ISSN 2079–1836
2018, вип. 28

УДК 519.633:536.24

В. А. Яковенко[1], д-р техн. наук, А. Г. Яковенко[2], д-р техн. наук

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАГИСТРАЛЕЙ СИЛОВОЙ УСТАНОВКИ

Предложена математическая модель оптимального выбора динамических свойств магистралей силовой установки. Получены оптимальные распределения скоростей в потоке жидкости в зависимости от вида границы раздела фаз и динамических свойств магистралей. Результаты могут быть использованы в практике проектирования силовых установок.

Ключевые слова: *силовая установка, математическая модель, граница раздела фаз.*

Введение. Силовая установка представляет собой динамическую систему, на устойчивость которой влияют параметры системы подачи. Гидродинамические процессы в системе подачи при их взаимодействии с рабочим процессом в камере сгорания определяют обратную связь между давлением в камере и расходом топлива. Такое взаимодействие при наличии конечного времени преобразования жидкого топлива в продукты сгорания является одним из факторов возникновения низкочастотной неустойчивости. На устойчивость силовой установки к низкой частоте влияют динамические свойства топливоподающих магистралей [2, 3].

Постановка задачи. В случае течения жидкого топлива в магистрали радиуса r_c уравнение движения удобно записать в цилиндрических координатах. Так как течение симметрично относительно оси x, то уравнение движения с учетом поля тяготения принимает вид

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial \tau}=\nu\left(\frac{\partial^2\upsilon}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial \upsilon}{\partial r}\right)-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+g, \qquad (1)$$

где r – текущий радиус; g – внешняя сила.

Пусть в магистрали осуществляются колебания, имеющие обобщенный вид

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}=\alpha_0+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{1n}\cos n\omega\tau+\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_{2n}\sin n\omega\tau$$

и

$$g=g_1+g_2(\tau). \qquad (2)$$

Предположим, что решение уравнения (1) можно представить в виде суммы двух составляющих $\upsilon = \upsilon_s(r) + \upsilon_\tau(r,\tau)$. Стационарная составляющая скорости $\upsilon_s\left(r\right)$ определяется из уравнения (1) с учетом выражения (2)

$$\frac{\partial^2 \upsilon_s}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \upsilon_s}{\partial r} + \frac{\alpha_0 + g_1}{\nu} = 0, \quad 0 < r < r_c. \tag{3}$$

Проинтегрировав уравнение (3) дважды, найдем общее решение

$$\upsilon_s = \frac{(\alpha_0 + g_1) r^2}{4\nu} + c_1 \ln r + c_2 .$$

Граничные условия имеют вид при $r = 0$ $\frac{\partial \upsilon_s}{\partial r} = 0$, при $r = r_c$ $\upsilon_s = 0.$

Используя эти условия, находим

$$\upsilon_s = \frac{(\alpha_0 + g_1)\left(r_c^2 - r^2\right)}{4\nu} . \tag{4}$$

Далее предположим [4], что для моментов времени $\tau > 0$ на стенке магистрали образуются отложения твердой фазы толщины $r_c - \gamma(\tau)$. Неустановившуюся составляющую скорость определим из уравнения

$$\frac{\partial \upsilon_\tau}{\partial \tau} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \upsilon_\tau}{\partial r}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{1n} \cos n\omega\tau + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{1n} \sin n\omega\tau + g_2(\tau)$$

$$(0 < r < \gamma(\tau), \tau > 0) .$$

Начальные и граничные условия имеют вид:

$$\upsilon_\tau\left(0,r\right) = 0 ; \quad \left(\frac{\partial \upsilon_\tau}{\partial r}\right)_{r=0} = 0 ; \quad \upsilon_\tau\left(\tau, \gamma\left(\tau\right)\right) = 0 .$$

Отнесем величину пульсирующей составляющей скорости υ_τ к средней по сечению и времени скорости жидкости в магистрали $\overline{U}$. Тогда задача может быть представлена в безразмерном виде

$$\begin{gathered} \frac{\partial W'}{\partial Zh} = \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial W'}{\partial R}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8\alpha_{1n}}{\alpha_0} \cos n2M^2 Zh + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8\alpha_{2n}}{\alpha_0} \sin n2M^2 Zh + \frac{8 g_2(Zh)}{\alpha_0} \end{gathered} \tag{5}$$

