УДК 519.633:536.24

# А. Г. Яковенко, д-р техн. наук МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕНОСА В ТРУБОПРОВОДАХ СИЛОВОЙ УСТАНОВКИ

Предложена математическая модель конвективного процесса теплообмена компонентов топлива в трубопроводах силовой установки. Получены распределения температур для двухфазного состояния компонентов топлива, коэффициента теплоотдачи, а также закон изменения раздела фаз. Результаты могут быть использованы при проектировании силовых установок.

**Ключевые слова:** система подачи топлива, силовая установка, фазовые превращения, сечение магистрали

Введение. Теоретические исследования сопряженного конвективного теплообмена при нестационарном режиме в трубопроводах силовой установки представляют значительные трудности. Поэтому анализ часто проводится с помощью упрощенных моделей и приближенных методов [3, 5].

Система подачи топлива обеспечивает поступление компонентов рабочего топлива из баков в камеру силовой установки и от ее совершенства зависит совершенство установки. Если такой установкой является жидкостный двигатель, то его тяга зависит от соотношения расходов компонентов, и работа системы подачи топлива определяется в значительной степени его основными параметрами – тягой и удельной тягой. Поэтому такие качества двигателя как возможность и качество регулировки тяги, надежность и точность работы зависят от того, насколько удачно выбрана применяемая на двигателях система подачи. Время «молчания» двигателя с заправленным топливом и быстрота запуска связаны с особенностями этой системы.

В двигателях с вытеснительной системой топливоподачи компоненты топлива поступают в камеру под действием избыточного давления в баках. В жидкостных двигателях с насосной системой подачи топлива давление в баках значительно меньше, чем в камере, но здесь давление поддерживается больше, чем давление в окружающей среде.

Подача в трубопроводах компонентов рабочего топлива с помощью этих систем в условиях низких температур с заданным их расходом возможна только при известных расчетных значениях, соответствующих нестационарному процессу, температуры и скоростей в потоке топлива, температуры в твердом слое и стенке магистрали.

Постановка задачи. Рассмотрим нестационарный процесс затвердевания жидкого топлива в магистрали силовой установки, внешняя поверхность стенки толщины d которой сохраняет постоянную температуру  $t_c$ .

Предположим, что топливо и стенка магистрали в начальный момент времени находится при температуре затвердевания  $t_{\phi}$ . Для моментов времени  $\tau > 0$  топливо поступает во входное сечение магистрали с постоянной скоростью  $v_0$  и при постоянной температуре  $t_0 > t_{\phi}$ . При движении теплового фронта топлива вдоль магистрали температура внешней поверхности стенки понижается до  $t_c < t_{\phi}$ . На внутренней поверхности стенки образуются отложения твердой фазы, которые изменяются с течением времени и вдоль оси магистрали. Основные допущения примем те же, что и сформулированные в [3]. Переход из жидкой фазы в твердую сопровождается поглощением скрытой теплоты фазового превращения  $\Phi$ , которую отнесем к единице массы.

При такой постановке задачи распределение температуры в потоке жидкого топлива с учетом толщины стенки магистрали, аксиальной теплопроводности описывается следующими уравнениями

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial t_1}{\partial x} = a_1 \left[ \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} + \frac{1}{r^k} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^k \frac{\partial t_1}{\partial r} \right) \right] + \frac{q_1}{c_1 \rho_1}$$
(1)

с краевыми условиями

$$t_1(0,x,r) = t_{\phi}; \quad t_1(\tau,0,r) = t_0; \quad \frac{\partial t_1(\tau V_x,\tau,r)}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial t_1(\tau,x,0)}{\partial r} = 0; \quad t_1(\tau,x,\gamma) = t_{\phi}$$

Уравнение теплопроводности для твердой фазы и стенки трубы можно представить в виде:

$$\frac{\partial t_i}{\partial \tau} = a_2 \left[ \frac{\partial^2 t_i}{\partial x^2} + \frac{1}{r^k} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^k \frac{\partial t_i}{\partial r} \right) \right] + \frac{q_i}{c_i \rho_i}, \quad 0 < x < V_x \tau, \quad \tau > 0, \qquad (2)$$
$$\gamma < r < r_c, \quad (i = 2), \quad r_c < r < r_c + d \quad (i = 3),$$

