

УДК 539.3: 534.1

Ю. М. Селиванов, д-р техн. наук

К ИССЛЕДОВАНИЮ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ ОБОЛОЧЕК С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМБИНИРОВАННЫХ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ИНТЕРФЕРОГРАММ

Приведены теоретические основы подхода к определению неустановившихся смещений поверхности с помощью комбинированных голографических интерферограмм и некоторые данные по его апробации в исследованиях низкоскоростных (квазистатических) деформаций неоднородных оболочек. Получены формула и соответствующие графики для освещенности полос на комбинированной интерферограмме поверхности при ее экспоненциально затухающих колебаниях.

Ключевые слова: оболочка, экспоненциально затухающие колебания, комбинированные голографические интерферограммы.

Введение. Тонкостенные узлы и детали современных конструкций нередко подвергаются действию локализованных ударных нагрузок. Расчет их динамического напряженно-деформированного состояния, особенно при наличии неоднородностей в распределении массы и жесткости, связан со значительными трудностями [2, 3]. Решения существенно зависят от принятой расчетной модели и часто нуждаются в экспериментальном подтверждении.

Традиционная методология экспериментов в этой области [5] не совершенна. В качестве метода измерений чаще всего используется тензометрия, которая, в силу дискретного характера первичных данных, не позволяет получить достаточную информацию о сложных полях деформаций и перемещений. Кроме того, закрепление тензодатчиков влияет на тонкостенный объект и может исказить картину.

При оценке напряженно-деформированного состояния сложных тонкостенных элементов конструкций довольно эффективными могут быть голографические методы (двухэкспозиционный, реально-временной, усреднение во времени и др.) [1, 6]. Методы бесконтактны, обеспечивают континуальность и наглядность экспериментальных данных о смещениях поверхности, высокую точность измерения. Но и с их применением исследовать динамические смещения объекта не всегда просто. Для изучения таких смещений двухэкспозиционным методом необходим дорогой мощный лазер. Реально-временной метод позволяет получать "живую" интерференционную картину деформирования поверхности, но контраст наблюдаемых полос низок; это ограничивает

использование метода только качественным анализом динамических процессов.

В работах [8, 9] показано, что низкоскоростные деформации поверхности могут быть определены и методом усреднения во времени с помощью лазера непрерывного излучения небольшой выходной мощности. Однако, диапазон измеряемых этим методом смещений довольно узкий, поскольку при движении поверхности во время экспонирования яркость наблюдаемых интерференционных полос высших порядков, как правило, резко снижается с ростом величины смещения. В этой связи исследование высокоградиентных полей динамических смещений, характерных для сложных элементов и локальных нагрузок, становится проблематичным.

Автором был предложен подход к определению полей неустановившихся смещений поверхности методом усреднения во времени с предварительным экспонированием ее статического состояния, т. е. с помощью комбинированных голографических интерферограмм [10, 11]. Существенные преимущества этого подхода в исследованиях низкоскоростных неустановившихся деформаций неоднородных пластин и оболочек показаны в [4, 7, 9].

Цель данного сообщения – обосновать возможность использования комбинированных интерферограмм в голографических исследованиях затухающих колебаний объектов указанного класса.

Теоретические основы анализа комбинированных интерферограмм. Пусть некоторая точка (x, y, z) исследуемой поверхности движется со скоростью $\vec{V}(\tau)$. Если на одну и ту же регистрирующую среду экспонировать в течение времени $T_0 = \alpha T$ (здесь T – общая длительность экспозиции) статическое состояние этой поверхности, а затем в течение времени $T_H = (1 - \alpha)T$ – ее неустановившееся состояние, то для освещенности изображения этой точки, восстановленного с такой интерферограммы, справедливо фундаментальное соотношение [6]

$$I \approx I_0 \left| \alpha + \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T(1-\alpha)} \exp \left[-i \int_{t_0}^t (\vec{K} \cdot \vec{V}(\tau)) d\tau \right] dt \right|^2, \quad (1)$$

где I_0 – освещенность точки в статическом состоянии; α – коэффициент; t_0 – время начала экспонирования; $\vec{K}(x, y, z)$ – вектор чувствительности оптической схемы, который по величине равен $|\vec{K}| = (4\pi \cdot \cos \theta) / \lambda$, а по направлению совпадает с биссектрисой угла 2θ между направлениями волновых векторов освещения объекта

и наблюдения изображения; λ – длина волны используемого лазерного излучения.

