

УДК 539.3

*Ю. М. Селиванов, д-р техн. наук, В. И. Кузьменко, д-р физ.-мат. наук,  
В. Я. Адлуцкий, канд. физ.-мат. наук*

### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НЕОДНОРОДНОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ НАГРЕВЕ В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ О ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ**

Рассматривается задача определения нестационарных напряжений цилиндрической оболочки с двумя отверстиями при локальном нагреве через одно отверстие в случае неполной информации о температурном поле. По комбинированной голографической интерферограмме оболочки путем решения обратной задачи термоупругости восстанавливается её температурное поле. Вычисление характеристик напряженного состояния по этому полю проводится с использованием метода конечных элементов.

*Ключевые слова:* неоднородная оболочка, термоупругость, обратная задача, комбинированные голографические интерферограммы, метод конечных элементов.

**Введение.** Оболочки с неоднородным распределением материала являются распространенными элементами конструкций современной техники и сооружений и нередко работают в условиях локализованного нагрева. Для них, как правило, характерны сложные знакопеременные поля перемещений, деформаций и напряжений. Их анализ нередко необходимо выполнять при неполной информации о параметрах действующего температурного поля.

Определение нестационарных (переходных) напряженно-деформированных состояний (НДС) таких оболочек представляет собой важную, чрезвычайно сложную и недостаточно исследованную проблему как в плане развития методологии, так и с точки зрения расширения ее приложений. Теоретические решения в силу многофакторности проблемы наталкиваются на значительные математические трудности даже при использовании упрощенных гипотез [1, 2, 4 – 7, 9 – 11, 15]. Экспериментальные исследования в этой области остаются ограниченными в связи с локальным характером измерений и другими специфическими недостатками используемых методов и средств [7, 14]. Очевидно, что решение проблемы повышения достоверности результатов определения нестационарных термонапряжений конструктивных элементов рассматриваемого класса задач, требует применения более эффективных экспериментально–теоретических подходов.

Цель данной работы – для решения указанной задачи разработать и применить подход, основанный на методе исследования неустано-

вышедших перемещений с использованием комбинированных голографических интерферограмм оболочки, специальном алгоритме решения обратной задачи при восстановлении температурного поля по перемещениям и методе конечных элементов (МКЭ) при вычислении характеристик напряженного состояния по этому полю.

**Постановка задачи.** Рассматривается задача определения нестационарного НДС круговой цилиндрической оболочки с двумя круговыми отверстиями, внутри меньшего из которых бесконтактно и продольно-симметрично действует источник тепла (рис. 1). Оболочка жестко закреплена по нижнему торцу, верхний торец подкреплен жестким кольцом и может свободно перемещаться в продольном направлении. Её геометрические характеристики:  $H = 10,9 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ;  $R = 5,7 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ;  $H_1 = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ;  $H_2 = 9,1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ;  $R_1 = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ;  $R_2 = 0,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ;  $h = 0,028 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ; физические характеристики материала (сталь X18H9н):  $E = 200 \text{ ГПа}$  – модуль упругости;  $\nu = 0,3$  – коэффициент Пуассона;  $\alpha = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ град}^{-1}$  – коэффициент линейного расширения при нагревании.

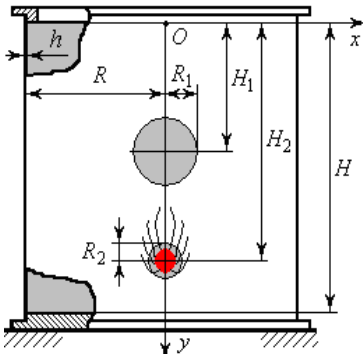


Рис. 1 – Геометрические параметры оболочки

В процессе нагревания оболочки реализуются преимущественно два механизма теплопередачи – тепловое излучение источника и конвекция, обусловленная пространственным перемещением нагретого воздуха. Закономерности распределения температуры в оболочке неизвестны и не могут быть достоверно установлены при решении задачи теплопроводности, поскольку надежная информация о тепловых потоках отсутствует. Требуется в фиксированный момент времени определить характеристики НДС оболочки, возникшие в результате её нагрева.

**Голографическое определение прогибов оболочки.** Как известно, голографические методы, благодаря бесконтактности измерений, континуальности, наглядности и высокой точности получаемых данных о полях перемещений поверхности, оказываются весьма эффективными при исследовании деформирования именно сложных по форме и распределению материала тонкостенных конструкций под влиянием различных факторов [3, 8]. Однако, при исследовании неустановившихся перемещений обычно используемые голографические методы требуют наличия дорогостоящего оборудования (двухэкспозиционный) либо ограничены качественным анализом процессов деформирования (реальновременной). Поэтому в данной работе применен голо-

графический метод усреднения во времени с предварительным экспонированием начального статического состояния поверхности (метод комбинированных голографических интерферограмм) [12], который с помощью распространенных лазеров непрерывного излучения относительно небольшой выходной мощности позволяет исследовать нестационарные поля перемещений поверхности и по одной – трем интерферограммам, определять их качественные и количественные распределения на любой момент деформирования.

