

УДК 539.3

*Б. Ф. Зайцев, д-р техн. наук, А. В. Асаенок, канд. техн. наук,
Т. В. Протасова, канд. техн. наук*

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ В РОТОРЕ С ПОПЕРЕЧНОЙ ТРЕЩИНОЙ С УЧЕТОМ КОНТАКТА БЕРЕГОВ

Колебания ротора с поперечной трещиной нормального отрыва моделируются по трехмерной схеме метода конечных элементов. По берегам трещины вводятся контактные силы, определяемые из условий контакта. Матричное уравнение колебаний ротора интегрируется по конечно-разностной схеме Ньюмарка с итерациями на шаге до выполнения условий контакта. На примере ротора паровой турбины исследованы особенности деформирования и напряженного состояния, вызванные влиянием трещины.

Ключевые слова: ротор, трехмерная модель, колебания, трещина, контакт берегов.

Введение. Расчеты колебаний роторов, имеющих повреждения в виде трещин, необходимы при разработке вибродиагностических моделей. В большинстве работ, посвященных этой тематике, например [1, 6–10], применяются стержневые модели, в которых по-разному учитывается изменение состояния и влияние трещины на податливость системы при повороте, связанных с переменным контактом её берегов, т.н. «дыханием». В [1, 7 – 10] изменение податливости системы с трещиной определяется на основе использования энергетических соотношений механики трещин. В [6, 8] её «дыхание» задается как мгновенная смена открытого состояний трещины в закрытое, в зависимости от углового положения системы. В [6, 7, 9, 10] переменная податливость определяется в зависимости от углового положения с введением линии закрытия трещины, исходя из кинематических [6, 7, 10] или статических [6, 9] представлений. Упрощенность моделирования процесса «дыхания» и применение стержневых моделей не позволяют во многих случаях адекватно отобразить особенности рассматриваемых процессов. Представляется, что процессы сближения–расхождения берегов трещины, определяющие изменение податливости системы, а также распределение динамических напряжений в роторе с трещиной, более адекватно могут быть описаны при решении контактной задачи на основе использования трехмерных моделей.

Расчетная модель и особенности методики расчета. В данной статье основное внимание сосредоточено на изучении особенностей напряженно-деформированного состояния (НДС) ротора с поперечной трещиной, занимающей 50 % сечения, турбины Т-250/300-240. Задача

рассматривается в общей постановке с применением метода конечных элементов (МКЭ), т.е. моделируется трехмерное НДС ротора при колебательном процессе, вызванном весом вращающегося ротора и переменной жесткостью «дышащей» трещины. Модель ротора с введенной по валу трещиной и содержащим её поперечным сечением представлена на рис. 1. В месте расположения трещины предусмотрено сгущение конечно-элементной (КЭ) сетки по осевой координате z , а также в ослабленном сечении у линии трещины.