На основании (1) в [7, 9, 11] были получены формулы для количественного анализа комбинированных интерферограмм при некоторых характерных законах термо- и термомеханического деформирования поверхности во время ее экспонирования.

Так, если точки наблюдаемой поверхности во время регистрации интерферограммы смещаются с постоянной скоростью $\bar{V}(x, y, z) = \bar{V}$ (например, при температурном перепаде), то для освещенности полос на ее изображении справедлива формула

$$I \approx I_0 \left| \alpha^2 + 2\alpha(1-\alpha) \left\{ \sin(2Z) \right\} / 2Z + (1-\alpha)^2 \left(\sin^2 Z \right) / Z^2 \right|, \quad (2)$$

где $Z = (1-\alpha)X$; $X = \bar{K} \cdot \bar{V} \cdot T / 2$.

Если точки смещаются с постоянным ускорением $\bar{a}(x, y, z) = \bar{a}$ (возможно при механической нагрузке объекта или при определенном сочетании режимов нагрева и охлаждения его поверхности), то освещенность принимает вид

$$I \approx I_0 \tilde{X} \left[\left(\alpha \sqrt{1/\tilde{X}} + C \left((1-\alpha)^2 X \right) \right)^2 + S^2 \left((1-\alpha)^2 X \right) \right], \quad (3)$$

где $X = \bar{K} \cdot \bar{a} T^2 / 2$; $\tilde{X} = \pi / (2X)$; $C(\dots)$, $S(\dots)$ – интегралы Френеля.

Если смещение происходит по законам $\bar{L}(x, y, z, t) = \bar{A} \left(1 - e^{-\beta t} \right)$ (при локальном термонагружении пластин и оболочек) или $\bar{L}(x, y, z, t) = \bar{A} e^{-\beta t}$ (при ползучести), где $\bar{A} = \bar{A}(x, y, z)$ – максимальная величина (амплитуда) смещения; β – коэффициент, имеет место

$$I \approx I_0 \left| \alpha^2 - \frac{2\alpha}{\beta T} \left\{ \Omega_1 \cos(\kappa_1 \cdot X) + \Omega_2 \sin(\kappa_1 \cdot X) \right\} + \frac{1}{(\beta T)^2} \left[\Omega_1^2 + \Omega_2^2 \right] \right|, \quad (4)$$

где $X = \bar{K} \cdot \bar{A}$; $\kappa_1 = e^{-\beta t_0}$; $\kappa_2 = e^{-\beta [t_0 + T(1-\alpha)]}$; t_0 – время от начала движения поверхности до начала ее экспонирования; $\Omega_1 = Ci(\kappa_2 \cdot X) - Ci(\kappa_1 \cdot X)$; $\Omega_2 = Si(\kappa_2 \cdot X) - Si(\kappa_1 \cdot X)$; $Ci(\dots)$ и $Si(\dots)$ – интегральный косинус и интегральный синус.

Если наблюдаемая поверхность смещается по некоторой более сложной зависимости

$$\bar{L}(x, y, z, t) = \bar{k} \left[a_1 (t - t_0) + a_2 \left\{ 1 - e^{-\beta(t-t_0)} \right\} \right], \quad (5)$$

где $\bar{k}(x, y, z)$ – единичный вектор смещения; a_1, a_2, β – коэффициенты, справедлива формула:

$$I \approx \frac{I_0}{T^2} \left\{ (\alpha T)^2 + 2\alpha T \left[\int_1 \cdot \cos(XC) + \int_2 \cdot \sin(XC) \right] + \int_1^2 + \int_2^2 \right\}. \quad (6)$$

Здесь

$$X = \bar{K} \cdot \bar{k}; \quad C = (a_2 - a_1 t_0); \quad \xi = a_1 t - a_2 e^{-\beta(t-t_0)};$$

$$\int_1 = \int_{t_0}^{t_0+T(1-\alpha)} \cos(X\xi) dt; \quad \int_2 = \int_{t_0}^{t_0+T(1-\alpha)} \sin(X\xi) dt.$$

Заметим, что из (1)–(6) при $\alpha = 0$ соответственно получаются функции освещенности полос на усредненной интерферограмме.

На графиках, построенных по формулам (2)–(6), можно видеть, что максимальная яркость интерференционных полос убывает с ростом параметра X , и количество различаемых полос существенно зависит от величины коэффициента α . Причем, на графике $\alpha = 0$, соответствующем усредненной интерферограмме, различается минимальное количество полос, значениям $\alpha = 0,4 \div 0,6$ отвечает максимальное количество заметных полос, а при $\alpha = 1$ полос нет (статическое состояние).

