11. **Лурье А. И.** Концентрация напряжений в области отверстия на поверхности кругового цилиндра / А. И. Лурье // Прикл. матем. и мех. – 1946. – Т. X, Вып. 3. – С. 397–406.
12. **Моссаковский В. И.** Влияние геометрической нелинейности на разрушение тонкостенных конструкций с трещинами / В. И. Моссаковский, Н. И. Ободан, Е. Ф. Прокопало // ДАН СССР. – 1989. – Т. 308, № 5. – С. 1079–1081.
13. **Преображенский И. Н.** Устойчивость и колебания пластин и оболочек с отверстиями / И. Н. Преображенский. – М. : Машиностроение, 1981. – 191 с.
14. **Прокопало Е. Ф.** Экспериментальное исследование устойчивости цилиндрических оболочек при внешнем давлении, линейно изменяющемся вдоль образующей / Е. Ф. Прокопало // Строительная механика и расчёт сооружений. – 1988. – № 6. – С. 61–64.
15. **Савин Г. Н.** Распределение напряжений около отверстий в пластинах и оболочках / Г. Н. Савин. – К. : Наук. думка, 1968. – 328 с.
16. **Саченков А. В.** Теоретико-экспериментальный метод исследования устойчивости пластин и оболочек / А. В. Саченков // Исследования по теории пластин и оболочек: сб. научн. тр. Казанского ун-та. – Казань : Изд-во КГУ, 1968. – №6–7. – С. 39–433.
17. **Старнс Д. Г.** Влияние вырезов на устойчивость тонких оболочек / Д. Г. Старнс // Тонкостенные оболочечные конструкции. – М. : Машиностроение, 1980. – С. 308–319.
18. **Тильш А. Л.** Устойчивость консольных цилиндрических оболочек, ослабленных вырезами, при изгибе поперечной силой / А. Л. Тильш // Теория пластин и оболочек. – Казань : Изд-во КГУ, 1973. – Вып. 3. – С. 13–18.
19. **Тимошенко С. П.** Устойчивость упругих систем / С. П. Тимошенко. – М. : ГИТТЛ, 1955. – 567 с.
20. **Tennyson R. C.** The effects of unreinforced circular cutouts on the buckling of circular shells under axial compression / R. C. Tennyson // Trans. ASME. – 1968. – Vol. 90, № 4. – P. 16–19.

*О. В. Белова, Е. Ф. Прокопало, канд. техн. наук*

## СТІЙКІСТЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК З КРУГОВИМИ ВИРІЗАМИ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМУ ЗГІНІ

Обговорюються результати експериментального дослідження докритичної поведінки, закритичних форм рівноваги і критичних навантажень циліндричної оболонки, навантаженої поперечною силою і послабленої круговими отворами, регулярно розташованими в одному поясі симетрично щодо середнього поперечного перерізу. Кількість отворів і їх розміри змінювалися в широких межах.

*Ключові слова:* оболонка, круговий отвір, стійкість, поперечний згин.

## STABILITY OF CYLINDRICAL SHELLS WITH CIRCULAR CUTOUTS UNDER TRANSVERSE FORSE

We consider the results of experimental investigation of subcritical behavior, supercritical equilibrium states and the critical load of cylindrical shell loaded by transverse force and weakened by circular holes, regularly arranged in the same zone symmetrically related to the average cross-section. The number of holes and their size varied widely.

**Keywords:** shell, circular holes, stability, transverse bending.

**Introduction.** Thin-walled cylindrical shells are quite widely used in the missilery, aircraft, shipbuilding and other branches of modern technology. This fact determines the relevance of studying the behavior of thin-walled shells under the action of various external loads, as the major engineering problem is to ensure the stability and load bearing capacity of thin-walled deformable systems. Many studies are known about the stability of continuous thin-walled shells under the action of various types of loading. Here we should mention the work by Timoshenko S. P. [19], Bolotin V. V. [2], W. Koiter [8], Vol'mir A. S. [3], E. I. Grigolyuk, V. V. Kabanov [4] V. M. Darevsky [7] and others. Results, obtained in these theoretical and experimental studies, are acceptable to use in practice.

