

УДК 539.3

В. С. Гудрамович¹, чл.-кор. НАН України, д-р техн. наук,
Э. Л. Гарт¹, канд. физ.-мат. наук, К. А. Струнин²

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ УПРУГОЙ СРЕДЫ С ДВУМЯ СОПРЯЖЕННЫМИ ЭЛЛИПСООБРАЗНЫМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ

Проведено численное моделирование напряженно-деформированного состояния плоского элемента упругой неоднородной среды с двумя сопряженными эллипсообразными включениями, жесткость одного из которых меняется. Исследовано взаимовлияние включений с помощью стандартного пакета конечноэлементного анализа ANSYS.

Ключевые слова: упругая неоднородная среда, сопряженные эллипсообразные включения, пора, метод конечных элементов.

Введение. Исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) тел с включениями, порами, трещинами – важное направление в механике деформируемого твёрдого тела. Включения оказывают влияние на процессы деформирования, они могут приводить к концентрации напряжений, появлению дефектов формы или локальному разрушению конструкции. Разного рода дефекты (фазовые превращения в материалах, коррозия, растрескивание, поры и т.д.) образуются в процессах изготовления материалов (порошковая металлургия, керамическое производство, литье, композитные материалы и др.) [1, 2, 8], а также при их эксплуатации. При деформировании в материале происходят фазовые превращения, приводящие к нарушению его сплошности и определяющие начало процесса разрушения [6]. Такие исследования вызывают особый интерес.

При изучении сред с нарушениями сплошности эффективно применение численных методов [3 – 5], которые являются достаточно универсальными, в отличие аналитических методов решения соответствующих задач. К основным численным методам решения задач механики, получившим широкое распространение, относятся методы конечных разностей, граничных элементов, метод конечных элементов (МКЭ) [7].

В настоящей работе проведен конечноэлементный анализ влияния изменения жесткости одного из двух сопряженных эллипсообразных включений, «размягчающегося» и переходящего в пору, на НДС плоского элемента упругой среды, моделирующего её поведение в указанных выше технологических процессах.

Постановка задачи. Рассмотрим плоский элемент упругой среды, моделируемый неоднородной изотропной прямоугольной пластиной Ω_1

¹© В. С. Гудрамович, Э. Л. Гарт, К. А. Струнин, 2017

с двумя сопряженными включениями (рис. 1). Через L_1, L_2 обозначены длины сторон пластины; S_1, S_2 – большая и малая полуоси эллипсообразного включения Ω_2 ; S_3 – часть малой полуоси включения Ω_3 . На части границы области Ω_1 ($0 \leq x \leq L_1, y=0$ и $0 \leq x \leq L_1, y=L_2$) заданы постоянные растягивающие усилия. Необходимо определить поля деформаций и напряжений в пластине с двумя сопряженными эллипсообразными включениями при изменении жесткости прилегающего к Ω_2 включения Ω_3 .

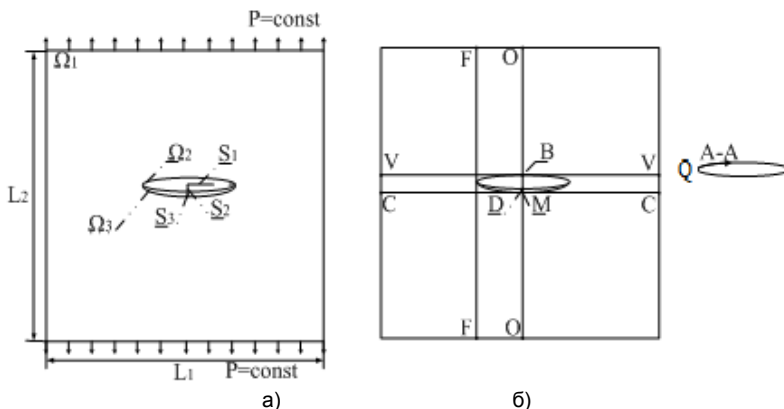


Рис. 1 – Схема нагружения:
 а) геометрия пластины с двумя сопряженными эллипсообразными включениями; б) характерные сечения