Если закон смещения точек наблюдаемой поверхности известен и включает постоянную временную составляющую, например $\bar{L}(x, y, z, t) = \bar{A}(x, y, z) \left(1 - e^{-\beta t} \right)$, построен график освещенности полос, соответствующий данному закону и параметрам эксперимента, то величина вектора смещения $\bar{L}_M(t)$ в произвольной точке $M(x, y, z)$ поверхности определяется следующим образом.

По интерферограмме определяется порядок ξ интерференционной полосы в заданной точке (ξ_M), затем по графику находится соответствующее значение аргумента X (X_M).

Поскольку $X = \bar{K} \cdot \bar{A} = |\bar{K}| \times |\bar{A}| \cos \psi$, где ψ – угол между векторами \bar{K} и \bar{A} , и величина $|\bar{K}|$ известна, то по значению X_M вычисляется координатная составляющая (в нашем случае величина амплитуды)

смещения точки $|\bar{A}_M| = X_M \lambda / (4\pi \cos \theta \cos \psi)$. По значению $|\bar{A}_M|$ определяется величина вектора смещения в любой момент времени (в частности, до и после экспонирования) $|\bar{L}_M(t)| = |\bar{A}_M| (1 - e^{-\beta t})$.

Направление смещений, в том числе пространственных, находится традиционными способами [1].

Апробация подхода выполнялась при решении некоторых проблемных задач термомеханики неоднородных оболочек [4, 7, 9, 11]. В экспериментах использовались образцы с габаритами до 0,3 м и лазер непрерывного излучения с выходной мощностью 50 мВт.

Полученные расчетные соотношения, графики, а также результаты экспериментов показали, что использование комбинированных интерферограмм дает возможность с помощью распространенных лазеров непрерывного излучения небольшой выходной мощности получать довольно точные и полные данные о поле низкоскоростных неустановившихся смещений поверхности. При этом в сравнении с усредненными интерферограммами, обеспечивается 2...5 - кратное увеличение диапазона измеряемых смещений, что имеет большое значение в исследованиях неустановившихся напряженно-деформированных состояний тонкостенных конструкций с локальными особенностями в распределении материала, его характеристик и действующей нагрузки.

Кроме того, если в экспериментах использовать мощный импульсный лазер, например, лазер типа "Apollo Laser", модель 22 с длительностью импульса 5 нс, то нетрудно прийти к выводу, что с помощью комбинированных интерферограмм можно количественно исследовать деформационные смещения, изменяющиеся со скоростью до 500 м/с. Таким образом, открываются перспективы применения подхода в экспериментальных исследованиях высокоскоростных динамических деформаций. Ниже рассматривается один из таких случаев.

Экспоненциально затухающие колебания поверхности. Пусть поверхность смещается по закону $L(x, y, z) = A(x, y, z) e^{-\beta t} \sin \omega t$. Принимая во внимание, что здесь $\bar{V}(\tau) = \bar{A}(x, y, z) e^{-\beta \tau} (\omega \cos \omega \tau - \beta \sin \omega \tau)$, соотношение (1) можно записать в виде

$$I \approx I_0 \left| \alpha + \frac{1}{T} \exp\{i X \exp(-\beta t_0) \sin(\omega t_0)\} \times \right. \\ \left. \times \int_{t_0}^{t_0+T(1-\alpha)} \exp\{-i X \exp(-\beta t) \sin(\omega t)\} dt \right|^2, \quad (7)$$

где $X = \bar{K} \cdot \bar{A}$.

Графики распределения освещенности точки (x, y, z) в восстановленном изображении поверхности, построенные по формуле (7) с использованием численного интегрирования и системы «Mathematica 5.2» для $\beta = 0,22$, $T = 45$ с, $t_0 = 5$ с, $\omega = 4$, приведены на рис. 1. Видим, что, если на усредненной интерферограмме ($\alpha = 0$) полосы практически не различимы, то на комбинированной интерферограмме при $\alpha = 0,5$ количество различимых полос превышает 10.