Экспериментальный образец оболочки имел указанные выше физические и геометрические характеристики. С целью улучшения отражающих свойств его наружная поверхность была покрыта белой ретро-рефлективной краской, что несколько снижало теплоотдачу с окрашенной стороны и создавало дополнительную неопределенность в распределении тепловых потоков.

При регистрации комбинированных интерферограмм использовались лазер ЛГН-222 непрерывного излучения с длиной волны  $\lambda = 0,6328 \text{ мкм}$  и оптическая схема, показанная на рис. 2, где 1 – луч лазера; 2 – линза; 3 – образец; 4 – источник тепла (жало электропаяльника, питаемого током регулируемого напряжения); 5 – зеркало; 6 – фотопластика.

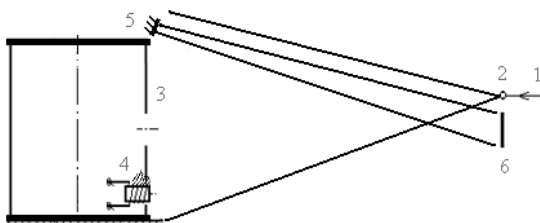


Рис. 2 – Оптическая схема экспериментов

Образец при комнатной температуре ( $20^\circ \text{C}$ ) экспонировался в течение  $20 \text{ с}$ , затем бесконтактно нагревался и с момента  $5 \text{ с}$  экспонировался  $25 \text{ с}$ . Характерная интерферограмма оболочки приведена на рис. 3.

Дополнительно с помощью тензопреобразователя был определен также характер кривых «прогиб – время» образца. Эти кривые описывались функцией  $L(x, y, z, t) = A(x, y, z)(1 - e^{-0,029t})$ , где  $A(x, y, z)$  – амплитудное значение;  $t$  – время. Причем в верхней точке центрального выреза при  $t = 50 \text{ с}$  прогиб составлял  $-9 \text{ мкм}$ .

Используя полученную зависимость и изложенный в [12] алгоритм, по интерферограмме были построены распределения прогибов оболочки вдоль характерных сечений I-I, II-II и III-III (рис. 3 справа). Видим, что максимальное по модулю значение прогиба ( $8,7 \text{ мкм}$ ) локализовано в верхней точке центрального выреза и хорошо согласуется с данными тензометрических измерений ( $9 \text{ мкм}$ ).

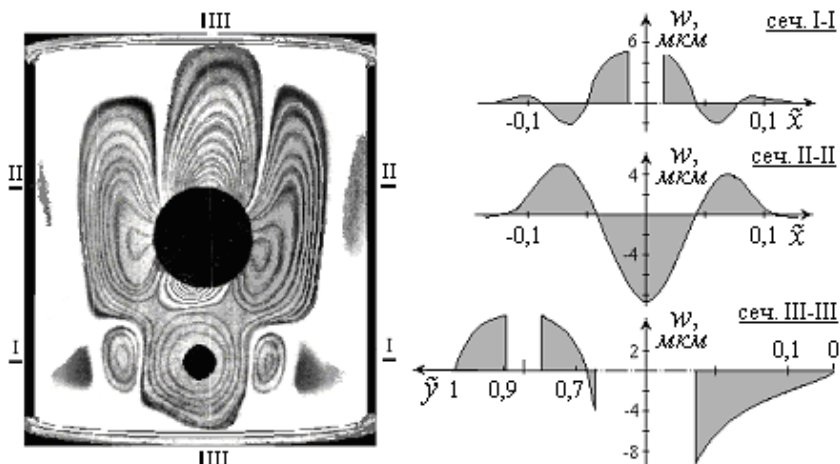


Рис. 3 – Комбинированная интерферограмма оболочки и соответствующее распределения ее прогибов вдоль характерных сечений на момент  $t = 50$  с

**Восстановление температурного поля по голографическим данным о перемещениях оболочки.** Вводится класс  $V_T$  возможных распределений температуры в оболочке, на котором определяется оператор  $A: T \rightarrow w_{теор}$ , ставящий в соответствие каждому распределению температуры  $T$  поле нормальных перемещений  $w_{теор}$ , найденное как решение задачи термоупругости. В данном контексте реализация оператора  $A$  является по сути решением прямой задачи.