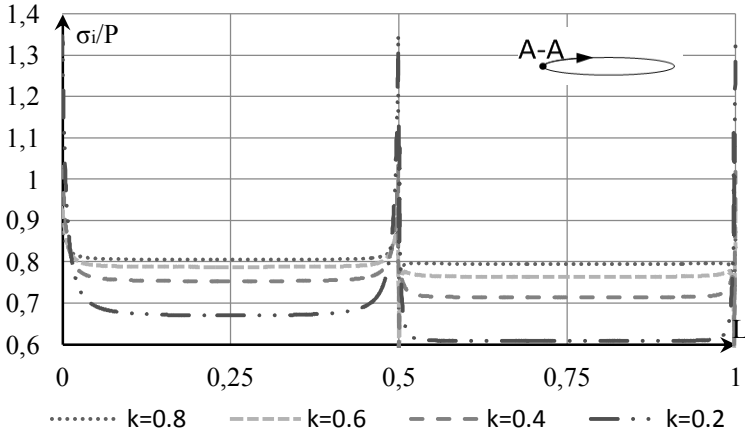
Численный анализ. Вычисления проведены с помощью стандартного пакета прикладных программ ANSYS [9] на ПК HP Z440 Workstation, с тактовой частотой Intel® Xeon® CPU E5-1620 V3 3,5 GHz, оперативной памятью 32 GB, разрядность системы – x64. Количество конечных элементов – 55484, количество узлов – 111129. Время расчета в среднем – 0,3 мин.

Результаты получены для квадратной пластины $L_1 \times L_2 = 0,4 \times 0,4$ м с протяженным эллипсообразным включением Ω_2 с большой полуосью $S_1 = 0,07$ м, малой полуосью $S_2 = 0,005$ м и прилегающим к нему «полуэллиптическим» включением Ω_3 с большой полуосью S_1 и малой полуосью $S_2 + S_3$, $S_3 = 0,01$ м. Относительная жесткость включений $k = G_{\Omega_3} / G_{\Omega_2} < 1$ (включения Ω_3 по отношению к Ω_2); взяты материалы со следующими модулями упругости E и коэффициентами Пуассона ν : пластина – $E_{\Omega_1} = 210$ ГПа; $\nu_{\Omega_1} = 0,3$; включение – $E_{\Omega_2} = 70$ ГПа; $\nu_{\Omega_2} = 0,36$. Внешняя нагрузка $P = 10$ МПа.

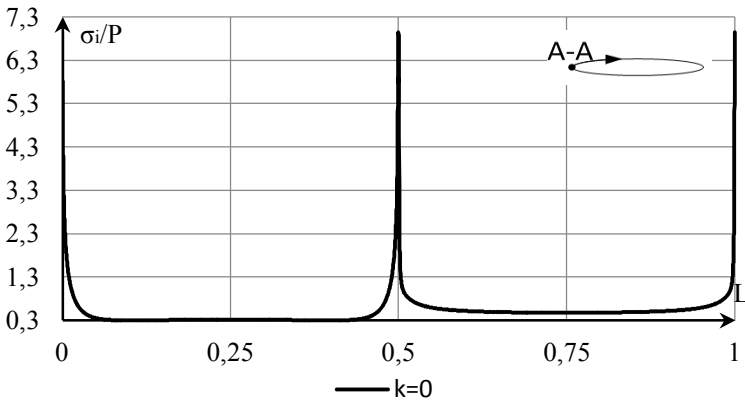
При уменьшении жесткости ($k \rightarrow 0$) «полуэллиптическое» включение Ω_3 «размягчается», переходя в пору. Рассмотрено несколько вариантов

изменения относительной жесткости прилегающего включения ($k=0,8; 0,6; 0,4; 0,2$) и отдельно случай $k=0$, когда в пластине образовалась пора.

На рис. 2 приведено распределение относительной интенсивности напряжений σ_i/P по развертке А–А включения Ω_2 : для $L \in [0; 0,5]$ (L – безразмерная величина, выражающая параметрическое расстояние по развертке контура включения, $0 \leq L \leq 1$) – по верхней границе эллипсообразного включения Ω_2 (сопряжение с пластиной Ω_1); для $L \in [0,5; 1]$ – по границе раздела эллипсообразного включения Ω_2 с сопряженным к нему включением Ω_3 .