с краевыми условиями

$$t_{2}(0,x,r) = t_{3}(0,x,r) = t_{\phi}, \qquad t_{2}(\tau,0,r) = t_{\phi}, \qquad t_{2}(\tau,0,r) = t_{c},$$
  

$$\frac{\partial t_{i}(\tau V_{x},\tau,r)}{\partial x} = 0,$$
  

$$t_{2}(\tau,x,\gamma) = t_{\phi}, \qquad t_{2}(\tau,x,r_{c}) = t_{3}(\tau,x,r) = t_{x}(\tau,x), \qquad t_{3}(\tau,x,r+d) = t_{c}.$$

Уравнения (1) и (2) связаны условием Стефана на изотермической поверхности раздела фаз и равенством тепловых потоков в твердой фазе и стенке трубы

$$\lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial r}\Big|_{r=\gamma} - \lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial r}\Big|_{r=\gamma} = \rho \Phi \frac{\partial \gamma}{\partial \tau}, \quad \lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial r}\Big|_{r=r_c} = \lambda_3 \frac{\partial t_3}{\partial r}\Big|_{r=r_c},$$

полученным при  $\gamma(x,0) = r_c$ .

Приняв во внимание, что распределение скорости в потоке жидкости определяется соотношением  $\frac{V_x}{V_0} = \frac{r_c^{k+1}}{\gamma^{k+1}}$ , первые и вторые частные про-

изводные функции  $t_x(\tau, x)$  равны нулю и, обозначив  $L = Fo/\Delta^2$ , неустановившийся процесс теплообмена при затвердевании жидкого топлива в магистрали можно описать следующей системой уравнений в безразмерном виде:

$$\frac{\partial T_1}{\partial Fo} + \frac{1}{\Delta^{k+1}} \frac{\partial T_1}{\partial X} = \frac{4}{Pe^2} \frac{\partial^2 T_1}{\partial X^2} + \frac{1}{R^k} \frac{\partial}{\partial R^k} \left( R^k \frac{\partial T_1}{\partial R} \right) + Q_1; \tag{4}$$

 $\begin{array}{ll} 0 < X > L \;; & 0 < R < \Delta \;; & Fo > 0 \;; & T_1(0, X, R) = 0 \;; & T_1(Fo, 0, R) = 1 \;; \\ \\ \frac{\partial T_1(Fo, L, R)}{\partial r} = 0 \;; & \end{array}$ 

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{1}\left(Fo,X,0\right)}{\partial R} &= T_{1}\left(Fo,X,\Delta\right) = 0;\\ \frac{\partial T_{i}}{\partial Fo} &= a \left[\frac{4}{Pe^{2}} \frac{\partial^{2}T_{i}}{\partial X^{2}} + \frac{1}{R^{k}} \frac{\partial}{\partial R}\left(R^{k} \frac{\partial T_{i}}{\partial R}\right)\right] + Q_{i}\left(Fo,X\right);\\ 0 &< X < L; \quad \Delta < R < 1 \quad (i=2); \quad 1 < R < 1 + D \quad (i=3);\\ Fo &> 0; \quad T_{2}\left(0,X,R\right) = 0; \quad T_{3}\left(0,X,R\right) = T_{0}\left(X\right);\\ T_{i}\left(Fo,0,R\right) &= 0; \quad \frac{\partial T_{i}\left(Fo,L,R\right)}{\partial X} = 0; \quad T_{2}\left(Fo,X,\Delta\right) = 0; \quad T_{2}\left(Fo,X,1\right) = 1;\\ T_{3}\left(Fo,X,1\right) = 1; \quad T_{3}\left(Fo,X,1+D\right) = 0;\\ \frac{\partial T_{2}}{\partial R}\Big|_{R=1} &= T_{X} \left.\frac{\partial T_{3}}{\partial R}\Big|_{R=1}; \quad \frac{\partial T_{1}}{\partial R}\Big|_{R=\Delta} + B \left.\frac{\partial T_{2}}{\partial R}\Big|_{R=\Delta} = -K_{\Phi} \left.\frac{\partial \Delta}{\partial Fo}. \end{aligned}$$
(6)

Решение поставленной задачи ищем в области, в которой  $\Delta$  и L не принимают экстремальных значений.