Обратная задача термоупругости состоит в определении поля температур  $T^* \in V_T$ , при котором полученное как решение краевой задачи поле нормальных перемещений  $w_{теор}$  совпадает с полем перемещений, измеренных экспериментально  $w_{эксп}$ :

$$w_{теор} = w_{эксп} \cdot \quad (1)$$

Очевидно, что результаты эксперимента содержат неизбежную погрешность  $\Delta$ . С другой стороны, решение прямой задачи термоупругости обычно проводится при помощи численных методов. Поэтому требование строгого выполнения равенства (1) – бессмысленно. Более реальным представляется требование «близости» полей  $w_{теор}$  и  $w_{эксп}$ . В качестве меры близости удобно использовать квадратичное отклонение этих полей. Характеристикой отклонения  $w_{теор}$  от  $w_{эксп}$  будет число, определяемое выражением

$$J(T) = \iint_{\Omega} (w_{meop}(x, y) - w_{эксн}(x, y))^2 d\Omega, \quad (2)$$

где

$$\Omega = \Omega_1 \setminus (\Omega_2 \cup \Omega_3); \quad \Omega_1 = \{(x, y) : |x| \leq \pi R, 0 \leq y \leq H\};$$

$$\Omega_2 = \{(x, y) : R^2 \sin^2(x/R) + (y - H_1)^2 \leq R_1^2\};$$

$$\Omega_3 = \{(x, y) : R^2 \sin^2(x/R) + (y - H_2)^2 \leq R_2^2\};$$

$x, y$  – криволинейные координаты срединной поверхности оболочки.

Интеграл  $J(T)$  рассматривается как функционал, определенный на классе  $V_T$  распределений температур. Тогда обратная задача в ослабленной форме формулируется как следующая экстремальная задача: на классе  $V_T$  найти функцию  $T^*(x, y)$ ,  $(x, y) \in \Omega$ , для которой функционал  $J(T)$  достигает значения точной нижней грани на множестве  $V_T$ .

В связи с указанными выше причинами точное решение сформулированной обратной задачи лишено практического смысла. Поэтому возникает вопрос выбора критерия прекращения итерационного процесса минимизации. Очевидно, неразумно требовать, чтобы погрешность решения была существенно меньше, чем погрешность экспериментальных данных.

Пусть  $\Delta$  – средняя абсолютная погрешность измерения нормальных прогибов оболочки. Тогда в качестве критерия прекращения итерационного процесса минимизации предлагается условие

$$J(T^{(n)}) \leq \Delta^2 mes(\Omega).$$

Поскольку измерения производятся в дискретной совокупности точек  $(x_k, y_k)$ ,  $k = \overline{1, N}$ , условие «близости» формулируется в виде

$$J_N(T^{(n)}) = \sum_{k=1}^N \left[ (w_{meop}^{(n)}(x_k, y_k) - w_{эксн}(x_k, y_k))^2 \right] \quad (3)$$

и условие окончания итерационного процесса – в виде  $J_N(T^{(n)}) \leq \Delta^2 N$ . При этом относительная погрешность невязки по перемещениям  $\delta$  имеет оценку

$$\delta = \frac{\sqrt{J_N(T^{(n)})}}{\|w_{эксн}\|} \leq \frac{\Delta \sqrt{N}}{\|w_{эксн}\|}, \quad (4)$$

где

$$\|w_{экр}\| = \sqrt{\sum_{k=1}^N w_{экр}^2(x_k, y_k)}.$$

**Численное решение прямой и обратной задач термоупругости.**  
Для численной реализации решения прямых задач использовался пакет прикладных программ COSMOS/M 2.6. Оболочка моделировалась с помощью равномерной достаточно густой сетки трехузловых изопараметрических конечных элементов типа SHELL3 (рис. 4).

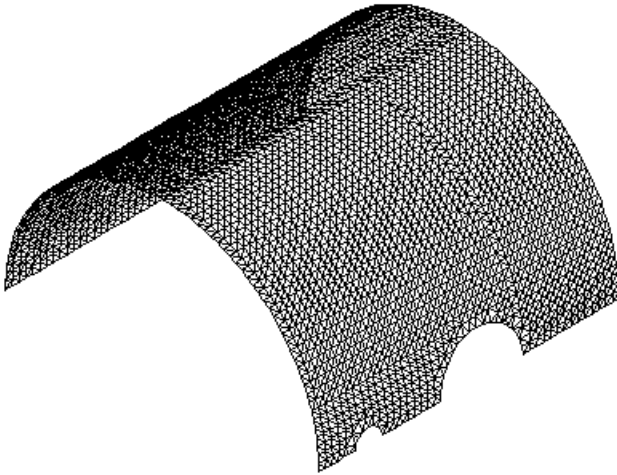


Рис. 4 – Конечноэлементная модель оболочки

Предварительный анализ экспериментальных данных позволяет сделать вывод о том, что часть оболочки в области  $\Omega_4 = \{(x, y) : 0,5\pi R \leq |x| \leq \pi R, 0 \leq y \leq H\}$  имеет температуру окружающей среды  $T_c$  и практически не нагружена. Поэтому неизвестное температурное поле восстанавливалось только в области  $\Omega_5 = \Omega \setminus \Omega_4$ . Точки  $(x_k, y_k), k = \overline{1, N}$ , в которых заданы измеренные прогибы оболочки, выбирались из числа узлов конечноэлементной сетки, расположенных в области  $\Omega_5$ .