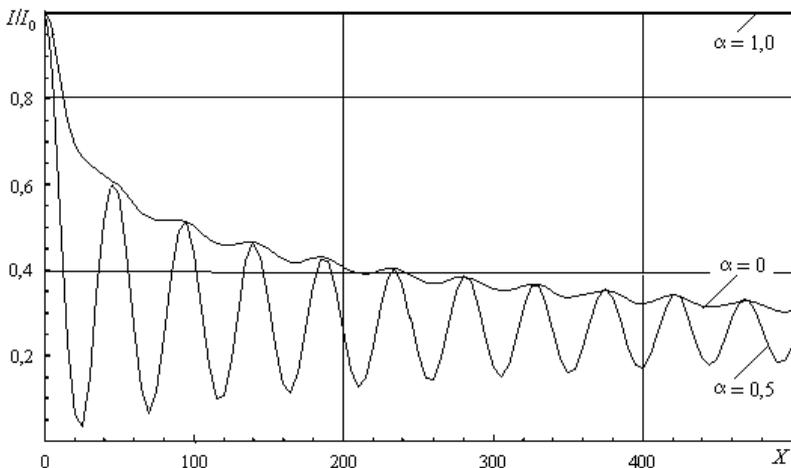


Рис. 1 – Характерные распределения освещенности в восстановленном изображении поверхности при ее экспоненциально затухающих колебаниях

Выводы. Подход с использованием комбинированных голографических интерферограмм и лазеров импульсного излучения может быть использован для эффективного исследования затухающих колебаний неоднородных оболочек. Представляется целесообразным обобщить данный подход на другие виды их динамического деформирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Вест Ч.** Голографическая интерферометрия / Ч. Вест; пер. с англ. – М. : Мир, 1982. – 504 с.
2. **Головки К. Г.** Динамика неоднородных оболочек при нестационарных нагрузках / К. Г. Головки, П. З. Луговой, В. Ф. Мейш; под ред. акад. НАН Украины А. Н. Гузя. – К. : Издательско-полиграфический центр «Киевский университет», 2012. – 541 с.
3. **Григоренко Я. М.** Численно-аналитическое решение задач механики оболочек на основе различных моделей / Я. М. Григоренко, Г. Г. Влайков, А. Я. Григоренко. – К. : Академперіодика, 2007. – 472 с.
4. **Гудрамович В. С.** Голографическое исследование деформаций цилиндрической оболочки с седловыми опорами при термомеханическом нагружении / В. С. Гудрамович, Ю. М. Селиванов, В. Г. Трошин // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла: зб. наук. праць. – Д. : Наука і освіта, 2008. – Вип. 9. – С. 61–71.

5. **Михайлова М. И.** Задачи нестационарного взаимодействия элементов конструкций с ударными волнами / М. И. Михайлова // Прикл. механика. – 2001. – Т. 37, № 10. – С. 3–23.

6. **Островский Ю. И.** Голографические интерференционные методы измерения деформаций / Ю. И. Островский, В. П. Щепинов, В. В. Яковлев. – М. : Наука, 1988. – 248 с.

7. **Селиванов Ю. М.** Аналіз несталих деформацій складної оболонки, що локально нагрівається, за допомогою комбінованих голографічних інтерферограм / Ю. М. Селиванов // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Сер. механіка. – 2006. – Вип. 10, т. 2. – С. 162–167.

8. **Селиванов Ю. М.** Голографический анализ неустойчивых деформаций сложных пластин и оболочек / Ю. М. Селиванов // Вісник Донецького ун-ту. Сер. А: Природничі науки. – 2002. – Вип. 2. – С. 91–96.

9. **Селиванов Ю. М.** Исследования неустойчивых деформаций тонкостенных структур с неоднородностями голографическим методом усреднения во времени / Ю. М. Селиванов // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла: зб. наук. праць. – Д. : ІМА-прес, 2009. – Вип. 10. – С. 247–256.

10. **Селиванов Ю. М.** К методу определения полей неустойчивых деформационных смещений с помощью комбинированных голографических интерферограмм / Ю. М. Селиванов, А. Н. Горбань // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла: зб. наук. праць. – Д. : Наука і освіта, 2006. – Вип. 7. – С. 109–115.

11. **Селиванов Ю. М.** Применение комбинированных голографических интерферограмм к исследованию неустойчивых деформаций / Ю. М. Селиванов // Доп. НАН України. – 2007. – № 6. – С. 56–60.

Ю. М. Селиванов, д-р техн. наук

ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ЗГАСАЮЧИХ КОЛИВАНЬ ОБОЛОНОК З ВИКОРИСТАННЯМ КОМБІНОВАНИХ ГОЛОГРАФІЧНИХ ІНТЕРФЕРОГРАМ

Приведено теоретичні основи підходу до визначення несталих зсувів поверхні за допомогою комбінованих голографічних інтерферограм, а також деякі дані щодо його апробації в дослідженнях низькошвидкісних (квазістатичних) деформацій неоднорідних оболонок. Отримано формулу й відповідні графіки для освітленості смуг на комбінованій інтерферограмі поверхні при її експоненціально згасаючих коливаннях.