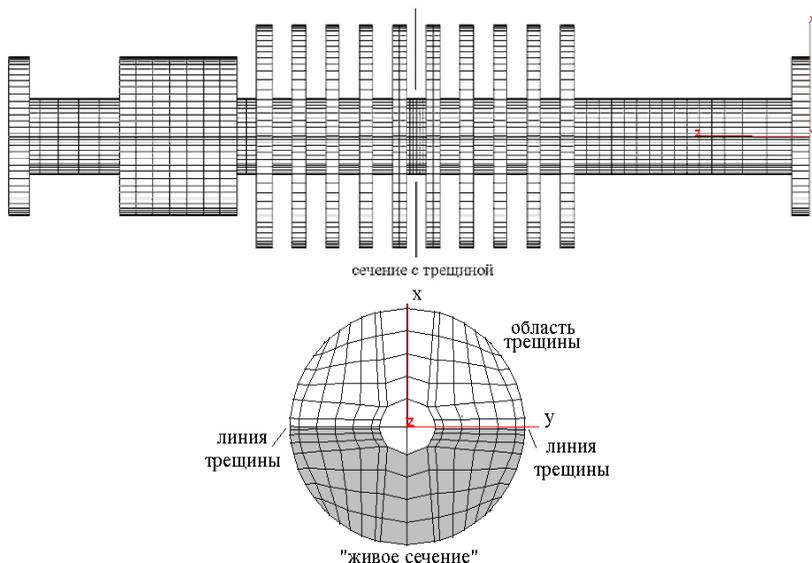


Рис. 1 – Конечно-элементная дискретизация ротора и сечение с трещиной

Расчетные исследования выполняются для случая квазистатического нагружения ($\omega=1 \text{ c}^{-1}$), когда не проявляются резонансные состояния, характерные для каждого ротора. Для других частот вращения, включая рабочую, НДС на качественном уровне одинаковы и могут отличаться лишь количественно, что масштабируется коэффициентом динамичности.

Методика расчета колебаний ротора с «дышащей» трещиной основана на методологии, изложенной в [3, 5] и использованной в прикладных задачах. Составляющими методики являются построение КЭ-модели тела с трещиной, учет контактирования («дыхания») её берегов, построение уравнений колебаний вращающегося тела (ротора) и алгоритмов решения нелинейной начально-краевой задачи.

Способ построения КЭ-модели тела с трещиной состоит в разрыве связей между узлами топологически регулярной КЭ-сетки первоначально сплошного тела по поверхности, разделяющей берега трещины. Полученная модифицированная сетка конечных элементов содержит разделяющую двустороннюю поверхность, имеющую не связанные между собой двойные узлы, представляющие берега трещины.

Контакт берегов трещины является односторонним, при котором возможен отрыв узлов и невозможно их взаимное проникновение. Рассматривается контактирование по направлению нормали к поверхности трещины, а по направлению касательной допускается проскальзывание, т.е. трение считается отсутствующим. Условие непроникновения берегов трещины имеет вид

$$u_{in}^+ - u_{in}^- \geq 0, \quad (1)$$

где u_{in}^+ , u_{in}^- – перемещения по нормали \bar{n} в i -м двойном узле на положительной (+) и отрицательной (–) поверхностях трещины.

Для выполнения (1) вводятся неизвестные контактные нагрузки, представленные парами нормальных к поверхности трещины сосредоточенных сил Q_i^+ , Q_i^- ($Q_i^+ = Q_i^-$), приложенных в двойных узлах и подлежащие определению.

Уравнения колебаний вращающегося тела (ротора) с трещиной, берега которой контактируют, в подвижной системе координат, связанной с телом, имеют вид

$$[M]\ddot{u} + ([D] - 2\omega[M_2])\dot{u} + ([K] - \omega^2[M_1] - \omega^2[M'_\omega] - \omega[D_1])u = P_\omega + F + Q, \quad (2)$$

где u – вектор перемещения узлов; ω – частота вращения; P_ω – вектор центробежных сил в недеформированном состоянии; F – вектор внешней нагрузки (вес); $Q\{Q_i\}$ – система переменных контактных сил, действующих по берегам трещины; $[M_1]$, $[M_2]$, $[M'_\omega]$ – матрицы, состоящие из элементов матрицы масс, причем $[M_1]$ имеет симметричную структуру, $[M_2]$, $[M'_\omega]$ – несимметричную; D , D_1 – матрицы демпфирования, построенные для узлов оси ротора по схеме вязкого трения.

Определение матриц масс и жесткости тела осуществляется при полностью открытой трещине. Матрицей $[M'_\omega]$ в (2) учитывается в линейной постановке изменение центробежных сил при смещениях с сохранением их радиальной направленности.

Решение начальной задачи (2) для расчета колебаний тела выполняется прямым интегрированием по неявной конечно-разностной схеме Ньюмарка. При этом на каждом шаге по времени итерационно решается контактная задача с определением $Q\{Q_i\}$ до выполнения условий (1).

