

УДК 539.3

А. Д. Петров

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ ПСЕВДО-УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

Изучение поведения тел из псевдо-упругопластических материалов требует развития специальных алгоритмов расчета напряженно-деформированного состояния. При построении физических соотношений предполагалось, что деформация в точке представляется в виде суммы упругой составляющей, скачка деформации при фазовом переходе, пластической деформации и деформации, вызванной температурными изменениями. Рассмотрены примеры.

Ключевые слова: псевдо-упругопластический материал, фазовые переходы, метод повышенной точности, двумерные сплайны.

Введение. Псевдо-упругопластичностью будем называть способность материала при более высоком температурном режиме накапливать деформации определенной величины при нагружении, а потом возвращаться в исходное положение после разгрузки (через петлю гистерезиса). Основным механизмом является обратное мартенситное преобразование между фазами твердого тела, которое может иметь место при комнатной температуре. Такое преобразование может быть вызвано изменением температуры или изменением напряжения. Материал также характеризуется нелинейным механическим поведением, высоким внутренним демпфированием и высоким напряжением текучести.

В список сплавов, которые демонстрируют память формы и псевдо-упругопластичность входят: Ni-Ti AgCd, AuCd, CuAlNi, CuSn, CuZn, FePt, MnCu, FeMnSi, CoNiAl, CoNiGa, NiFeGa, TiPd, NiTi, NiTiNb, NiMnGa [2, 5, 6].

Сплавы, обладающие памятью формы (СПФ), представляют собой особую группу сплавов, обладающих способностью восстанавливать прежнюю форму даже после довольно больших деформаций. Если при низких температурах сплавы с памятью формы деформируются пластически, то при этом деформация может быть восстановлена с помощью сравнительно незначительного увеличения температуры. Механизмом этого восстановления является преобразование из мартенситной фазы в изначальную аустенитную фазу. Мартенситные преобразования обычно делятся на две группы: термоупругие и нетермоупругие.

Нетермоупругие преобразования осуществляются, главным образом, в сплавах железа и связаны с немобильными границами исходной фазы мартенсита, скрепленными постоянными дефектами и переходят в последующее создание ядра и его увеличение. Через преобразова-

ние ядра аустенита в процессе преобразования (мартенсит в аустенит), такие преобразования кристаллографически необратимы в том смысле, что мартенсит не может возвратиться к исходной фазе ориентации.

Термоупругие мартенситные преобразования связаны с мобильными границами между исходными и мартенситными фазами. Эти границы способны к возвратному движению при обратном преобразовании за счет усадочной деформации пластин мартенсита, а не создания ядра исходной фазы, которая ведет к кристаллографически обратному преобразованию.

Ключевая характеристика сплавов с памятью формы – возникновение мартенситного фазового преобразования между фазой аустенита и разными вариантами низкотемпературной, низкосимметричной мартенситной фазы. Мартенситное преобразование представляет собой, главным образом, сдвиговую, избавленный диффузии фазовый переход твердого тела, который сопровождается созданием ядра и увеличением мартенситной фазы с исходной фазы аустенита.

Такие характеристики делают сплавы с памятью формы удобными для использования в устройствах или в качестве составных частей в некоторых передовых композиционных материалах. Сплав NiTi лидирует в большинстве этих применений из-за его превосходной памяти и структурных свойств.

Первые сплавы с памятью формы были разработаны в середине прошлого века, однако строгих и надежных определяющих моделей континуального уровня, необходимого для инженерных применений материалов, пока не существует. Связь между микроскопическим и макроскопическим поведением очень сложна и до сих пор не разработана до степени, требуемой такими моделями. Отчасти это связано с довольно сильной зависимостью механической реакции на температуру, скорость нагружения, диапазон деформации, геометрию исследуемого тела, термомеханическую историю, природу окружающей среды, а также взаимодействия между самими этими параметрами. Различные примеры такого моделирования приведены, например, в [2 – 6]. Такие сплавы, как NiTi, CuZnAl, CuAlNi, AuCd и другие, могут восстанавливать деформации до 3%. Другими важными характеристиками некоторых из этих материалов являются внутреннее демпфирование, псевдо-упругопластичность и высокий предел текучести.

Характерной чертой диаграммы материала с памятью формы при активном нагружении является участок идеальной пластичности. Аналогичные участки имеют место и при разгрузке, но при определенных температурах.