а)



б)

Рис. 2 – Распределение относительной интенсивности напряжений σ_i/P по развертке А–А включения Ω_2 : а) для $k=0,8; 0,6; 0,4; 0,2$; б) для $k=0$

Для $k = 0,8$ и $k = 0,2$ в точке контура при $L=0,25$ различие между максимальными значениями σ_i/P составило $\sim 21\%$, для $k = 0,2$ – в ~ 2 раза больше, чем при $k = 0$ (образование поры). В точке контура при $L=0,75$ разница между значением σ_i/P при $k = 0,8$ и $k = 0,2$ – $\sim 32\%$, при $k = 0,2$ и $k = 0$ – $\sim 30\%$.

На рис. 3 приведены значения σ_i/P в точке Q (рис. 1, б), расположенной на конце большой полуоси эллипсообразного включения Ω_2 , при различных коэффициентах относительной жесткости прилегающего включения k . При $k = 0,8$ и $k = 0,4$ разница между максимальными значениями σ_i/P – $\sim 28\%$, при $k = 0,4$ и $k = 0,2$ – $\sim 32\%$. В случае образовавшейся поры ($k = 0$) различие между максимальными значениями σ_i/P в ~ 6 раз больше, чем при $k = 0,2$.

На рис. 4 приведено распределение σ_i/P в сечении С–М, $L \in [0; 0,5]$ (при $L \in [0,5; 1]$ результаты аналогичные). Для $k = 0,2$ и $k = 0,8$ разница между максимальными значениями σ_i/P – $\sim 15\%$, для $k = 0,2$ и $k = 0$ – $\sim 67\%$.

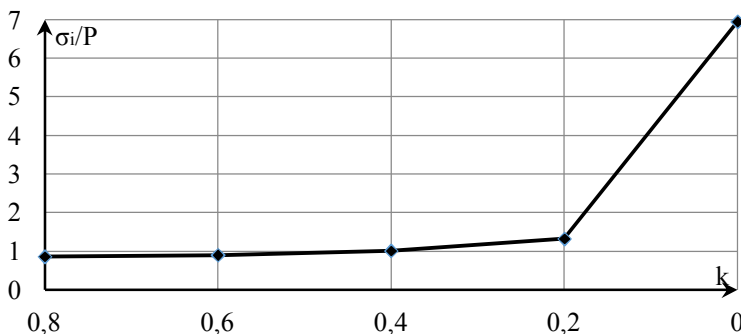


Рис. 3 – Значения σ_i/P в пробной точке Q включения Ω_2 при различных k

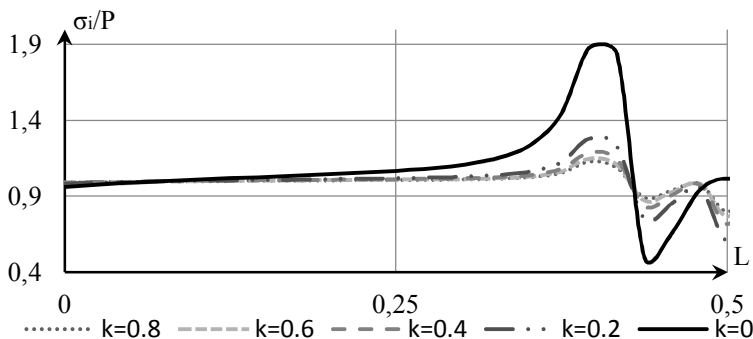


Рис. 4 – Распределение σ_i/P в сечении С–М плоского элемента среды для различных k

На рис. 5 приведено распределение σ_i/P в сечении F–F. В случае образовавшейся поры (рис. 5, б) наблюдается резкое возрастание коэффициента концентрации напряжений.