Расчет кинематических характеристик и оценка напряженного состояния. Представительной величиной, характеризующей деформирование ротора с трещиной, является вектор перемещений в точке на оси ротора у сечения с трещиной. Вертикальные и горизонтальные перемещения этой точки представлены на рис. 2 и отражают нелинейный характер переменной жесткости ротора, связанный с контактированием («дыханием») берегов трещины. Изменение условий контакта берегов

трещины показано на рис. 3 в зависимости от фазы вращения ротора. Можно отметить, что в области фазы $\theta = 180^\circ$ в диапазоне $[135^\circ, 225^\circ]$, что соответствует нижнему положению трещины, имеет место полное раскрытие и берега не контактируют. Эта кинематическая особенность связана с горизонтальным смещением ротора в состояниях, когда линия трещины не горизонтальна. При этом ротор отклоняется в направлении оси y в сторону сечения с трещиной, что вызывает дополнительное раскрытие её берегов.

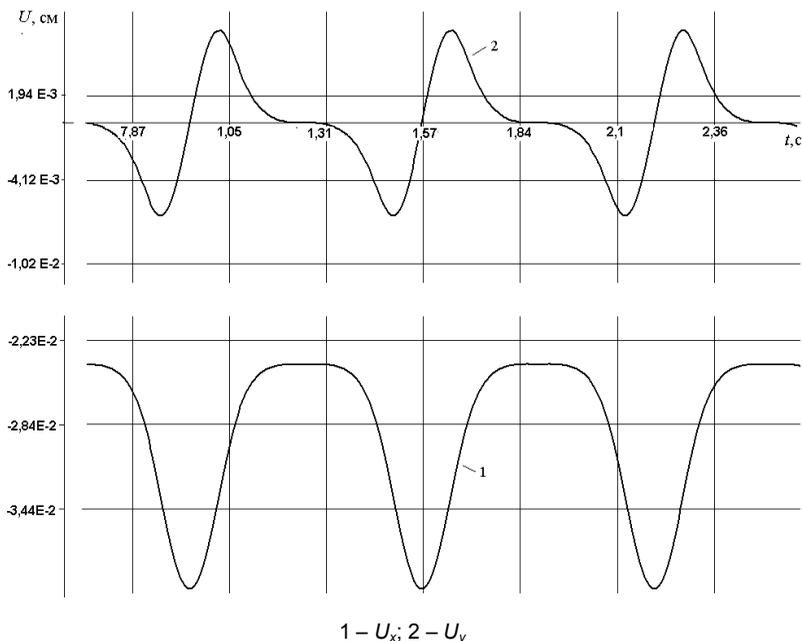


Рис. 2 – Перемещения точки оси ротора у сечения с трещиной

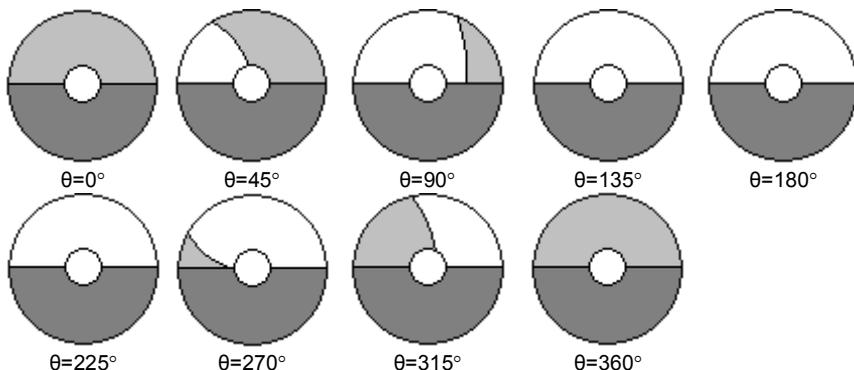


Рис. 3 – Зоны контакта берегов трещины в различных фазах вращения

Рассмотрены напряженные состояния, отвечающие моментам времени, при которых поворотная фаза φ ротора составляет 180° и $\varphi=90^\circ$. Первая фаза соответствует положению плоскости трещины снизу, а вторая – вертикальному положению линии трещины. Характерным (максимальным) напряжением для ротора в окрестности трещины, вызывающим нормальный отрыв, является осевое напряжение σ_z . Контактное состояние берегов трещины и расположение областей продольного растяжения-сжатия «живого» сечения при указанных фазах ротора представлены на рис. 4.