Ключові слова: оболонка, експоненціально згасаючі коливання, комбіновані голографічні інтерферограми.

Yu. M. Selivanov, Dr. Sci. (Tech.)

TO INVESTIGATION OF DAMPED OSCILLATIONS OF SHELLS WITH THE USE OF COMBINED HOLOGRAPHIC INTERFEROGRAMS

The theoretical foundations of approach to the determination of transient deformation displacements of surface with the use of combined holographic interferograms is presented. Some results of approbation the approach in research of low-speed (quasistatic) deformation of nonhomogeneous shells are given. The formula and corresponding graphics for lighting of strips on the combined interferogram of surface with its exponentially damped oscillations were obtained.

Keywords: shell, exponentially damped oscillations, combined holographic interferograms.

The calculation of dynamical stress-strain state of shells, especially with local peculiarities in the material distribution, its characteristics and loading, is rather complicated process [1, 2]. The traditional experimental methodology in this area is imperfect [4].

It is not also a simple problem to investigate the dynamical transient of an object with the use of holographic interferometry methods [5, 11]. To study of such transients the by double-exposure method it is necessary to have in use a dear powerful laser. The real-time method permits to obtain 'live' interferential image of deformed surface, but the contrast of observed strips is no good. Therefore an usage of this method is only in the area of qualitative analysis of dynamical processes.

As it was shown in [7, 8], the low-speed deformations of surface can be determined also by the time-average method using the continuous radiation laser with small output. However the diapason of displacements measured by this method is rather narrow.

The approach to determination of fields of transient displacements of surface by the holographic time-average method with preliminary exposure of its static state, i. e. with the use of combined holographic interferograms was proposed by the author in [9, 10]. The essence of approach consists in the following. Let some point (x, y, z) of investigated surface moves with a velocity $\vec{V}(\tau)$. If the static state of this surface during the time $T_0 = \alpha T$ (here T is total time of exposure) is exposed on the register media and, more over, during the time $T_H = (1 - \alpha)T$ the unset state of this surface is exposed on the same media, then for the lighting of point image recovered from such interferogram, next fundamental relationship is fulfilled [5]:

$$I \approx I_0 \left| \alpha + \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T(1 - \alpha)} \exp \left[-i \int_{t_0}^t (\vec{K} \cdot \vec{V}(\tau)) d\tau \right] dt \right|^2, \quad (1)$$

where I_0 is the lighting of point at static state; α is a coefficient; t и τ are time; t_0 is the time of exposure start; $\vec{K}(x, y, z)$ is the sensitivity vector of an optical system.

It is necessary to make the calculated lighting graphics of the point (x, y, z) for fulfillment of the quantitative analysis of interferograms.

The approbations of proposed approach were carried out at decision of some thermomechanical problems of nonhomogeneous thin-walled structures [3, 6, 8, 10]. As was shown by the results, the usage of combined interferograms gives a possibility to obtain rather strict and full data about the field of lowspeed transient displacements of surface with the use of widespread lasers of continues radiation of small output. The increasing

from 2 to 5 times of the diapason of measured displacements is provided also [7]. This has the essential significance in the investigations of transient stress-strain state of thin-walled constructions with local peculiarities in the material distribution, its characteristics and loading.

Here a case of high-speed dynamical deformations is discussed. Let the surface displace under the law $L(x, y, z) = A(x, y, z) e^{-\beta t} \sin \omega t$. The graphics of the lighting distribution in dependency on $X = \bar{K} \cdot \bar{A}$ (Fig. 1) were obtained after integrate (1). On the average interferogram ($\alpha = 0$) the strips are almost undistinguished, but on the combined interferogram with $\alpha = 0,5$ quantity of distinguished strips exceeds 10.