при

$$0 < R < \Delta(Zh); \quad Zh > 0; \quad W'(0,R) = 0; \quad \left(\frac{\partial W'}{\partial R}\right)_{R=0} = 0,$$

где $Zh = \dfrac{\tau\nu}{r_c^2}$ – число Жуковского; $M = \left(\dfrac{\omega r_C^2}{2\nu}\right)^{\frac{1}{2}}$ – безразмерная частота колебаний; $\Delta = \gamma / r_c$ – безразмерный радиус поверхности раздела фаз.

Таким образом, гидродинамическая задача сведена к решению уравнения типа теплопроводности для круглого цилиндра с источником тепла, представленном в виде тригонометрического ряда Фурье и $g_2(\tau)$.

Применим конечное интегральное преобразование Ханкеля с верхним пределом, зависящим от времени. Формулы обращения имеют вид [1]:

$$\psi(Zh,n) = \int_0^{\Lambda} RW'(Zh,R) J_0\left(\frac{\xi_n R}{\Delta}\right) dR;$$
$$W'(Zh,R) = \frac{2}{\Delta^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi(Zh,n)}{J_1^2(\xi_n)} J_0\left(\frac{R\xi_n}{\Delta}\right), \tag{6}$$

где $J_0(R\xi_n / \Delta)$ – «мгновенные» собственные функции; ξ_n – положительные корни характеристического уравнения $J_0(\xi) = 0$; J_1 – функция Бесселя первого порядка.

Для определения $\psi(Zh,n) = \psi_n(Zh)$ умножим уравнение (5) на ядро $RJ_0(\xi_n R / \Delta)$ и проинтегрируем по переменной R в промежутке $(0, \Lambda)$.

$$\int_0^{\Delta} \frac{\partial W'}{\partial Zh} RJ_0\left(\frac{\xi_n R}{\Delta}\right) dR = \int_0^{\Delta} \frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial W'}{\partial R}\right) J_0\left(\frac{\xi_n R}{\Delta}\right) dR + \int_0^{\Delta} RJ_0\left(\frac{\xi_n R}{\Delta}\right) \times$$
$$\times \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8\alpha_{1n}}{\alpha_0} \cos n2M^2 Zh + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8\alpha_{2n}}{\alpha_0} \sin n2M^2 Zh + \frac{8g_2(Zh)}{\alpha_0}\right] dR.$$

Вычислив интегралы, входящие в это уравнение с учетом ортогональности «мгновенных» собственных функций $J_0(\xi_n R / \Delta)$, а также краевых условий, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно коэффициентов $\psi_n(Zh)$

$$\frac{d\psi_n}{dZh} + \left(\frac{\xi_n}{\Delta}\right)^2 \psi_n = \frac{\dot{\Delta}}{\Delta} \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_{nm} \psi_m + \frac{8\Delta^2 J_1(\xi_n)}{\xi_n} \times$$
$$\times \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_{1n}}{\alpha_0} \cos n2M^2 Zh + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_{2n}}{\alpha_0} \sin n2M^2 Zh + \frac{g_2(Zh)}{\alpha_0}\right].$$

Начальные условия имеют вид

$$\psi_n(0)=\int_0^{\Delta(0)} W'(0,R)RJ_0(\xi_n R/\Delta(0))dR$$

или $\psi_n(0)=0$.

Коэффициенты Φ_{nm} определяются из следующих соотношений

$$\Phi_{nm}=\frac{2\xi_n\xi_m J_0(\xi_n)}{J_1(\xi_m)(\xi_m^2-\xi_n^2)} \text{ при } n\neq m;$$

$$\Phi_{nm}=1 \text{ при } n=m.$$

Определим среднюю по сечению пульсирующую составляющую скорости жидкости:

$$\bar{W}'=\frac{1}{\pi\Delta^2}\int_0^{\Delta} 2\pi W'RdR=\frac{4}{\Delta^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\psi_n}{\xi_n J_1(\xi_n)}.$$

Система дифференциальных уравнений относительно коэффициентов ряда (6) с нулевыми начальными условиями можно решить численно методом Рунге – Кутта или с помощью MathCad [5].