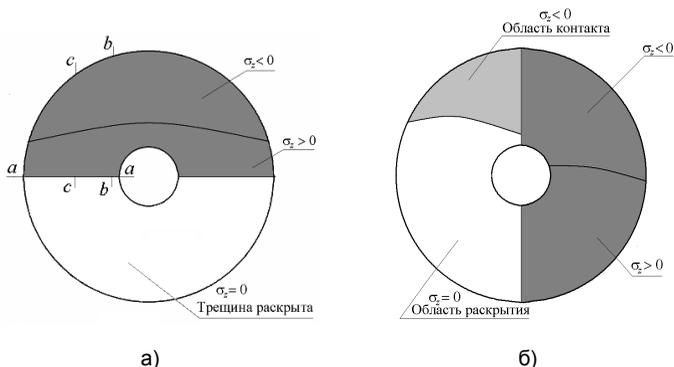
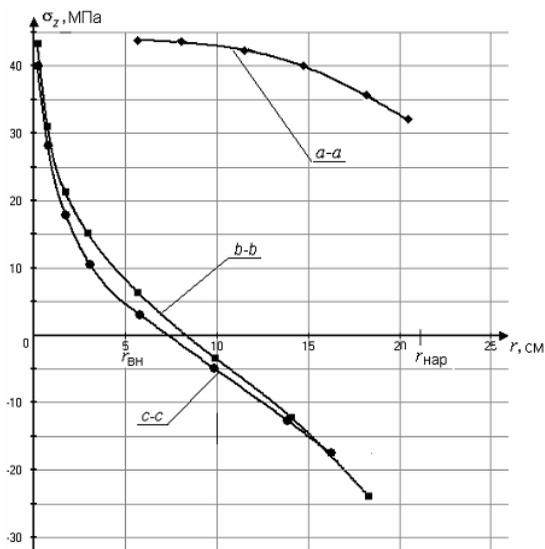


Рис. 4 – Контактное состояние берегов трещины и области растяжения-сжатия в «живом сечении»: а) $\varphi=180^\circ$; б) $\varphi=90^\circ$

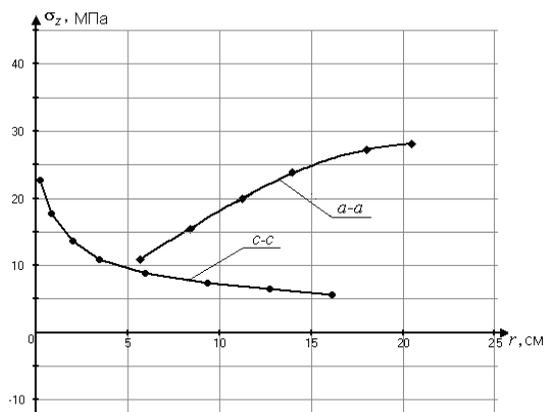
Для фазы $\varphi=180^\circ$ берега трещины не контактируют и трещина полностью раскрыта. Очевидно, что такое состояние соответствует максимальной напряженности в зоне трещины. Возникающий в сечении изгибающий момент воспринимается «живой» его частью в виде полукольца. На рис. 4, а также показано расположение нейтральной линии, разграничивающей область сжимающих и растягивающих осевых напряжений σ_z . В состоянии $\varphi=90^\circ$ (рис. 4, б) имеются области контакта берегов трещины, где осевое напряжение $\sigma_z < 0$, и области раскрытия, где $\sigma_z=0$. Нужно отметить, что на границе этих областей контактное напряжение $\sigma_z=0$, т.е. берега трещины имеют плавное смыкание. На этом же рисунке указано положение нейтральной линии.