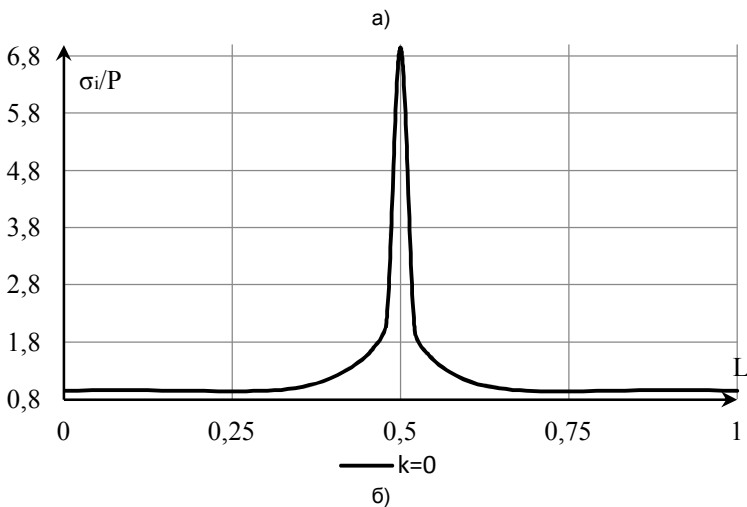
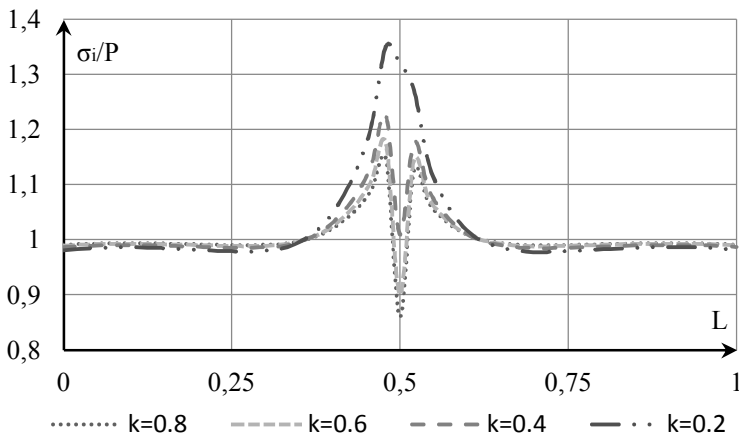


Рис. 5 – Распределение σ_i/P в сечении F–F плоского элемента среды: а) для $k=0,8; 0,6; 0,4; 0,2$; б) для $k=0$

Рис. 6 иллюстрирует распределение σ_i/P в сечении V–B, $L \in [0; 0,5]$. При $k = 0,2$ и $k = 0,8$ разница σ_i/P в местах концентрации составила ~15%, при $k = 0,2$ и $k = 0$ – ~53%.

Разница между максимальными значениями σ_i/P для $k = 0,2$ и $k = 0,8$ в точке контура при $L = 0,5$ составила ~22%, при $k = 0$ в ~2 раза больше, чем при $k = 0,2$.

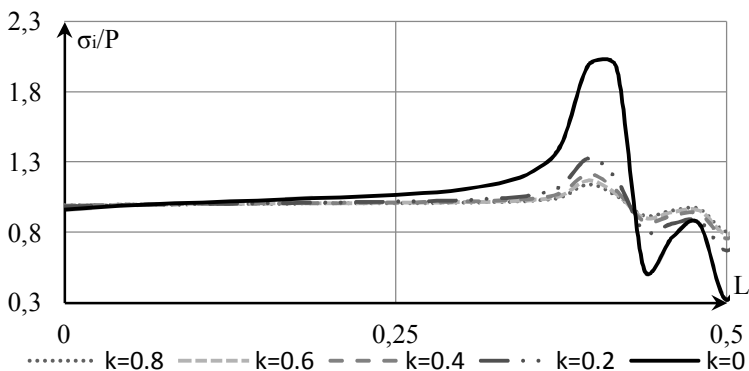


Рис. 6 – Распределение σ_i/P в сечении V–V плоского элемента среды для различных k

На рис. 7 приведены σ_i/P в точках М, В, D контуров включений Ω_2 и Ω_3 при различных k .

Разница между значениями σ_i/P в точке М включения Ω_3 при $k = 0,2$ и $k = 0$ составила $\sim 7\%$, при $k = 0,8$ и $k = 0,2$ – $\sim 5\%$. Различие σ_i/P в точке D включения Ω_2 при $k = 0,2$ и $k = 0$ – $\sim 44\%$, при $k = 0,8$ и $k = 0,2$ – $\sim 21\%$. В точке В того же включения при $k = 0,8$ и $k = 0,2$ – $\sim 22\%$, при $k = 0$ в ~ 2 раза больше, чем при $k = 0,2$.