В случае пульсирующего течения в магистрали постоянного радиуса r_c коэффициенты ряда Фурье – Бесселя $\psi_n(Zh)$ определяются из дифференциального уравнения вида

$$\frac{d\psi_n}{dZh}+\xi_n\psi_n=\frac{8J_1(\xi_n)}{\xi_n}\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\alpha_{1n}}{\alpha_0}\cos n2M^2Zh+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\alpha_{2n}}{\alpha_0}\sin n2M^2Zh+\frac{g_2(Zh)}{\alpha_0}\right], \quad (7)$$

где $\psi_n(0)=0$.

Разрешая это уравнение с учетом начального условия и $g_2(Zh)=0$, получим

$$\psi_n(Zh)=\frac{8J_1(\xi_n)}{\xi_n}\left\{\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\alpha_{1k}}{\alpha_0}\times\right.$$

$$\times\left[\frac{\xi_n^2\cos k2M^2Zh+2M^2k\sin k2M^2Zh-\exp(-\xi_n^2 Zh)\xi_n^2}{\xi_n^4+4M^4k^2}\right]+\frac{n!}{r!(n-r)!}+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\alpha_{2k}}{\alpha_0}\times$$

$$\left.\times\left[\frac{\xi_n^2\sin k2M^2Zh-4M_k^2\cos k2M^2Zh+2M_k{}^2\cos k2M^2Zh}{\xi_n^4+4M^4k^2}+\frac{2M^2k\exp(-\xi_n^2Zh)}{\xi^4+4M^4k^2}\right]\right\}.$$

На практике очень часто возникает необходимость определить коэффициент сопротивления трения, учитывающий затрату энергии на трение. Касательное напряжение, действующее на стенку в нашем случае, имеет вид

$$\delta = -\mu \left[\left(\frac{\partial \upsilon_s}{\partial r} \right)_{r=r_c} + \left(\frac{\partial \upsilon_\tau}{\partial r} \right)_{r=\gamma(\tau)} \right],$$

где μ – динамический коэффициент вязкости.

Переходя к безразмерному виду, получим окончательно:

$$\xi = \frac{64}{\mathrm{Re}} \left[1 + \frac{1}{2\Delta^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi_n \xi_n}{J_1(\xi_n)} \right],$$

где $\xi = 8\delta / \rho u^2$ – коэффициент сопротивления трения.

Таким образом, полученное выражение для коэффициента сопротивления трения включает в себя, как частный случай, значение коэффициента сопротивления трения для пульсирующего потока в круглой трубе постоянного поперечного сечения.

При неустойчивости рабочих процессов в силовой установке колебательными системами являются топливные магистрали. Поэтому для исследования поведения поля скоростей и его характеристик от возмущающих факторов рассмотрим работу, совершаемую силами, действующими на единицу объема вязкой жидкости за единицу времени. Эта работа равна сумме кинетической энергии и энергии диссипации вследствие внутреннего трения

$$Q_1 = Q_k + Q_d .$$

В случае течения вязкой жидкости в круглой трубе радиуса r_c выражение для диссипации энергии имеет вид:

$$Q_d = 2\pi\mu \int_0^{rc} \left(\frac{\partial \upsilon}{\partial r} \right) r dr .$$

где υ – аксиальная компонента скорости.