Численное решение основано на замене множества  $V_T$  конечным подмножеством  $V_{T_n}$ . При построении множества  $V_{T_n}$  каждая функция  $T \in V_T$  заменяется непрерывной кусочно-линейной функцией  $T_n$ . Для этого с помощью прямоугольной сетки с равноотстоящими узлами  $(x_r, y_s), r, s = \overline{0, n}$ , где  $y_0 = 0, x_n = H, y_0 = -0,5\pi R, y_n = 0,5\pi R$ , область

$\Omega_5$  покрывается  $n^2$  равными областями  $\omega_{r,s} = \{(x,y) : x_r \leq x \leq x_{r+1}, y_s \leq y \leq y_{s+1}\}$ ,  $r, s = \overline{0, n-1}$  с размерами  $\Delta x = \pi R/n$  и  $\Delta y = H/n$  вдоль осей  $x$  и  $y$  соответственно. Значения функции  $T(x, y)$  вычисляются в каждом из узлов  $(x_r, y_s)$  и обозначаются через  $T_{r,s}$ ,  $T_{r,s} = T(x_r, y_s)$ ,  $r, s = \overline{0, n}$ . На каждой из подобластей функция  $T(x, y)$  аппроксимируется с помощью линейных функций в виде

$$T_{r,s}(x, y) = T_{r,s}\Phi_1^{r,s}(x, y) + T_{r+1,s}\Phi_2^{r,s}(x, y) + T_{r,s+1}\Phi_3^{r,s}(x, y) + T_{r+1,s+1}\Phi_4^{r,s}(x, y), \quad (x, y) \in \omega_{r,s},$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_1^{r,s}(x, y) &= 0,25(1-\xi)(1+\eta); & \Phi_2^{r,s}(x, y) &= 0,25(1+\xi)(1+\eta); \\ \Phi_3^{r,s}(x, y) &= 0,25(1-\xi)(1-\eta); & \Phi_4^{r,s}(x, y) &= 0,25(1+\xi)(1-\eta); \end{aligned} \quad (5)$$

$$\xi = -1 + 2 \frac{x - x_r}{\Delta x}; \quad \eta = 1 - 2 \frac{y - y_{s1}}{\Delta y}.$$

Из соотношений (5) следует, что в узлах значения функций  $T(x, y)$  и  $T_n(x, y)$  совпадают. По построению каждая из функций  $T_n(x, y)$  однозначно определяется набором из  $(n+1)^2$  чисел. Таким образом, множество  $V_{T_n}$  функций  $T_n(x, y)$  фактически является конечномерным и, следовательно, вместо задачи минимизации функционала рассматривается задача минимизации функции многих переменных

$$\min_{T_n \in V_{T_n}} J(T_n). \quad (6)$$

Минимизация осуществляется методом покоординатного спуска, на каждом шаге которого решается прямая задача термоупругости для температурного поля, задаваемого текущим набором значений узловых температур. С использованием соотношений (5) вычисляются значения температуры во всех узлах конечноэлементной сетки, принадлежащих области  $\Omega_5$ . В области  $\Omega_4$  температура полагается равной  $T_c$ . В процессе минимизации используется ограничение  $T \geq T_c$ .

Алгоритм минимизации включает в себя последовательное увеличение числа разбиений  $n$ . На первом этапе ( $p=1$ ) решение задачи минимизации проводится на подклассе постоянных функций ( $n=1$ ), т.е. фактически рассматривается минимизация функции одной переменной. Исходное значение температуры полагается равным  $T_c$ . На каждом по-

следующем этапе проводится разбиение областей  $\omega_{r,s}$  на четыре одинаковые подобласти. Таким образом, на  $p$ -м этапе  $n = 2^{p-1}$ , количество областей разбиения –  $4^{p-1}$ , узлов разбиения –  $(2^{p-1} + 1)^2$ . В качестве начального приближения распределения температур для следующего этапа принимаются значения из предыдущего этапа.