Рассматриваемая задача является внутренней сопряженной задачей нестационарного конвективного теплообмена относительно неизвестных функций  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $\Delta$ ,  $T_X$ .

Решение сформулированной задачи проведем численно-аналитическим методом, основанным на представлении решений многомерных краевых задач теории теплопроводности в виде произведения решений более простых краевых задач и последующего применения конечных интегральных преобразований. Для вычисления коэффициентов равномерно сходящихся рядов, представляющих распределения температур в стенке магистрали, жидкой и твердой фазах, получены задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение этих задач получено численным методом Рунге – Кутта [3].

Одним из методов расчета теплообмена при нестационарном режиме заключается в предложении о его квазистационарности. При таком подходе принимают, что для теплоотдачи при нестационарном режиме справедливы те же зависимости, что и при стационарном, если подставить в них мгновенные значения параметров, характеризующих нестационарный процесс. Этот метод расчета может быть использован, как подтверждает сравнение теории с опытом, только при достаточно медленном изменении во времени характерных для процесса параметров.

Будем считать, что процесс теплообмена в твердом слое квазистационарный и изменение теплового потока вдоль оси, вследствие теплопроводности, пренебрежимо мало. В этом случае полученные результаты становятся пригодными либо для очень тонкого твердого слоя, либо для твердого слоя, обладающего очень большим коэффициентом теплопроводности.

Уравнение теплопроводности для твердого слоя и стенки магистрали с соответствующими краевыми условиями принимает вид:

$$\frac{\partial}{\partial R} \left( R \frac{\partial T_i}{\partial R} \right) = 0, \quad \Delta < R < 1 \quad (i = 2), \quad 1 < R < 1 + D \quad (i = 3)$$

с граничными условиями

$$T_2(\Delta) = 0$$
,  $T_2(1) = 1$ ,  $T_3(1) = 1$ ,  $T_3(1+D) = 0$ .

Решение этой задачи приводит к следующим уравнениям, описывающим распределение температуры в твердом слое и стенке магистрали:

$$T_2 = 1 - \frac{\ln R}{\ln \Delta}, \quad T_3 = 1 - \frac{\ln R}{\ln(1+D)}.$$
 (7)

Профиль поверхности раздела фаз ∆ определим из соотношения (6) с учетом уравнения (7)

$$\frac{\partial \Delta}{\partial Fo} = \frac{2}{\Delta^3 K_{\Phi}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tilde{\Psi}(Fo,n)\xi_n}{J_1(\xi_n)} \left[ 1 - 2\exp\left(\frac{Pe^2 X}{8\Delta^2}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi_n \gamma_n \sin \gamma_n X}{L\gamma_n - \sin 2\gamma_n L} \right] + \frac{B}{\Delta K_{\Phi} \ln \Delta} . \tag{8}$$

Пользуясь законом Фурье и уравнениями (7), получим выражение для безразмерного местного неустановившегося теплового потока на стенке магистрали

$$H(Fo, X) = -\frac{B}{\ln \Delta}.$$
 (9)

Левая часть этого уравнения представляет собой местное число Нуссельта, в котором коэффициент теплоотдачи отнесен к начальному температурному напору.