Распределение напряжения σ_z по линиям $a-a$, $b-b$, $c-c$, указанным на рис. 4 для обоих фазовых состояний ротора, представлены на рис. 5. Распределение σ_z по линиям $b-b$, $c-c$, перпендикулярным линии трещины, при приближении к ней имеет всплески (концентрацию), отражающие особенность НДС у вершины трещины. При удалении от линии (вершины) трещины напряжение σ_z изменяется плавно и соответствует номинальному распределению. Распределение σ_z

вдоль линии трещины (линия $a-a$) показывает, что напряжения убывают от внутреннего радиуса к наружному.



а)



б)

Рис. 5 – Распределение напряжения σ_z по линиям $a-a$, $b-b$, $c-c$ в сечении с трещиной: а) $\varphi = 180^\circ$; б) $\varphi = 90^\circ$

Для состояния ротора в фазе $\varphi = 90^\circ$ характерным является обратная картина – возрастание осевого напряжения вдоль трещины от внутреннего радиуса к наружному (рис. 5, б, линия $a-a$). Распределение же вдоль перпендикулярного направления к линии трещины, в целом, аналогично предыдущему случаю $\varphi = 180^\circ$.

Для оценки прочностного состояния (кратковременной прочности) проведены вычисления коэффициента интенсивности напряжений (КИН), для чего использованы асимптотические формулы распределения НДС в окрестности трещины нормального отрыва в случае плоского деформированного состояния [4].

В рассматриваемом случае поперечной трещины в роторе НДС вдоль её линии (рис. 1) – оси y – близко к состоянию плоской деформации, учитывая толстостенность вала ротора. Некоторые отклонения от этого состояния имеют место на внутренней (y осевого отверстия) и наружной поверхностях, где НДС приближается к плоскому напряженному состоянию. Трехмерное НДС в окрестности линии трещины в роторе приводит к переменности КИН, однако в плоскостях, нормальных к линии трещины, остаются справедливыми асимптотические приближения, полученные для двумерного случая [4]. При этом с изменением положения нормальной плоскости вдоль линии трещины значения КИН K_1 также меняются.

Применено прямое вычисление КИН по асимптотическим формулам [2] с использованием процедуры метода наименьших квадратов с различным числом точек коллокации, причем для этой цели использованы и напряжения, и перемещения.

Полученные значения КИН K_1 при полностью открытой трещине ($\varphi = 180^\circ$) изменялись в пределах от $4,0 \text{ МПа} \sqrt{\text{м}}$ на внешнем радиусе до $6,0 \text{ МПа} \sqrt{\text{м}}$ на внутреннем, что значительно меньше критических значений. Например, для роторной стали ЭИ-415 при нормальной температуре $T = 20^\circ \text{C}$ $K_{1C} = 30 \text{ МПа} \sqrt{\text{м}}$, а при $T > 200^\circ \text{C}$ $K_{1C} = 160 \text{ МПа} \sqrt{\text{м}}$. При других частотах вращения ротора, когда возникают резонансные состояния, полученные значения КИН можно скорректировать по коэффициенту динамичности, определяемому как отношение максимальных прогибов при резонансной частоте и квазистатическом нагружении. Это возможно, т.к. формы колебаний ротора на различных частотах вращения аналогичны.