Некорректность рассматриваемой обратной задачи проявляется уже при  $p = 4$  в виде осцилляции температурного поля. В связи с этим использовался метод регуляризации А. Н. Тихонова [13], согласно которому вместо минимизации функции (6) осуществляется минимизация функции

$$\tilde{J}_N(T_n, \alpha) = J_N(T_n) + \alpha \|T_n\|^2, \quad (7)$$

где  $\alpha$  – параметр регуляризации;  $\|T_n\| = \sqrt{\sum_{r=0}^n \sum_{s=0}^n T_{r,s}^2}$ . Величина  $\alpha$  подбирается таким образом, чтобы в результате минимизации функции  $\tilde{J}_N(T_n, \alpha)$  выполнялось условие (4) для невязки значений нормальных прогибов.

Выполнялось условие (4) для невязки значений нормальных прогибов.

**Результаты расчетов.** Численные расчеты проводились при следующих значениях параметров:  $N = 100$ ,  $\Delta = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ ,  $p = \overline{1,5}$ ;  $\delta = 9\%$ ,  $T_c = 20^\circ \text{ C}$ . Параметр регуляризации, соответствующий погрешности  $\delta$ , равен  $\alpha = 10^{-5}$ .

Ниже (рис. 5, а) показано восстановленное температурное поле ( $T_{\max}$  – максимальное значение температуры,  $T_{\max} = 44^\circ \text{ C}$ ), при котором распределение нормальных прогибов оболочки (рис 5, б) имеет относительную погрешность  $\delta$  по сравнению с экспериментально определенным полем прогибов, приведенным на рис. 3. Величина  $|w_{\max}| = 8,7 \text{ мкм}$ .

На рис. 6 представлены численные (обозначены кружками) и экспериментальные (обозначены сплошной линией) значения прогибов в трех сечениях, изображенных на рис. 3. Использован безразмерный параметр  $\tilde{s} = x / (2\pi R)$ .

На рис. 7 приведено поле интенсивности напряжений  $\sigma_i$ , вычисленной в результате решения прямой задачи термоупругости по восстановленному распределению температур. Максимальное значение интенсивности напряжений составляет  $\sigma_{i \max} = 36 \text{ КПа}$ .



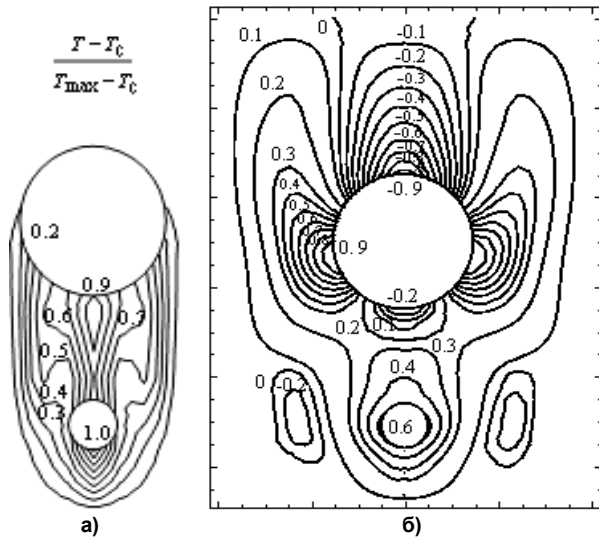


Рис. 5 — Вид восстановленного температурного поля (а) на момент  $t = 50$  с и соответствующее распределение прогибов оболочки (б)

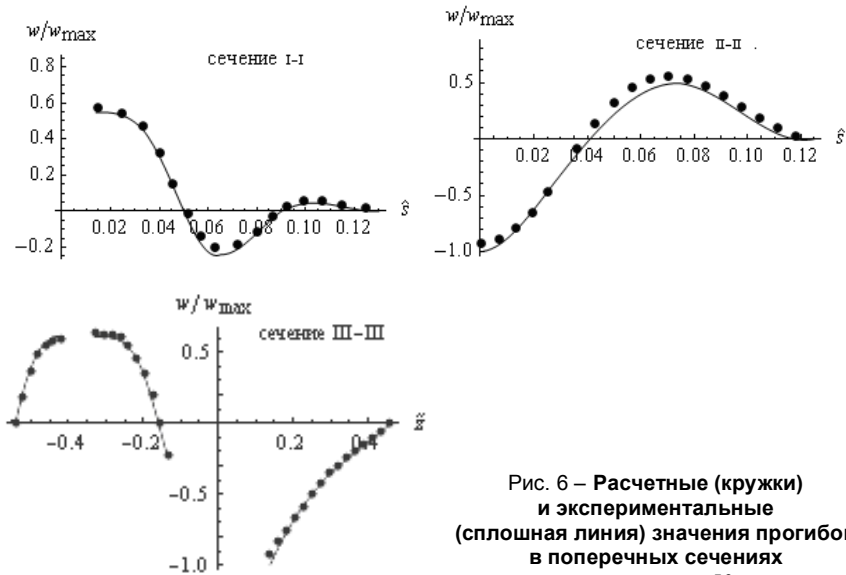


Рис. 6 – Расчетные (кружки) и экспериментальные (сплошная линия) значения прогибов в поперечных сечениях на момент  $t = 50$  с

Анализ результатов показывает, что получены приемлемо гладкие распределения перемещений, температур и напряжений оболочки, соответствующие экспериментальным данным и физическим представлениям.