Аналогичные соотношения получим для случая течения жидкого топлива в магистрали, представляющей плоскую трубу:

$$T_2 = \frac{R - \Delta}{1 - \Delta},\tag{10}$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial Fo} = \frac{2}{\Delta^3 K_{\Phi}} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (-1)^{n-1} \varepsilon_n \tilde{V}(Fo, n) \times \left[ 1 - 2 \exp\left(\frac{Pe^2 X}{8\Delta}\right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tilde{Z}(Fo, n) \gamma_n \sin \gamma_n X}{L \gamma_n - \sin 2\gamma_n L} \right] \right\} + \frac{B}{(1-\Delta)\Delta K_{\Phi}}, \quad Fo > x, \quad H^*(Fo, x) = \frac{B}{1-x}. \quad (12)$$

Результаты расчетов представлены в виде графиков. На рис. 1 приведена зависимость радиуса поверхности раздела фаз от времени для различных значений чисел Пекле, D = 0,2 и x = 0,05. Также приведена зависимость и для предельного случая ( $Pe \rightarrow \infty$ ), соответствующего пренебрежимо малому влиянию осевой теплопроводности.



Рис.1 – Изменение радиуса поверхности раздела фаз для различных Pe в зависимости от времени, D=0,2 , x=0,05

Как видно из рис. 1, радиус поверхности раздела фаз увеличивается с возрастанием числа Пекле. Это объясняется тем, что увеличение *Pe* приводит к возрастанию притока тепла от жидкости к твердому слою вследствие увеличения скорости жидкости на входе. Приток тепла также тем больше, чем меньше аксиальное расстояние от теплового входа, т.е. чем больше число *Pe*.

Изменение местного неустановившегося теплового потока во времени для различных Pe, D = 0,2 и x = 0,05 представлено на рис. 2. Из полученных результатов следует, что изменение местного неустановившегося теплового потока существенно зависит от числа Pe. С увеличением этой величины значения местного теплового потока возрастают. Уменьшение местного теплового потока с уменьшением числа Pe происходит тем больше, чем выше значение Fo.

Укажем, что решение для неустановившегося режима не будет иметь физического смысла после того, как проходное сечение трубы достигнет некоторого наименьшего предельного значения. Это объясняется тем, что неограниченно большие скорости не могут быть физически осуществлены. Следует отметить, что результаты проведенного анализа хорошо согласуются с известными теоретическими результатами [5], которые соответствуют неустановившемуся режиму затвердевания без учета толщины стенки магистрали и аксиальной теплопроводности в потоке топлива и твердом слое.



Рис. 2 – Изменение местного теплового потока во времени для различных Pe, D = 0,2, x = 0,05

В системах, предназначенных для выполнения кратковременных задач, используются энергетические системы с расходуемым рабочим телом [4, 7, 8].

Для проектирования системы подачи компонентов рабочего топлива силовой установки, необходимо учитывать значения температуры окружающей среды. Так, температура поверхности в зависимости от времени  $\tau$  в земных сутках, определяемая выражением [1]

$$T = 373,5\sin^{1/6}\left(\frac{90\tau}{7}\right),$$

принимает значение около 120 К. Поэтому при выборе топлива необходимо проанализировать ряд его свойств, среди которых важное значение приобретает величина молекулярной массы продуктов сгорания, температуры затвердевания. Топливо необходимо подавать к силовой установке по трубопроводам определенное количество каждого компонента с заданным расходом и давлением. В классе однокомпонентных топлив из-за низкой молекулярной массы продуктов сгорания наилучшим является гидразин  $N_2H_4$  с температурой затвердевания 274 *К*. Однокомпонентным топливом для силовых установок является перекись водорода, представляющая при нормальной температуре бесцветную жидкость с температурой затвердевания, при концентрации менее 100 %, 218 *К*. По температуре затвердевания 100%-ная перекись не удовлетворяет тактико-техническим требованиям. Но водные растворы ее имеют более низкую температуру замерзания. Приведем значения температур затвердевания для некоторых компонентов топлива, обладающих хорошими физическими свойствами и пригодных для длительного хранения [2]: горючее – монометилгидразин (221 *К*), диметилгидразин несимметричный (НДМГ) (216 *К*), аэрозин (226 *К*), окислители – азотная кислота (230 *К*), четырехокись азота (262 *К*).

В связи с этим для силовых установок эксплуатационные расходы в системах терморегулирования должны отвечать теплообмену при кристаллизации компонентов топлива в трубопроводах в различных условиях.