Определяющие соотношения теории термо-упругопластичности. Одним из аспектов общей проблемы решения нестационарных задач для неупругих тел является выбор определяющих соотношений связи между напряжениями и деформациями. Этот выбор обосновывается согласованностью с экспериментом и тесно связан с исследуемыми процессами деформирования. В общем случае значения деформаций

представляют собой функции процесса изменения напряжений и температуры, которые определяются характеристиками всего предшествующего процесса изменения физических факторов, а не только текущими значениями. Подробные сведения по этому вопросу можно найти в [3, 4, 7].

При построении физических соотношений предполагалось, что деформация в точке представляется в виде суммы упругой составляющей, скачка деформации при фазовом переходе, пластической деформации и деформации, вызванной температурными изменениями. После решения задачи по геометрии траектории деформирования можно судить о достоверности используемых определяющих соотношений.

Из эксперимента на простое растяжение образцов при различных фиксированных температурах строится функция

$$\sigma = F(\varepsilon, \langle \varepsilon \rangle, T) . \quad (1)$$

Это уравнение определяет так называемую мгновенную термомеханическую поверхность [7]. Функция (1) для некоторых классов первоначально изотропных материалов с большой степенью точности не зависит от вида напряженного состояния. В результате ее можно определять при помощи экспериментов на растяжение цилиндрических образцов. Конкретизация определяющих уравнений сводится к заданию мгновенной термомеханической поверхности. Обычно при численном решении уравнение мгновенной термомеханической поверхности вида (1) можно задавать в виде таблицы экспериментальных данных $(\sigma)_i, (\varepsilon)_i, i = 0, 1, \dots, N$ при фиксированных T .

На рис. 1 показан характерный график зависимости σ от ε , которые определяются в результате экспериментов для псевдо-упругопластического материала [1].

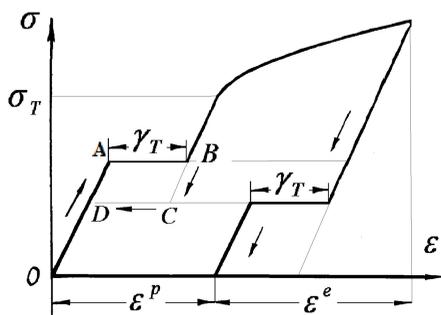


Рис. 1 – Диаграмма псевдо-упругопластического сплава

На диаграммах есть начальный линейный участок OA. Процессы деформирования на нем обратимы. Возрастание и убывание напряжения идет по одной прямой линии, а деформации при этом малы. Пре-

дел текучести σ_T зависит от температуры и определяется координатой точки А. Если при напряжении σ , которое отвечает точке С на диаграмме, образец разгрузить, то часть деформации ε^e (упругая составляющая общей деформации образца) исчезнет. Скачком исчезает и γ_T для псевдо-упругопластических сплавов, а та деформация, которая остается, называется пластической деформацией ε^P .

Таким образом, тензор полной деформации можно представить как

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_e + \hat{\gamma}_T + \hat{\varepsilon}_p + \hat{\varepsilon}_\Theta.$$

Здесь обозначено

$$\hat{\gamma}_T = \gamma_T \frac{\partial f_\gamma}{\partial \hat{\sigma}}, \hat{\varepsilon}_p = \lambda \frac{\partial f_p}{\partial \hat{\sigma}}, \hat{\varepsilon}_\Theta = \alpha(T - T_0),$$

где функции

$$f_\gamma(\hat{\sigma}) = 0, f_p(\hat{\sigma}) = 0,$$

которые соответственно задают границы поверхностей в пространстве напряжений. При переходе через поверхность $f_\gamma(\hat{\sigma}) = 0$ скачком возрастает упругая деформация, а при переходе через поверхность $f_p(\hat{\sigma}) = 0$ в теле возникают пластические деформации.

На рис. 1 показана и упругая разгрузка образца по прямой ВС, которая принимается параллельной линии ОА. Такое предположение механизма разгрузки только в общих чертах отображает действительную картину деформирования материала при малых деформациях. При больших деформациях (10% и больше), разгрузка образца будет нелинейной.

При решении нестационарных задач физические соотношения приводятся к виду

$$\dot{\sigma}_{ij} = a_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{ij} - \delta_{ij} [K\alpha_T + \theta \frac{\partial(K\alpha_T)}{\partial T}] \dot{T}, \quad (2)$$

где $i, j, k, l = 1, 2, 3$, δ_{ij} – символ Кронекера, а $a_{ijkl} = \text{const}$ для упругого случая, которые в случае псевдо-упругопластического поведения материала зависят от скачка деформации при фазовом переходе и могут зависеть от параметров процесса деформирования в случае пластических деформаций.