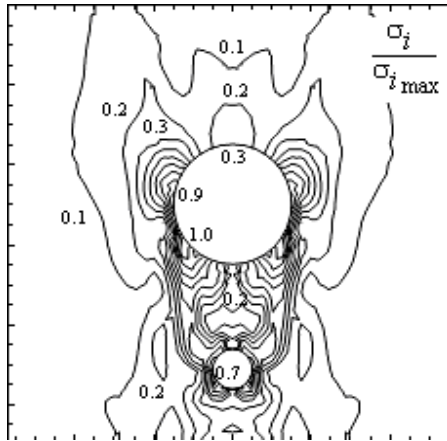


Рис. 7 – Распределение интенсивности термонапряжений на момент  $t = 50 c$

**Выводы.** В задачах определения нестационарных термонапряжений неоднородных оболочек при неполной информации о действующем температурном поле использование представленного подхода позволяет получать надежные результаты. Точность оценки НДС в этих случаях задается величиной погрешности голографического измерения поля перемещений и может быть вполне удовлетворительной. Подход не содержит принципиальных ограничений на геометрические и физико-механические характеристики исследуемых оболочек, что обеспечивает ему соответствующую практическую значимость.

Дальнейшие исследования в этой области, по мнению авторов, целесообразно проводить по совершенствованию подхода и его апробации на других, в том числе реальных, элементах конструкций для рассматриваемого класса задач.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Бек Дж.** Некорректные обратные задачи теплопроводности / Дж. Бек, Б. Блакуэлл, Ч. Сент-Клэр, мл. – М.: Мир, 1989. – 312 с.
2. **Ватульян А. О.** Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела / А. О. Ватульян. – М.: Физматлит, 2007. – 223 с.
3. **Вест Ч.** Голографическая интерферометрия / Ч. Вест; пер. с англ. – М.: Мир. – 1982. – 504 с.
4. **Дейнека В. С.** Системный анализ упругих и термоупругих неоднородных тел / В. С. Дейнека, В. И. Сергиенко. – К.: Наукова думка, 2012. – 511 с.
5. **Кузьменко В. І.** Про один підхід до відновлення фізичних полів за неповною або неточною інформацією / В. І. Кузьменко, В. Д. Ламзюк, Т. В. Кузьменко // Науковий вісник НГУ. – 2006. – № 3. – С. 60–62.
6. **Кушнір Р. М.** Обернена задача термопружності для неоднорідного циліндра за неповної інформації про теплове навантаження / Р. М. Кушнір, А. В. Ясінський // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2006. – Т. 50, № 3. – С. 140–145.

7. **Мацевитий Ю. М.** Обратные задачи теплопроводности: в 2-х т. / Ю. М. Мацевитий. – К.: Наук. думка. – Т. 1, Метрология, 2002. – 408 с.; Т. 2, Приложения, 2003. – 392 с.
8. **Островский Ю. И.** Голографические интерференционные методы измерения деформаций / Ю. И. Островский, В. П. Щепинов, В. В. Яковлев. – М.: Наука, 1988. – 248 с.
9. **Підстригач Я. С.** Вибрані праці / Я. С. Підстригач. – К.: Наукова думка, 1995. – 460 с.
10. **Постольник Ю. С.** Нелінійна прикладна термомеханіка / Ю. С. Постольник, А. П. Огурцов. – К.: НМЦ ВО МОНУ, 2000. – 280 с.
11. **Самарский А. А.** Вычислительная теплопередача / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
12. **Селиванов Ю. М.** Применение комбинированных голографических интерферрограмм к исследованию неустановившихся деформаций / Ю. М. Селиванов // Доп. НАН України. – 2007.– №6. – С. 56–60.
13. **Тихонов А. Н.** Методы решения некорректных задач. Изд. 2-е. / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М.: Наука, 1979. – 288 с.
14. Экспериментальная механика: в 2 кн. / под ред. А. Кабаяси; пер. с англ. – М.: Мир., 1990. – Кн. 1.– 616 с.; кн. 2.– 551 с.
15. **Holman J. P.** Heat transfer / J. P. Holman. – McGraw-Hill, 2010. – 726 p.