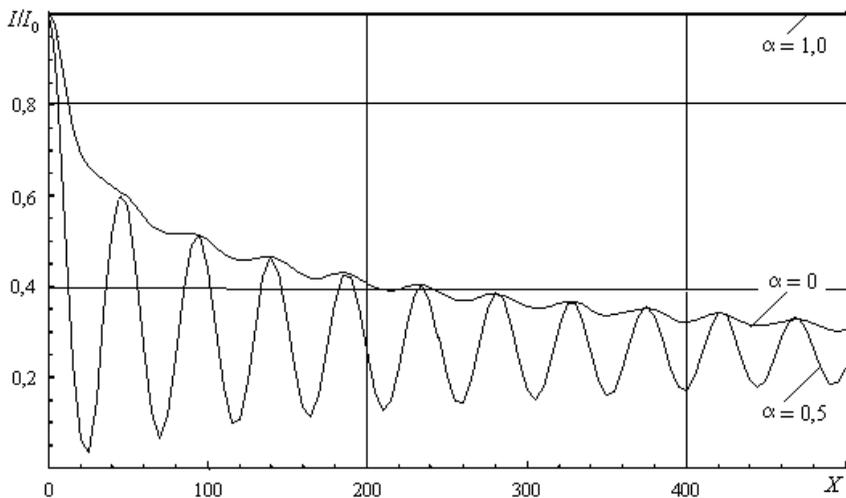


Fig. 1 – Characteristic distributions of lighting in recovered image of surface with its exponential attenuation oscillations
($\beta = 0,22$; $T = 45 c$; $t_0 = 5 c$; $\omega = 4$)

Hence, the approach with using the combined holographical interferograms and impulse radiation lasers can be applied for effective investigation of attenuation oscillations of nonhomogeneous shells.

REFERENCES

1. **Golovko K. G.** Dynamics of nonhomogeneous shells under nonstationary loading / K. G. Golovko, P. Z. Lugovoyi, V. F. Meish; edited by academician NAS of Ukraine, A. N. Guzya. – K. : Vyd-vo «Kyiv Univ.», 2012. – 541 p. (in Russian).
2. **Grigorenko Ya. M.** Numeric-analytical decision of problems in mecanics of shells on the base of different models / Ya. M. Grigorenko, G. G. Vlajkov, A. Ya. Grigorenko. – K. : Academperiodika, 2007. – 472 p. (in Russian).
3. **Gudramovich V. S.** A holographical investigation of deformations of cylindrical shell with saddle supports under thermomechanical loading / V. S. Gudramovich, Yu. M. Selivanov, V. G. Troshin // Methods of solving applied problems in solid mechanics. – D. : Nauka i osvita, 2008. – Is. 9. – P. 61–71 (in Russian).

4. **Mikhailova M. I.** Problems of nonstationary interaction between structure elements and shock waves / M. I. Mikhailova // *Int. Appl. Mechanics*. – 2001. – Vol. 37, № 10. – P. 3–23.
5. **Ostrovskij Yu. I.** Holographical interferential methods of measurements of deformations / Yu. I. Ostrovskij, V. P. Schepinov, V. V. Yakovlev. – M. : Nauka, 1988. – 248 p. (in Russian).
6. **Selivanov Yu. M.** An analysis of complex shell unset deformations under heating with the use of combined holographical interferograms / Yu. M. Selivanov // *Bulletin Dnipropetrovsk University. Series «Mechanics»* Vol. 2. – 2006. – Is. 10 – P. 162–167 (in Ukrainian).
7. **Selivanov Yu. M.** Holographic analysis of transient deformation complex plates and shells / Yu. M. Selivanov // *Bulletin Donetsk University. Series A: Natural sciences*. – 2002. – Is. 10. – P. 91–96 (in Russian).
8. **Selivanov Yu. M.** An investigation of unset deformation of thin-walled constructions with inhomogeneous by holographical time-average method / Yu. M. Selivanov // *Methods of solving applied problems in solid mechanics*. – D. : IMA-pres, 2009. – Is. 10. – P. 247–256 (in Russian).
9. **Selivanov Yu. M.** To method of field determination of transient deforming displacements with use of combined holographic interferograms / Yu. M. Selivanov, A. N. Gorban // *Methods of solving applied problems in solid mechanics*. – D. : Nauka I osvita, 2006. – Is. 7. – P. 109–115 (in Russian).
10. **Selivanov Yu. M.** An application of combined holographic interferograms to the investigation of unset deformations / Yu. M. Selivanov // *Dop. of NAN Ukraine*. – 2007. – № 6. – P. 56–60 (in Russian).
11. **West Ch.** *Holographic interferometry* / Ch. West. – N.-Y. : John Wiley & Sons, 1979.

*Днепропетровский национальный
университет им. Олеся Гончара,
Днепропетровск, Украина*

Надійшла до редколегії 18.05.2014