Численное решение нестационарной задачи. В [4, 7] изложен вариант метода повышенной точности, разработанный для решения нестационарных задач теории термоупругости и термопластичности. Основными неизвестными являются скорости перемещений, напряжения, деформации и температура. При этом полная система приводится к виду

$$\frac{\partial \bar{W}}{\partial t} = \sum_{i=1}^3 A_i \frac{\partial \bar{W}}{\partial \theta_i} + \bar{B}, \quad (3)$$

где \bar{W} – вектор, компонентами которого являются скорости перемещений, составляющие тензоров напряжений и деформаций.

Исходная нестационарная пространственная задача может быть сведена и к системе трех последовательно решаемых двумерных задач на дробных шагах по времени (схема Писмана, Рэчфорда, Дугласа). Для построения решения полной системы (3) воспользуемся двумерными напряженными сплайнами. Неизвестные величины разыскиваются в виде линейной комбинации двумерных сплайнов [3].

Рассмотрим задачу о нестационарном деформировании цилиндрической трубки с выемкой из сплава NiTi. Здесь используется цилиндрическая система координат $x \in [0; L]$, $r \in [R_0; R_1]$, $\phi \in [0; 2\pi]$, а время $t \in [0, \infty)$.

На краю $x=0$ скорость растяжения равна нулю. На другом краю $x=L$ задается скорость растяжения $v = V_0$, Боковая поверхность трубки свободна от напряжений. Выемка, свободная от нагрузки, представляет собой внешний дефект по толщине трубки, и ее вершина моделируется в точке с координатами $x = l$, $r = R_1 - h$, $\phi = 0$.

Искомые величинами являются: скорости перемещения, напряжения, деформации и температура T .

Для учета тепла, которое выделяется в результате фазового перехода, температуру определяем из решения уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] + W_*.$$

Через W_* обозначена функция, учитывающая выделение тепла в подвижной точке цилиндрического тела при переходе из точек диаграммы A в B (рис. 1). Изменение связанного с напряженно-деформированным состоянием температурного поля обусловлено тепловыделением во время последовательности фазовых переходов. Установлено, что тепловой источник перемещается по спирали, которая развивается во времени.

Введем в рассмотрение сетку по времени с учетом дробного шага [7]. Исходная нестационарная пространственная задача вида (3) и уравнение теплопроводности может быть сведена к системе трех последовательно решаемых двумерных задач на дробных шагах по времени. Для построения решения полной системы воспользуемся двумерными напряженными сплайнами. Неизвестные величины разыскиваются в виде линейной комбинации двумерных сплайнов [4].

Рассмотрим серию численных результатов, полученных для цилиндрической трубки. Здесь внешний радиус 5 см, внутренний радиус 4 см,

длина трубки 30 см. Окружность разбита на 58 секторальных элементов. По толщине выбрано 2 элемента. По длине трубки – 60 элементов, выточка на расстоянии 3 см от верхнего, жестко закрепленного торца, нижний торец растягиваем 100 с со скоростью 0.0001м/с.

На рис. 2 для указанных моментов времени показано распределение деформаций при активном нагружении.