При проектировании системы подачи топлива важным является обеспечение силовой установки заданным расходом топлива при выходе его из периода «молчания». А это определяется сопряженным процессом теплообмена в магистрали с учетом толщины стенки d, аксиальной тепло-проводности при постоянной температуре внешней поверхности стенки  $t_c$ . Эта температура ниже температуры затвердевания жидкого топлива  $t_{\phi}$ . Предположим, что топливо имеет однородную температуру  $t_o$  и постоянную скорость  $v_o$  во входном теплоизолированном сечении магистрали, где начинается охлаждение. Когда топливо течет по магистрали, его температура достигает температуры затвердевания и толщина твердой фазы на стенке магистрали возрастает. Течение в магистрали предполагается вынужденным. Введем основные допущения в постановку задачи:

- а) физические свойства каждой фазы не зависят от температуры;
- б) тепловое сопротивление стенки магистрали пренебрежимо мало;
- в) жидкое топливо является несжимаемым и не имеет посторонних примесей;
- г) твердый слой является гладким, однородным и изотропным;
- д) распределение температуры в стенке является двумерным;
- е) в потоке топлива, твердом слое и стенке магистрали действуют источники тепла заданной мощности.

На основании приведенных допущений получена следующая система уравнений для жидкой, твердой фазы и стенки магистрали.

Уравнение энергии для жидкой фазы:

$$\vartheta_{x} \frac{\partial t_{1}}{\partial x} = a_{1} \left[ \frac{\partial^{2} t_{1}}{\partial x^{2}} + \frac{1}{r^{k}} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^{k} \frac{\partial t_{1}}{\partial r} \right) \right] + \frac{q_{1}}{c_{1} \rho_{1}}; \quad 0 < r < \gamma(x); \quad x > 0$$
(13)

#### с граничными условиями

при 
$$x = 0$$
  $t_1(x, r) = t_0;$   $\frac{\partial t_1}{\partial x} = 0;$   
при  $r = 0$   $\frac{\partial t_1}{\partial r} = 0;$   
при  $r = \gamma(x)$   $t_1(x, r) = t_d,$ 

где  $k = \overline{0,1}$  – плоскопараллельная и цилиндрическая магистрали соответственно.

При вынужденном течении скорость  $\vartheta_x$  определяется из соотношения

$$\frac{\vartheta_x}{\vartheta_o} = \frac{r_c^{k+1}}{\gamma^{k+1}} \,.$$

Уравнение теплопроводности для твердой фазы и стенки магистрали можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 t_i}{\partial x^2} = \frac{1}{r^k} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^k \frac{\partial t_i}{\partial r} \right) + \frac{q_i}{\lambda_i} = 0; \quad \gamma(x) < r < r_c \quad (i = 2);$$

$$r_c < r < r_c + d \quad (i = 3); \quad x > 0 \quad (14)$$

с граничными условиями

при 
$$x = 0$$
  $t_2(x,r) = t_{\phi}$ ;  $t_3(x,r) = t_c$ ;  $\frac{\partial t_i}{\partial x} = 0$ ;  
при  $r = \gamma(x)$   $t_2(x,r) = t_{\phi}$ ;  
при  $r = r_c$   $t_2(x,r) = t_3(x,r) = t_x(x)$ ;  $\lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial r} = \lambda_3 \frac{\partial t_3}{\partial r}$ ;  
при  $r = r_c + d$   $t_3(x,r) = t_c$ ;

$$\lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial r}\Big|_{r=\gamma(x)} - \lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial r}\Big|_{=\gamma(x)} = 0.$$
(15)

После приведения уравнения энергии (13) с его граничными условиями к безразмерному виду, получим

$$\frac{1}{\Delta^{k+1}} \frac{\partial T_1}{\partial x} = \frac{4}{Pe^2} \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{1}{R^k} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^k \frac{\partial T_1}{\partial R} \right) + Q_1;$$
  
$$0 < R < \Delta(x); \ x > 0; \qquad (16)$$

$$T_1(0,R) = 1; \quad \left(\frac{\partial T_1}{\partial x}\right)_{x=0} = 0; \quad \left(\frac{\partial T_1}{\partial R}\right)_{R=0} = 0; \quad T_1(x,\Delta) = 0.$$