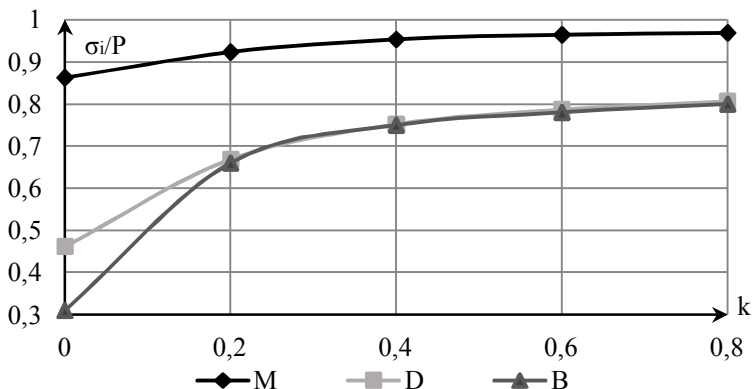


Рис. 7 – Значения σ_i/P в пробных точках контуров включений Ω_2 и Ω_3 при различных k

Выводы. С использованием стандартного пакета МКЭ-анализа ANSYS исследовано НДС упругой неоднородной среды с двумя сопряженными протяженными эллипсообразными включениями, жесткость

одного из которых изменяется (включение «размягчается»). Получено распределение интенсивности напряжений в характерных сечениях плоского элемента среды, по развертке контура включений, в пробных точках контура при различной жесткости одного из сопряженных включений ($k \rightarrow 0$) и для случая образовавшейся поры. Рассмотрение большего количества включений не представляет принципиальных трудностей.

Уменьшение относительной жесткости включений инициирует процесс порообразования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Анциферов В. Н.** Механика процессов прессования порошковых и композиционных материалов / В. Н. Анциферов, В. Е. Перельман. – М.: Грааль, 2001. – 628 с.
2. **Бабич Б. Н.** Металлические порошки и порошковые материалы / Б. Н. Бабич, Е. В. Вершинина. – М.: ЭКОМЕТ, 2005. – 228 с.
3. **Гарт Е. Л.** Проекційно-ітераційні схеми реалізації методу скінченних елементів у задачах деформування пластин з отворами та включеннями / Е. Л. Гарт, В. С. Гудрамович // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2013. – Т. 56, № 2. – С. 48–59.
4. **Гудрамович В. С.** Моделирование поведения плоскодеформируемых упругих сред с протяженными эллипсообразными и прямоугольными включениями / В. С. Гудрамович, Э. Л. Гарт, К. А. Струнин // *Фізико-хімічна механіка матеріалів.* – 2016. – Т. 52, № 6. – С. 25–31.
5. **Гудрамович В. С.** Моделирование процесса деформирования пластины с упругими протяженными включениями на основе метода конечных элементов / В. С. Гудрамович, Э. Л. Гарт, К. А. Струнин // *Техн. механика.* – 2014. – № 2. – С. 12–24.
6. **Морозов Н. Ф.** Зоны фазовых переходов и фазовые превращения упругих тел при различных видах напряженного состояния / А. Ф. Морозов, А. Б. Фрейдин // *Тр. мат. ин-та им. В. А. Стеклова*, 1998. – Т. 223. – С. 220–223.
7. **Оден Дж.** Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред. Пер. с англ. / Дж. Оден. – М.: Мир, 1976. – 464 с.
8. **Штерн М. Б.** Механічні та комп'ютерні моделі консолідації гранульованих середовищ на основі порошків металів і кераміки при деформуванні та спіканні / М. Б. Штерн, В. Д. Рудь; під ред. В. В. Скорохода. – Луцьк: РВВ ЛНТУ, 2010. – 232 с.
9. **ANSYS release 11.0** Documentation for ANSYS WORKBENCH [Электронный ресурс] : ANSYS Inc. – Электрон. дан. и progr. – [Б. м.], 2007.

УДК 539.3

*В. С. Гудрамович, чл.-кор. НАН України, д-р техн. наук,
Е. Л. Гарт, канд. фіз.-мат. наук, К. А. Струнін*

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ ПРУЖНОГО СЕРЕДОВИЩА З ДВОМА СПРЯЖЕНИМИ ЕЛІПСОПОДІБНИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

Проведено числове моделювання напружено-деформованого стану плоского елемента пружного неоднорідного середовища з двома спряженими еліпсоподібними включеннями, жорсткість одного з яких змінюється.

Досліджено взаємовплив включень за допомогою стандартного пакету скінченноелементного аналізу ANSYS.

Ключові слова: неоднорідне пружне середовище, спряжені еліпсоподібні включення, метод скінченних елементів.