Выводы. Перемещения точек оси и изменение зон контакта берегов трещины при вращении ротора указывают на значительную нелинейность зависимости его податливости от поворотной фазы. Трещина в открытом состоянии находится в широком диапазоне фаз поворота 135° – 225° . Распределение осевого напряжения в сечении весомого ротора с трещиной (50%) зависит от поворотной фазы и определяется контактным состоянием берегов трещины. Величина КИН, переменного по линии трещины и зависящего от фазы поворота ротора, значительно меньше его критического значения для роторных сталей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Матвеев В.В.** К определению вибрационных характеристик стержня с закрывающейся трещиной при изгибных колебаниях / В.В. Матвеев, А.П. Бовсуновский // Проблемы прочности. – 2000. – № 3. – С. 5–23.
2. **Морозов Е.М.** Метод конечных элементов в механике разрушения / Е.М. Морозов, Г.П. Никишков. – М.: Наука, 1980. – 256 с.
3. **Шульженко Н.Г.** Расчет колебаний ротора с «дышащей» трещиной по трехмерной модели/ Н.Г. Шульженко, Б.Ф. Зайцев, Н.Е. Викман, А.В. Асаенко // Проблемы прочности. – 2012. – № 6. – С. 137–145.

4. **Черепанов Г.П.** Механика хрупкого разрушения / Г.П. Черепанов. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
5. **Шульженко Н.Г.** Задачи термочности, вибродиагностики и ресурса энергоагрегатов (модели, методы, результаты исследований) / Н.Г. Шульженко, П.П. Гонтаровский, Б.Ф. Зайцев. – Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co.KG, 2011. – 370 с.
6. **Шульженко Н.Г.** Численный анализ колебаний системы турбоагрегат-фундамент / Н.Г. Шульженко, Ю.С. Воробьев. – К.: Наук. думка, 1991. – 232 с.
7. **Darpe A.K.** Coupled bending, longitudinal and torsional vibrations of a cracked rotor / A.K. Darpe, K. Gupta, A. Chawla // Journal of Sound and Vibration. – 2004. – Vol. 269. – P. 33 – 60.
8. **Kicinski J.** Assessment of materials and operational imperfections in rotating machinery / J. Kicinski // Key Eng. Materials. – Trans. Tech. Publications, Switzerland, 2005. – Vol. 293, 294. – P. 391–400.
9. **Pennacchi P.** A model-based identification method of transverse cracks in rotating shafts suitable for industrial machines / P. Pennacchi, N. Bachschmid, A. Vania // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2000. – Vol. 20. – P. 2112–2147.
10. **Sekhar A.S.** Effects of cracks on rotor system instability / A.S. Sekhar, J.K. Dey // Mechanism and Machine Theory. – 2000. – Vol. 35. – P. 1657–1674.

УДК 539.3

*Б. П. Зайцев, д-р техн. наук, О. В. Асайонок, канд. техн. наук,
Т. В. Протасова, канд. техн. наук*

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНІЙ СТАН В РОТОРІ З ПОПЕРЕЧНОЮ ТРІЩИНОЮ З УРАХУВАННЯМ КОНТАКТУ БЕРЕГІВ

Коливання ротора з поперечною тріщиною нормального відриву моделюються за тривимірною моделлю метод скінчених елементів. На берегах тріщини вводяться контактні сили, які визначаються з умов контакту. Матричне рівняння коливань ротора інтегрується за скінченно-різницевою схемою Ньюмарка з ітераціями на кроці до виконання умов контакту. На прикладі ротора парової турбіни досліджено особливості деформування та напруженого стану, що викликані впливом тріщини.

Ключові слова: ротор, тривимірна модель, коливання, тріщина, контакт берегів.

UDC 539.3

*B. F. Zajtsev, Dr. Sci.(Tech.), A. V. Asaenok, PhD (Tech.),
T. V. Protasova, PhD (Tech.)*

STRESS-STRAIN STATE IN ROTOR WITH THE TRANSVERSE CRACK SUBJECT TO THE CRACK EDGES CONTACT

The vibrations of the rotor with transverse opening mode crack are modeled according to the three-dimensional finite element method scheme. On the crack edges, contact forces are introduced, determined from the contact conditions. The matrix equation of rotor vibration is integrated by the Newmark finite-difference scheme with time step iterations until fulfillment of the contact conditions. On the example of steam turbine rotor, the straining and stressed state characteristics, caused by the influence of a crack are investigated.