Уравнение теплопроводности (14) для твердой фазы и стенки магистрали, после приведения к безразмерному виду и введения новой функции  $\theta_i = T_i - (R - \Delta)/(1 - \Delta)$ , приводящей граничные условия по переменной R к однородным, сводится к уравнению вида

$$\frac{4}{Pe^{2}}\frac{\partial^{2}\theta_{i}}{\partial x^{2}} + \frac{1}{R^{k}}\frac{\partial}{\partial R}\left[R^{k}\frac{\partial\theta_{i}}{\partial R}\right] = \frac{4(1-R)\left[(1-\Delta)\ddot{\Delta}+2\dot{\Delta}\right]\dot{\Delta}^{1-k}}{Pe^{2}(1-\Delta)^{2}} - \frac{k}{R(1-\Delta)} - Q_{i}(x) \quad (17)$$

для

$$\Delta(x) < R < 1; \quad x > 0 \quad (i = 2); \quad 1 < R < 1 + D; \quad x > 0 \quad (i = 3);$$

с граничными условиями

$$\theta_i(0,R) = \frac{\Delta(0) - R}{1 - \Delta(0)}; \quad \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{(1 - R)\Delta(0)}{(1 - \Delta(0))^2};$$
  
$$\theta_2(x, \Delta(x)) = 0; \quad \theta_2(x, 1) = \theta_3(x, 1); \quad \theta_3(x, 1 + D) = (\Delta - 1 - D)/(1 - \Delta).$$

Условия взаимодействия жидкой и твердой фазы на поверхности раздела фаз и внутренней поверхности магистрали принимают вид:

$$\left(\frac{\partial \Theta_2}{\partial R}\Big|_{R=\Delta} + \frac{1}{1-\Delta}\right) B - \frac{\partial T_1}{\partial R}\Big|_{R=\Delta} = 0 , \quad \frac{\partial T_2}{\partial R}\Big|_{R=1} = T_x \frac{\partial T_3}{\partial R}\Big|_{R=1}.$$
(18)

Уравнения (16) – (18) полностью описывают математическую постановку рассмотренной выше задачи затвердевания. Решение этой задачи ищем в области, где  $\Delta(x)$  не принимает экстремальных значений.

Рассматриваемая задача является стационарной сопряженной задачей теплообмена относительно известных функций  $T_1(x, R)$ ,  $T_2(x, R)$ ,  $T_3(x, R)$ ,  $\Delta(x)$ ,  $T_x(x)$ .

Указанные функции определяются системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. При рассмотрении такой системы точные методы приводят к непреодолимым трудностям. Поэтому при решении практических задач такого типа используются численные и комбинированные методы [3].

В основу алгоритма решения приведенной задачи положено конечное интегральное преобразование с переменными пределами интегрирования. Применение такого интегрального преобразования позволяет свести систему дифференциальных уравнений в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно преобразованных функций.

Используя описанный алгоритм, определим распределение температур в потоке топлива, твердом слое и стенке магистрали, температуру сопряжения для случая плоскопараллельной магистрали *i* = 0 :

$$T_1(x,R) = \frac{2}{\Delta} \sum_{n=1}^{\infty} U_n(x) \cos \frac{\varepsilon n}{\Delta} R , \qquad (19)$$

$$T_2(x,R) = \frac{2}{1-\Delta} \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x) \sin \frac{n\pi(R-\Delta)}{1-\Delta} + \frac{R-\Delta}{1-\Delta},$$
 (20)

$$T_3(x,R) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi}{D} (R-1) \left( \cos \frac{n\pi}{D} x - ctg \frac{n\pi}{D} L \sin \frac{n\pi}{D} x + \frac{\sin \frac{n\pi}{D} x}{\sin \frac{n\pi}{D} L} \right) - \frac{R-1-D}{D},$$

$$T_{x} = \left(\frac{1}{1-\Delta} + \frac{2\pi}{(1-\Delta)^{2}}\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} n\psi_{n}\right) \left(\frac{2}{D}\sum_{n=1}^{\infty} x \cos\frac{2\pi}{D} x + \left(1-\cos\frac{2\pi}{D}L\right) \frac{\sin\frac{2\pi}{D}x}{\sin\frac{2\pi}{D}L} - \frac{1}{D}\right)^{-1},$$

где  $\varepsilon_n = \pi (2n-1)/2$ ; коэффициенты рядов Фурье определяются соответствующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений с заданными краевыми условиями.