UDC 539.3

V. S. Hudramovich, Corresponding member of NAS Ukraine, Dr. Sci. (Tech.),
E. L. Hart, PhD (Phys.-Math.), K. A. Strunin

COMPUTER SIMULATION OF THE BEHAVIOR ELASTIC MEDIUM WITH TWO CONNECTED ELLIPTICAL INCLUSIONS

Numerical modeling of the stress-strain state of the plane element of elastic inhomogeneous medium with two connected elliptical inclusions, the stiffness of one of them is changing. Mutual influence of inclusions with use of the standard finite element analysis package ANSYS is investigated.

Keywords: elastic inhomogeneous media, connected elliptical inclusions, finite element method.

Investigation of the stress-strain state (SSS) of bodies with inclusions, pores, cracks is the area in solid mechanics of great importance. Different kinds of defects (phase transformations in materials, corrosion, cracks, pores, etc.) are formed in manufacturing processes of materials (powder metallurgy, ceramic production, cast, composite materials, etc.) [1, 2, 8], and during their exploitation too. In the process of deformation in the material, it is possible, occurs the phase transformations that determine the beginning of the destruction process [6]. Such researches cause particular interest.

At research of media with pores and cracks effective is application of numerical methods that is universal enough unlike the analytical methods of solving the corresponding problems [3 – 5]. The main prevalent numerical methods for solving mechanical problems are finite difference method, boundary element method, finite element method [7].

In the present work the research of the case of two connected elliptical inclusions in the elastic media are investigated and the influence of changeable stiffness k (softening and transition to pore) of one of them with the use of standard package ANSYS [9] is analyzed too.

Some variants of relative stiffeners changing ($k \rightarrow 0$) of adjacent elliptical inclusions ($k=0.8; 0.6; 0.4; 0.2$) and the case $k=0$ (separately), when in plane element the pore is arisen.

REFERENCES

1. **Antsiferov V. N.** Mechanics of pressing processes of powder and composite materials / V. N. Antsiferov, V. E. Perelman. – Moscow: Graal, 2001. – 628 p. (in Russian).
2. **Babich B. N.** Metallic powders and powder materials / B. N. Babich, E. V. Verzhinin. – Moscow: EKOMET, 2005. – 228 p. (in Russian).

3. **Hart E. L.** Projection-iterative implementation scheme of finite element method in problems of deformation of plates with holes and inclusions / E. L. Hart, V. S. Hudramovich // *Mat. Methods and fiz.-mekh. Fields.* – 2013. – Vol. 56, No. 2. – P. 48–59. (in Ukrainian).
4. **Hudramovich V. S.** Simulation of the behavior of pane-deformed elastic media with extended elliptical and rectangular inclusions / V. S. Hudramovich, E. L. Hart, K. A. Strunin // *Physico-chemical mechanics of materials.* – 2016. – Vol. 52, No. 6. – P. 25–31. (in Russian).
5. **Hudramovich V. S** Modeling of the deformation process of a plate with elastic long inclusions on the basis of the finite element method/ V. S. Hudramovich, E. L. Hart, K. A. Strunin / *Techn. Mechanics.* – 2014. – No. 2. – P. 12-24. (in Russian).
6. **Morozov N. F.** Zones of phase transitions and phase transformations of elastic bodies for various types of stress state / N. F. Morozov, A. B. Freydin // *Tr. mat. Institute for them. V. A. Steklov*, 1998. – Vol. 223. – P. 220-223. (in Russian).
7. **Oden J.** Finite elements in nonlinear mechanics of continuous media: Translation from English / J. Oden. – Moscow: Mir, 1976. – 464 p. (in Russian).
8. **Stern M. B.** Mechanical and computer models of consolidating granular media based on metal powders and ceramics during sintering and deformation / M. B. Stern, V. D. Rud; edited by V. V. Skorokhod. – Lutsk: RVW LNTU, 2010. – 232 p. (in Russian).
9. ANSYS release 11.0 Documentation for ANSYS WORKBENCH [Electronic resource]: ANSYS Inc. – Electron. Dan. And prog. – [B. M.], 2007. (in Russian).

Друкується за рекомендацією програмного комітету VI Міжнародної науково-технічної конференції «Актуальні проблеми прикладної механіки та міцності конструкцій», 25 – 28 травня 2017 р., м. Запоріжжя.

¹Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара,
Днепр, Украина

²Государственное предприятие
«Конструкторское Бюро «Южное»
им. М. К. Янгеля»,
Днепр, Украина

Поступила в редколлегию 28.03.2017