Keywords: rotor, three-dimensional model, vibration, crack, crack edges contact.

A three-dimensional finite-element model of vibrations of a rotor with a transverse crack is applied, the edges of that experienced variable contact during rotation. The introduction of a crack into the finite element scheme is executed out by a special technique based on operations with stiffness and

masses matrixes. The contact between the crack edges is considered normal to its surface, friction is ignored, and contact conditions are performed by introducing normal contact forces to be determined. Integration of the rotor vibration matrix equation is executed using the Newmark finite-difference scheme with iterations at the time step until the edges contact conditions and determining the contact forces.

Calculated studies of a steam turbine rotor deformed and stressed states with a crack of a 50% depth under quasistatic loading are carried out. The data on the vertical and horizontal displacements of the rotor axis points, as well as on the change in crack edges contact areas during rotation, indicate a significant nonlinearity in the dependence of the rotor compliance on the turning phase. The axial stress distribution in the section with the crack is determined by the contact state of the crack edges. The stress intensity factor varies along the crack line and depends on the rotor turning phase, and its value is much less than the critical value for rotor steels.

REFERENCES

1. **Matveev V.V.** To the determination of the vibration characteristics of a rod with a closed crack under bending vibrations / V.V. Matveev, A.P. Bovsunovsky // Problems of Strength. – 2000. – No. 3. – P. 5–23. (in Russian)
2. **Morozov E.M.** Finite Element Method in Fracture Mechanics / E.M. Morozov, G.P. Nikishkov. – Moscow: Nauka, 1980. – 256 p. (in Russian)
3. **Shulzhenko N.G.** Calculation of rotor vibrations with a «breathing» crack in a three-dimensional model / N.G. Shulzhenko, B.F. Zaitsev, N.E. Vikman, A.V. Asaenok // Problems of Strength. – 2012. – No. 6. – P. 137–145. (in Russian)
4. **Cherepanov G.P.** Mechanics of brittle fracture / G.P. Cherepanov. – Moscow: Nauka, 1974. – 640 p. (in Russian)
5. **Shulzhenko N.G.** Problems of thermal strength, vibration diagnostics and resource of power units (models, methods, research results): / N.G. Shulzhenko, P.P. Gontarovskiy, B.F. Zaitsev. – Saarbrücken, Germany: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co.KG, 2011. – 370 p. (in Russian)
6. **Shulzhenko N.G.** Numerical analysis of oscillations of the turbo-aggregate-foundation system / N.G. Shulzhenko, Yu.S. Vorobiev. – Kiev: Science. Dumka, 1991. – 232 p.
7. **Darpe A.K.** Coupled bending, longitudinal and torsional vibrations of a cracked rotor / A.K. Darpe, K. Gupta, A. Chawla // Journal of Sound and Vibration. – 2004. – Vol. 269. – P. 33 – 60. (in Russian)
8. **Kicinski J.** Assessment of materials and operational imperfections in rotating machinery / J. Kicinski // Key Eng. Materials. – Trans. Tech. Publications, Switzerland, 2005. – Vol. 293, 294. – P. 391–400.
9. **Pennacchi P.** A model-based identification method of transverse cracks in rotating shafts suitable for industrial machines / P. Pennacchi, N. Bachschmid, A. Vania // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2000. – Vol. 20. – P. 2112–2147.
10. **Sekhar A.S.** Effects of cracks on rotor system instability / A.S. Sekhar, J.K. Dey // Mechanism and Machine Theory. – 2000. – Vol. 35. – P. 1657–1674.

Друкуються за рекомендацією програмного комітету VI Міжнародної науково-технічної конференції «Актуальні проблеми прикладної механіки та міцності конструкцій», 25 – 28 травня 2017 р., м. Запоріжжя.

*Институт проблем машиностроения
им. А. Н. Подгорного Национальной
академии наук Украины,
г. Харьков, Украина*

Поступила в редколлегию 31 03 2017