На рис. З приведена зависимость профиля раздела фаз от осевой координаты и различных значений коэффициента затвердевания при D = 0,2 и i = 0.



Рис. 3 – Зависимость профиля раздела фаз от коэффициента затвердевания для D = 0,2 и i = 0

Влияние коэффициента затвердевания на теплоотдачу в потоке жидкого топлива при D = 0,2 показано на рис. 4.



Рис. 4 – Теплоотдача в потоке компонента топлива в зависимости от коэффициента затвердевания для D=0,2 и i=0

Из приведенных графиков следует, что найденное значение числа Нуссельта в частном случае теплообмена для достаточно больших значений осевой координаты приближается к предельному значению, соответствующему коэффициенту теплоотдачи для плоской трубы.

Выводы. Таким образом, показано, что при установившемся конвективным сопряженным процессом теплообмена в трубопроводах силовой установки учет аксиальной теплопроводности приводит к существенному увеличению расчетной толщины образующегося твердого слоя на термически начальном участке теплообмена. Вместе с тем, показано влияние на теплообмен коэффициента затвердевания и формы поперечного сечения трубопровода.

Эти результаты использовались при расчете системы подачи топлива двигательной установки. С помощью полученных выражений определялись величины тепловых потоков, поступающих от компонентов рабочих топлив к стенке трубопровода. Это дало возможность поддерживать необходимую температуру внешней поверхности трубопровода. Благодаря приведенным расчетам удалось снизить затраты материалов на термостатирование элементов двигательной установки сберечь энергоресурсы аппарата и запасы топлива.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. *Маккей Б. Дональд* Конструирование космических силовых установок / Дональд Б. Маккей. – М. : Машиностроение, 1996. – 375 с.

2. *Кудрявцев В. М.* Основы теории и расчета жидкостных ракетных двигателей / В. М. Кудрявцев. – М.: Высшая школа, 1993. – 368 с.

3. *Яковенко В. О.* Моделювання процесів переносу в областях з рухомими межами під дією енергії надвисоких частот : [монографія] / В. О. Яковенко. – Дніпропетровськ : Академія митної служби України, 2009. – 196 с.

4. *Яковенко А. Г.* Гидродинамическое программирование двигательной установки малой тяги космического аппарата / А. Г. Яковенко, М. И. Кошкин // Технологические системы. – 2002. – № 1. – С. 53–61.

5. *Яковенко А. Г.* Математическая модель нестационарных тепловых процессов в силовой установке / А. Г. Яковенко, В. А. Яковенко // Вісн. Дніпропетровського ун-ту, Сер.: Ракетно-космічна техніка. – 2002. – Вип. 6. – С. 66–69.

6. *Яковенко А. Г.* Математическая модель элемента системы терморегулирования космического летательного аппарата / А. Г. Яковенко, В. И. Драновский, М. И. Кошкин // Технологические системы. – 2003. – № 1. – С. 49–53.

7. *Яковенко А. Г.* Моделирование процесса взаимодействия струй в емкости / А. Г. Яковенко, М. И. Кошкин, В. А. Яковенко // Вісн. Дніпропетровського ун-ту, Сер.: Ракетно-космічна техніка. – 2002. – Вип. 6. – С. 37–41.

8. *Яковенко А. Г.* Проектирование элементов системы подачи топлива силовой установки / А. Г. Яковенко, В. А. Яковенко // Наук. вісн. Нац. гірничого ун-ту. – 2003. – № 2 – С. 70–71.