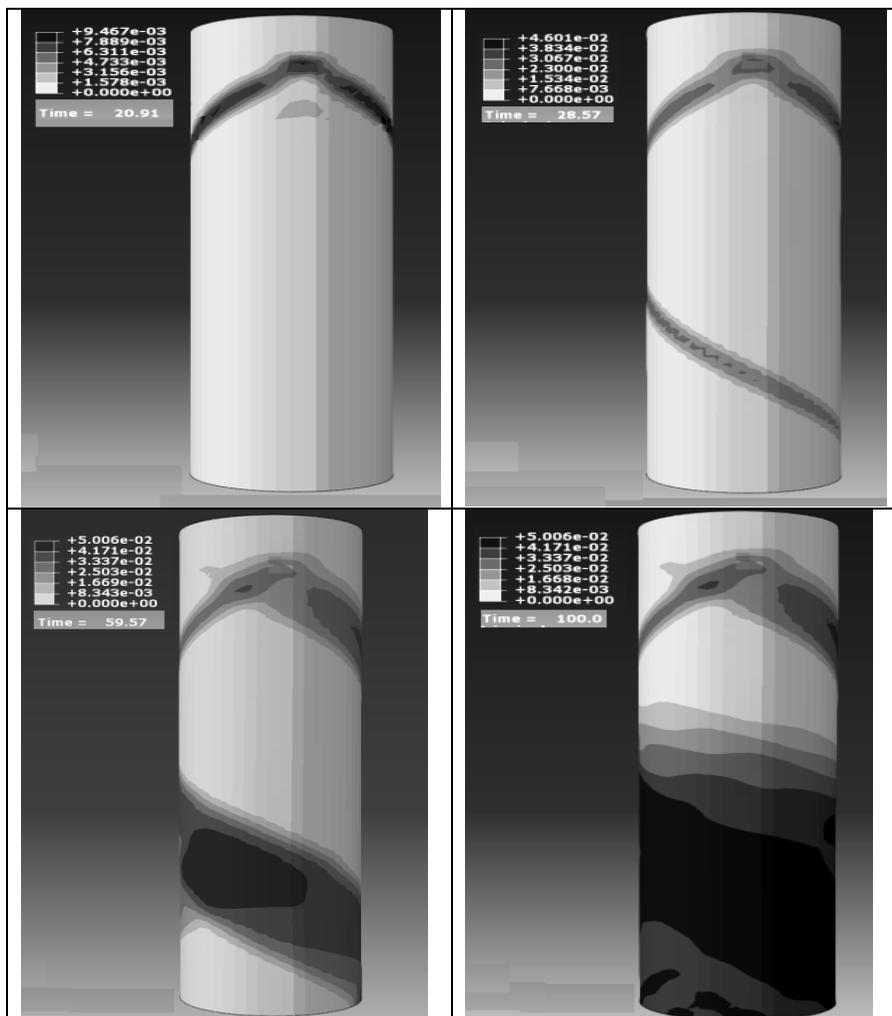


Рис. 2 – Распределение пластических деформаций для различных моментов времени

Полученные результаты показывают, что фронт спиралеобразного изменения деформации распространяется с постоянной скоростью,

которая зависит лишь от механических свойств материала. Со временем в процессе тепловыделения, обусловленного фазовыми переходами, распределение температуры вдоль оси пластины становится равномерным.

Выводы. Проведено экспериментальное обоснование феноменологической модели поведения псевдо-упругопластического материала с памятью формы. В модели заложена возможность количественной оценки сложных взаимодействий между напряжениями.

Решен новый класс нестационарных задач теории термо-упруго-пластичности для псевдо-упругопластических материалов с памятью формы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. **Петров А. Д., Демичев К. Э., Стеблянок П. А., Черняков Ю. А.** Экспериментальное обоснование варианта модели поведения материала с памятью формы и псевдоупругостью // Моделювання та інформаційні технології: зб.наук. пр. Інституту проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України. 2017. № 80. С. 81–87.
2. **Abeyaratne R., Knowles J. K.** Evolution of phase transitions. – Cambridge University Press, 2006. 258 p.
3. **Chernyakov Yu. A., Polishchuk A. S.** Modeling superelastic response of shape memory alloys subjected to complex loading // Advanced problems in Mechanics of Heterogeneous Media and Thin-Walled Structures. Dnipropetrovsk. 2010. P. 97–113.
4. **Petrov A., Chernyakov Yu., Steblyanko P., Demichev K., Haydurov V.** Development of the method with enhanced accuracy for solving problems from the theory of thermo-pseudoelastic-plasticity // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 4/7 (94). P. 25–33.
5. **Shaw J. A., Kyriakides S.** Thermomechanical aspects of NiTi. // J. Mechanics and Physics of Solids, 1995. No 43. P.1243–1281.
6. **Shaw J. A., Kyriakides S.** On the nucleation and propagation of phase transformation fronts in a NiTi alloy. / J. Acta Materialia, 1997. No 45, p.683–700.
7. **Steblyanko P. A., Shevchenko Yu. N.** Computational methods in stationary and non-stationary thermal-plasticity problems // Computational Methods in Stationary and Nonstationary Thermal-Plasticity.- Problems, ETS-Encyclopedia of Thermal Stresses , Springer Verlag. 2014. No 7. P. 630–636.

УДК 539.3

О. Д. Петров

ФЕНОМЕНОЛОГІЧНА МОДЕЛЬ ПОВЕДІНКИ ПСЕВДО-ПРУЖНО-ПЛАСТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Вивчення поведінки тіл з псевдо-пружно-пластичних матеріалів вимагає розвитку спеціальних алгоритмів розрахунку напружено-деформованого стану. При побудові фізичних співвідношень передбачалося, що деформація в точці представляється у вигляді суми пружної складової, стрибка деформації при фазовому переході, пластичної деформації і деформації, викликаній температурними змінами. Розглянуто приклади.