**Mechanical characteristics, production technology and geometry of models. The tests methodology.** As a material for the shells was used a drawing paper, grade "B" GOST 597-73. For manufacturing of the shells rectangular blanks from the standard sheets were cut out so that their sides were parallel to the main directions of orthotropy.

On the blanks round openings were cut out with the die-cuttings, regularly spaced along the guide symmetrical around the center of the cross-sectional area. Then this workpiece was glued onto a metal cylinder with BF-2. For all models the inner radius is equal to  $R=37,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ , working length  $L=75 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ . A total number of tested shells was 86, four of them were solid, that is with no holes. Testing installation of cylindrical shells for transverse bending is shown schematically in Fig. 1.

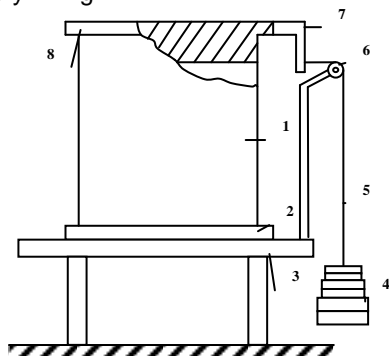
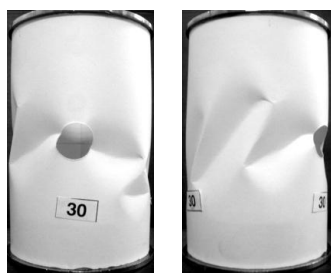


Fig. 1 – The testing installation of cylindrical shells for transverse bending

The model (1) was fixedly fastened with bottom end (2) to a massive base (3). Efforts to the shell were passed from standard weights of second class accuracy (4) with flexible cable (5), sheave (6) and bracket (7), which was attached to the upper end (8). If the number of openings in the shell were odd, they were regularly arranged symmetrically relative to the average cross-sectional area so that the center of one of them was passing through the plane of action of the lateral force, while situated in the compressed area. With the even number of openings they were arranged symmetrically relative to the plane of the lateral force in such a way that this plane does not intersect any of the holes.

**Analysis of the obtained results. Conclusions.** In the thin-walled cylindrical shell tangent and normal stress appear from shear forces. The maximum values ratio of these stresses depends on geometry of the shell and determines the loss of stability form.

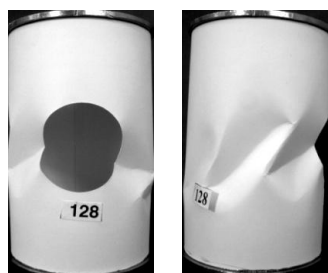
Consider, how altered by general buckling wave formation of the shells depends on the size and number of holes. All buckling membranes with one opening, regardless of its diameter, were similar to each other (fig. 2, fig. 3).



a)

б)

Fig. 2 – The shell with one opening,  
 $d=15,8\text{ mm}$



a)

б)

Fig. 3 – The shell with one opening,  
 $d=40\text{ mm}$

With further increase of openings number the supercritical pattern of wave action continues to be determined by the normal and shear stresses. Dents while located in the belt, which coincides with the belt openings (one dent between two openings) and their size in both longitudinal and transverse directions is reduced.

Analyzing the relation of critical force to the openings' size we can see that there is a significant reduction of the critical load of about 18%, compared with a solid shell for models with a few small holes, the total area of which equals 0.6% of the total lateral surface of the shell.

For shells with the similar total area of the openings is almost the same. In all cases increasing the number of holes results in a significant decrease of the critical shear forces. With the same total area of the openings, in terms of load carrying capacity, a shell with a small number of large diameter holes is more advantageous.