## О. Г. Яковенко, д-р техн. наук

## МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПЕРЕНОСУ В ТРУБОПРОВОДАХ СИЛОВОЇ УСТАНОВКИ

Запропоновано математичну модель конвективного процесу теплообміну компонентів палива у трубопроводах силової установки. Одержано розподіли температур для двохфазного стану компонентів палива, коефіцієнти тепловіддачі, а також закон зміни розподілу фаз. Результати можуть бути використані при проектуванні силових установок.

Ключові слова: система подання палива, силова установка, фазові перетворення, переріз магістралі

# A. G. Yakovenko, Dr. Sci. (Tech.) MODELLING OF TRANSER PROCESS IN POWER-PLANT PIPELINES

The mathematical model of steady convection process of fuel components heat exchange in pipelines of aircraft power-plant was offered. Temperature distribution for a two-phase state of fuel components, heat-transfer coefficient and the law of variation interphase boundary were received.

Keywords: fuel supply system, power-plant, phase change, main section

This paper presents the mathematical model of convective heat transfer process of the fuel components in the pipelines of the power plant. Distributions of temperature for the two-phase state of the fuel components, the heat transfer coefficient, and the law of phase changes were obtained. All the results are presented as graphs.

Analysis of results for transient heat flow shows that decrease of local heat flux under decrease in the number Pe is greater than the above value.

We pointed out that the solution for the transient regime would have not a physical sense after the passage section of the pipe reaches a certain limit value. The reason is that the infinitely large speed cannot be physically reached. It should be noted that the results of the analysis are in good agreement with the known theoretical data [5]. Also these results correspond to the transient operation of solidification (trunk wall thickness and the axial flow of thermal conductivity in the solid fuel layer were out of consideration).

For a steady state convective heat transfer the axial thermal conductivity is considered. It leads to a significant increase in the estimated thickness of the resulting solid layer at the initial thermal area of heat exchange. The effect of the solidification coefficient and cross-sectional shape of the pipeline on the heat transfer was shown.

These results were used in calculating the fuel supply system of the propulsion system. With the help of the obtained equations the heat flows coming from the working components of fuels to the wall of the pipe were determined. That gave opportunity to maintain the necessary temperature of the pipe surface. All calculations helped to reduce the cost of materials of the temperature control elements of the propulsion system, and to save energy and fuel.

## REFERENCES

1. *McKey B. Donald* Constructing cosmic power unit / Donald B. McKey. – Moscow, 1996. – 375 p. (in Russian)

2. *Kudryavcev V. M.* Basics of the theory and calculations of liquid rocket engine / V. M. Kudryavcev. – Moscow, 1993. – 368 p. (in Russian)

3. **Yakovenko V. O.** Modelling transfer processes in the field with moving boundaries under the action of microwave energy / V. O. Yakovenko. – Dnipropetrovsk, 2009. – 196 p. (in Ukranian)

4. **Yakovenko A. G.** Hydrodynamic programming of low-powered motor set of a spaceship / A. G. Yakovenko, M. I. Koshkin // Technological systems. – 2002. – No 1. – P. 53–61. (in Russian)

5. **Yakovenko A. G.** Mathematical model of non-stationary heat processes in power unit / A. G. Yakovenko, V. O. Yakovenko // Bulletin of Dnipropetrovsk University. Rocket and space technique. – 2002. – Vol. 6. – P. 66-69. (in Russian)

6. **Yakovenko A. G.** Mathematical model of the element of heat-regulating system for spaceship / A. G. Yakovenko, V. I. Dranovsky, M. I. Koshkin // Technological systems. – 2003. – No 1. – P. 49–53. (in Russian)

7. **Yakovenko A. G.** Modelling process of interaction of flows in a vessel / A. G. Yakovenko, M. I. Koshkin, V. O. Yakovenko // Bulletin of Dnipropetrovsk University. Rocket and space technique. – 2002. – Vol. 6. – P. 37–41. (in Russian)

 Yakovenko A. G. Designing of elements of fuel feed system for power unit / A. G. Yakovenko, V. O. Yakovenko // Bulletin of Dnipropetrovsk National Mining university. - 2003. – No 2 – P. 70–71. (in Russian)

Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара Дніпро, Україна

Надійшла до редколегії 09.11.2016