*Ю. М. Селіванов, д-р техн. наук, В. І. Кузьменко, д-р фіз.-мат. наук,  
В. Я. Адлуцький, канд. фіз.-мат. наук*

## **ВИЗНАЧЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ НАПРУЖЕНЬ НЕОДНОРІДНОЇ ОБОЛОНКИ ПРИ ЛОКАЛЬНОМУ НАГРІВІ В УМОВАХ НЕПОВНОЇ ІНФОРМАЦІЇ ПРО ТЕМПЕРАТУРНЕ ПОЛЕ**

Розглядається задача про визначення нестационарних напружень циліндричної оболонки з двома отворами при локальному нагріві через один отвір у випадку неповної інформації про температурне поле. За комбінованою голографічною інтерферограмою оболонки шляхом розв'язування оберненої задачі термопружності відновлюється її температурне поле. Обчислення характеристик напруженого стану по цьому полю проводиться з використанням методу скінченних елементів.

*Ключові слова:* неоднорідна оболонка, термопружність, зворотна задача, комбіновані голографічні інтерферограми, метод скінченних елементів.

*Yu. M. Selivanov, Dr. Sci. (Tech.), V. I. Kuzmenko, Dr. Sci. (Phys.-Math.),  
V. J. Adlucky, PhD (Phys.-Math.)*

## **DETERMINATION OF TRANSIENT STRESSES OF NONHOMOGENEOUS SHELL UNDER LOCAL HEATING WITH INCOMPLETE INFORMATION ABOUT TEMPERATURE FIELD**

The problem is considered a determination of transient stresses in a cylindrical shell with two holes during local heating through one of them, in condition of incomplete information about temperature field. Using combined holographic interferogram the temperature field is restored through the solution of inverse problem of thermoelasticity. On the basis of this field the evaluation of stresses is executed with use of finite element method.

**Keywords:** nonhomogeneous shell, thermoelasticity, inverse problem, combined holographic interferograms, finite element method.

The determination of transient stresses of nonhomogeneous thin-walled elements of modern technical equipment and structures is important and very difficult problem, especially in the case of located temperature influences with insufficient information about them. Its solution is connected with significant mathematical and experimental difficulties, simplifications of hypotheses [1, 2, 4 – 7, 9 – 11, 15], and requires application of new, more effective methods and approaches.

In the present work the specified problem is solved for the case of a cylindrical shell with two apertures with local heating through one of them, in condition of incomplete information about temperature field (fig. 1). For determination of transient stress state the following theoretical and experimental approach is used.

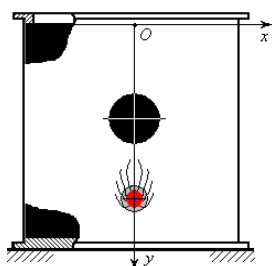


Fig. 1

The deflection field of the shell at any moment of heating is determined using its combined interferogram obtained by the holographic method of averaging in time (during heating) with preliminary exposure of the initial static state [12]. The temperature field is restored through the solution of inverse thermo-elasticity problem, and then the stress state of the shell is calculated.

The inverse problem is formulated in the weakened form and lies in the searching of temperature field for which the field of normal deflections, obtained as the solution of boundary problem, coincides with the experimentally established normal deflections within prescribed accuracy.

The functional of mean square deviations between these fields on discrete set of points serves as a measure of accuracy. The Tikhonov's regularization method [13] is used during its minimization. The direct problems are solved with the help of finite element method by modeling the shell with a uniform grid of triangular isoparametric finite elements of shell type.

The results of presented approach are displayed in Fig. 2. The combined interferogram of the shell is shown in Fig. 2, a. The restored temperature field  $(T - T_c)/(T_{\max} - T_c)$  is shown in Fig. 2 b, where  $T_{\max} = 44^{\circ}C$ ,  $T_c = 20^{\circ}C$ . The distribution of normal deflections  $w/|w_{\max}|$  is shown in Fig. 2, c, where  $w_{\max} = 1,6 \cdot 10^{-5} m$ . The stress intensity field  $\sigma_i/\sigma_{i_{\max}}$  is shown in Fig. 2, d, where  $\sigma_{i_{\max}} = 36 KPa$ . The experimental and numerical data correspond to the moment of time 50 s from the start of heating.