Ключові слова: псевдо-пружно-пластичний матеріал, фазові переходи, метод підвищеної точності, двовимірні сплайни.

PHENOMENOLOGICAL MODEL OF BEHAVIOR OF PSEUDO-ELASTIC-PLASTIC MATERIAL UNDER NONSTATIONARY LOADING

The study of behavior of bodies from pseudo-elastic-plastic materials requires development of ad hoc algorithms of calculation of the stress-strain state. It was envisaged at the construction of physical relations, that deformation in a point appeared as a sum elastic constituent, jump of deformation in phase transition, plastic deformation and deformation caused by temperature changes. Examples are considered.

Keywords: *pseudo-elastic-plasticity material, phase transitions, method of enhanceable exactness, two-dimensional splines.*

Currently, a number of models are known for describing the thermo-mechanical behavior of alloys with memory shapes. Most of them are built on the basis of classical representations, that is, they aim at a direct description of the experimental data obtained on different macrosopes with simple and complex loading [1 – 5]. However, as established in experimental studies, the behavior of the material at the point of the body in the general case differs from the behavior of the sample as a whole [6 – 7]. In the proposed work the phenomenological model for describing the properties of pseudo-elastic-plastic materials is formulated at the point. Deformation at the point is represented as the sum of the elastic component; jump deformation during phase transition; plastic deformation, which is subject to the theory of flow with kinematic and translational hardening; deformation caused by temperature changes. It was assumed that the properties of the material depend on temperature. To describe the elastic deformation and deformation of the phase transformation, a diagram of an elastic material consisting of three rectilinear sections was used.

Such an interpretation of the theory leads to an unstable voltage-deformation diagram and for the description of the thermomechanical behavior of samples of various forms requires solving the boundary value problem taking into account the development of the deformation front of the transformation. It takes into account not only the ambient temperature, but also the heat released in the cylindrical tube during the phase transition. From the standpoint of a fairly simple model of material, a series of experimental data is presented on various samples under different loading conditions, including cyclic temperature and force influence. Specific dependencies for mechanical parameters are established. It is shown that the phase separation boundary is moved with a constant velocity for the selected temperature. It is established that classical material diagrams represent a curve enveloping a family of diagrams of a material, which is constructed for certain laws of velocity change of the front of the breakdown of deformations.

REFERENCES

1. **Petrov A. D., Domichev K. E., Steblyanko P. A., Chernyakov Yu. A.** Experimental substantiation of the model version of the behavior of the material with shape memory and pseudo-elasticity // Modeling and Information Technology: Zbirnik naukovih prats Institute

of Modeling Problems in Power Engineering G. E. Puhov NAS of Ukraine. 2017. No 80. P. 81–87. (in Russian).

2. **Abeyaratne R., Knowles J. K.** Evolution of phase transitions // Cambridge University Press, 2006. 258 p.

3. **Chernyakov Yu. A., Polishchuk A. S.** Modeling superelastic response of shape memory alloys subjected to complex loading // Advanced problems in Mechanics of Heterogeneous Media and Thin-Walled Structures. – Dnipropetrovsk. 2010. P. 97–113.

4. **Petrov A., Chernyakov Yu., Steblyanko P., Demichev K., Haydurov V.** Development of the method with enhanced accuracy for solving problems from the theory of thermo-pseudoelastic-plasticity // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. 2018. Vol. 4/7 (94). P. 25–33.

5. **Shaw J. A., Kyriakides, S.** Thermomechanical aspects of NiTi. / J. : Mechanics and Physics of Solids, 1995. No 43. P.1243–1281.

6. **Shaw J. A., Kyriakides S.** On the nucleation and propagation of phase transformation fronts in a NiTi alloy // J. Acta Materialia. 1997. No 45. P.683–700.

7. **Steblyanko P. A., Shevchenko Yu. N.** Computational methods in stationary and non-stationary thermal-plasticity problems // Computational Methods in Stationary and Nonstationary Thermal-Plasticity. Problems, ETS-Encyclopedia of Thermal Stresses , Shpringer Verlag. 2014. No 7. P. 630–636.

*Дніпровський національний
університет імені Олеся Гончара,
Дніпро, Україна*

Надійшла до редколегії 14.08.2018