## REFERENCES

1. **Ashmarin Y. A.** Stability of shells, weakened by openings (review) / Y. A. Ashmarin, A. N. Guz // Applied mechanics. – 1973. – Vol. IX, N 4. – P. 3–15 (in Russian).
2. **Bolotin V. V.** The dynamic stability of elastic systems / V. V. Bolotin. – M.: Gostechiz., 1956. – 600 p. (in Russian).
3. **Volmir A. S.** Stability of deforming systems / A. S. Volmir. – M.: Nauka, 1967. – 984 p. (in Russian).
4. **Grigolyuk E. I.** Stability of shells / E. I. Grigolyuk, V. V. Kabanov. – M.: Nauka, 1987. – 360 p. (in Russian).
5. **Grigolyuk E. I.** Perforated plates and shells / E. I. Grigolyuk, A. A. Filshtinsky. – M.: Nauka, 1970. – 556 p. (in Russian).
6. **Guz A. N.** The stress concentration around openings in thin shells / A. N. Guz // Applied mechanics. – 1969. – Vol. V, № 3. – P. 3–1 (in Russian).
7. **Darevsky V. M.** Stability of the cantilever cylindrical shell under the bending with torsion shear force and internal pressure / V. M. Darevsky // Strength of cylindrical shells. – M.: Oborongiz, 1959, P. 72–94 (in Russian).
8. **Koiter W.** Stability and supercritical behavior of elastic systems / W. Koiter // Mechanics, IL. – 1960. – № 5. – P. 99–110 (in Russian).
9. **Konoplyov Y. G.** The stability of cylindrical shells with cutouts under the axial compression, torsion and external pressure / Y. G. Konoplyov, A. L. Tilsh // Plates and shells theory. – Kazan: Publ. KGU, 1973. – Vol. 3. – P. 3–13 (in Russian).
10. **Konoplyov Y. G.** Experimental research of stability of a cylindrical shell weakened by a circular opening / Y. G. Konoplyov // Compil.: Researches in the plates and shells theory. – Kazan: Publ. KGU, 1970. – Vol. VI–VII. – P. 50–503 (in Russian).
11. **Lurie A. I.** The stress concentration in the area of the opening on the surface circular cylinder / A. I. Lurie // Applied math. and mech. – 1946. – Vol. X, № 3. – P. 397–406 (in Russian).
12. **Mosskakovsky V. I.** The influence of geometric nonlinearity on the destruction of the thin-walled structures with cracks / V. I. Mosskakovsky, N. I. Obodan, E. F. Prokopalo // DSA USSR. – 1989. – Vol. 308, № 5. – P. 1079–1081 (in Russian).
13. **Preobrazhensky I. N.** Stability and vibrations of plates and shells with openings / I. N. Preobrazhensky. – M.: Mechanical engineering, 1981. – 191 p. (in Russian).
14. **Prokopalo E. F.** Experimental research of the stability of cylindrical shells under external pressure, varying linearly along a generatrix / E. F. Prokopalo // Structural Mechanics and structures computations. – 1988. – № 6. – P. 61–64 (in Russian).
15. **Savin G. N.** The stress distribution around openings in plates and shells / G. N. Savin. – K.: Naukova dumka, 1968. – 328 p. (in Russian).
16. **Sachenkov A. V.** Theoretical and experimental method of researching stability of plates and shells / A. V. Sachenkov // Plates and shells theory researches: Comp. of scint. Works of Kazan un-ty. – 1968. – № 6–7. – P. 39–433 (in Russian).
17. **Starns D. G.** Cut-outs effect on the stability of thin shells / D. G. Starns // Thin-walled shell constructions. – M.: Mechanical engineering, 1980. – P. 308–319 (in Russian).
18. **Tilsh A. L.** Stability of console cylindrical shells weakened by cut-outs, bending with shear force / A. L. Tilsh // Plates and shells theory. – Kazan: Publ. KGU, 1973. – Vol. 3. – P. 13–18 (in Russian).
19. **Timoshenko S. P.** Stability of elastic systems / S. P. Timoshenko. – M.: GITTL, 1955. – 567 p. (in Russian).
20. **Tennyson R. C.** The effects' of unreinforced circular cutouts on the buckling of circular shells under axial compression / R. C. Tennyson // Trans. ASME, – 1968. – Vol. 90, № 4. – P. 16–19.

*Днепропетровский национальный университет  
им. Олеся Гончара,  
Днепропетровск, Украина*

*Поступила в редколлегию 01.02.2013*