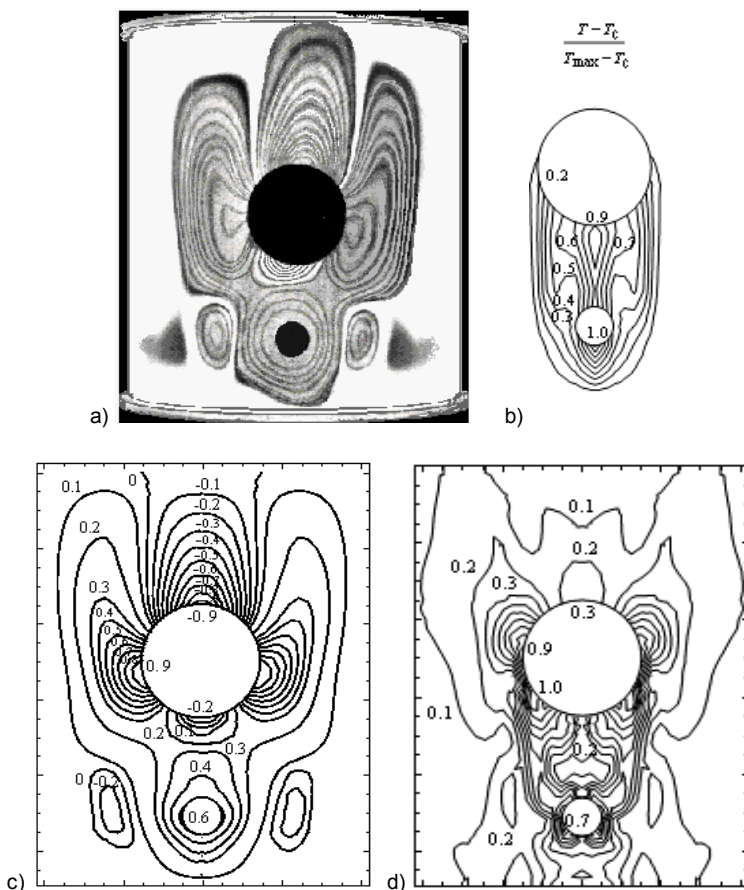


Fig. 2

The accuracy of the stress-strain state estimation is specified by value of error of holographic measurement of transient displacement field and can be quite satisfactory.

## REFERENCES

1. **Bek Dzh.** Incorrect inverse heat conduction problems / Dzh. Bek , B Blakuell, Ch. Sent-KLer ml. – Moscow: Mir, 1989. –312 p. (in Russian).
2. **Vatulyan A. O.** Inverse problems of deformable solid body / A. O. Vatulyan. – Moscow: Fizmatlit, 2007. – 223 p. (in Russian).
3. **West Ch.** Holographic interferometry / Ch. West.– Moscow: Mir, 1982. – 504 p. (in Russian).
4. **Dejneka V. S.** Systematic analysis of elastic and thermoelastic bodies / V. S. Dejneka, I. V. Serhienko. – Kiev: Naukova Dumka, 2012. – 511 p. (in Russian).
5. **Kuzmenko V. I.** About one approach to restoring of physical fields with incomplete or non-exact information / V. I. Kuzmenko, V. D. Lamzuk, T. V. Kuzmenko // Naukovy visnyk NSU. – 2006. – No. 3. – P. 60–62. (in Ukrainian).

6. **Kushnir R. M.** Inverse problem of thermoelasticity for inhomogeneous cylinder with the incomplete information about thermal loading / R. M. Kushnir, A. V. Yasinskyi // Math. methods and phis.-mech. fields. – 2006. – Vol. 50. – No. 3. – P. 140–45. (in Ukrainian).
7. **Matsevityj Ju. M.** Inverse problems of heat transfer / Ju. M. Matsevityj. – Kiev: Naukova Dumka. – Vol. 1, 2002. – 408 p. – Vol. 2, 2003. – 392 p. (in Russian).
8. **Ostrovskij Yu. I.** Holographical interferential methods of measurements of deformations / Yu. I. Ostrovskij, V. P. Schepinov, V. V. Yakovlev. – Moscow: Nauka, 1988. – 248 p. (in Russian).
9. **Podstrigatch J. S.** Selected works / J. S. Podstrigatch. – Kiev: Naukova dumka. – 1995. – 460 p. (in Ukrainian).
10. **Postolnick Yu. S.** Nonlinear applied thermomechanics / Yu. S. Postolnick, A. P. Ogurtsov. – Kyev: NMC VO MONU, 2000. – 280 p. (in Russian).
11. **Samarskiy A. A.** Computational heat transfer / A. A. Samarskiy, P. N. Vabyshevich. – Moscow: Editorial URSS. –2003. – 784 p. (in Russian).
12. **Selivanov Yu. M.** An application of combined holographic interferograms to the investigation of unset deformations / Yu. M. Selivanov. – Rep. of NAS Ukraine. – 2007. – No. 6. – P. 56–60. (in Russian).
13. **Tikhonov A. N.** Methods of solving incorrect problems / A. N. Tikhonov, V. Ya. Arsenin. – Moscow: Nauka, 1979. – 288 p. (in Russian).
14. Handbook on experimental mechanics / edited by A. S. Kobayashi. – Moscow: Mir, 1980. – Book 1. –616 p. – Book 2. –551 p. (in Russian).
15. **Holman J. P.** Heat transfer / J. P. Holman. – McGraw-Hill, 2010. – 726 p.

*Днепропетровский национальный  
университет им. Олеся Гончара  
Днепр, Украина*

*Поступила в редколлегию 24.06.2016*