Для определения энергии диссипации в случае стационарного течения и воздействия поля тяготения умножим уравнение (3) на $2\pi\rho\upsilon_s r dr$ и проинтегрируем по переменной r от $r = 0$ до $r = r_c$. Тогда, получим

$$2\pi\mu \int_0^{r_c} \left(\frac{\partial \upsilon_s}{\partial r} \right)^2 r dr = 2\pi\rho d_0 \int_0^{r_c} \upsilon_s r dr .$$

В случае стационарного течения вязкой жидкости диссипация энергии равна работе внешних сил, т.е. получим

$$Q_{ds} = 8\pi\mu \overline{\overline{u^2}} .$$

Для пульсирующей составляющей скорости $\upsilon_\tau(\tau, r)$, в случае действия $g_2(\tau)$ и отложения твердой фазы по некоторому закону $\gamma(\tau)$, получим выражения, определяющие работу, совершаемую внешними силами, кинетическую энергию и энергию диссипации. Умножим уравнение (4) на $2\pi\rho\upsilon_\tau r dr$ и проинтегрируем по переменной r от $r=0$ до $r=\gamma(\tau)$. Тогда будем иметь

$$\pi\gamma^2\overline{\upsilon_\tau}\left(-\frac{\partial p}{\partial x}\right)^{/} = 2\pi\int_0^\gamma \frac{\partial(\rho\upsilon_\tau r/2)}{\partial\tau} r dr + 2\pi\mu\int_0^\gamma \left(\frac{\partial\upsilon_\tau}{\partial r}\right)^2 r dr ,$$

где

$$Q_1 = \pi\gamma^2\upsilon_\tau\left(-\frac{\partial p}{\partial x}\right)^{/} + 2\pi\rho g_2\int_0^\gamma \upsilon_\tau r dr ,$$

$$Q_k = 2\pi\int_0^\gamma \frac{\partial(\rho\upsilon_\tau r/2)}{\partial\tau} r dr , \qquad Q_{dp} = 2\pi\mu\int_0^\gamma \left(\frac{\partial\upsilon_\tau}{\partial r}\right)^2 r dr .$$

После преобразований получим выражение для энергии диссипации пульсирующего ламинарного потока в магистрали в условиях отложения твердой фазы

$$Q_d = 8\pi\mu\overline{\overline{u^2}}\left[1 + \frac{4M^2}{\pi}\int_0^{\pi/M^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\psi_n}{\xi_n J_1(\xi_n)}\times\right.$$

$$\left.\times\left(\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\alpha_{1k}}{\alpha_0}\cos k2M^2 Zh + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{\alpha_{2k}}{\alpha_0}\sin k2M^2 Zh + \frac{g_2(Zh)}{\alpha_0}\right)\right] dZh .$$

Рассмотрим случай течения пульсирующего потока жидкости в трубе радиуса r_c при очень малой частоте пульсации $(M \to 0)$. После подстановки в это соотношение коэффициентов $\Psi_n(Zh)$ и проводя преобразования при $M \to 0$, получим:

$$Q_d = 8\pi\mu\overline{\overline{u^2}}\left\{1 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{16}{\xi_n^4}\sum_{k=1}^{\infty}\left[\left(\frac{\alpha_{1k}}{\alpha_0}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_{2k}}{\alpha_0}\right)^2\right]\right\}.$$

При очень высоких частотах $(M \to 0)$ значение диссипации энергии приближается к значению, соответствующему стационарному потоку. Следовательно, выражение для диссипации энергии пульсирующего ламинарного потока в магистрали с подвижной границей раздела жидкость – твердое вещество и воздействие гравитационного поля является более общим по отношению к известному.

Получим выражение энергии диссипации в случае, когда известен вектор ускорения от гравитационных сил, градиент давления и на пластинах образуются отложения твердой фазы по закону $\gamma(\tau)$. Диссипация энергии при течении жидкости в трубах имеет вид

$$Q_d = \mu \int_G c^2 dG .$$

Если υ_x, υ_r, υ_z – проекции вектора скорости на оси прямоугольной системы координат x, r, z, то получим:

$$\vec{c} = \left(\frac{\partial \nu_r}{\partial z} + \frac{\partial \nu_z}{\partial r} \right) \vec{i}_x + \left(\frac{\partial \nu_z}{\partial x} + \frac{\partial \nu_z}{\partial z} \right) \vec{i}_r + \left(\frac{\partial \nu_x}{\partial r} + \frac{\partial \nu_r}{\partial x} \right) \vec{i}_z .$$

В случае установившегося течения между плоскими пластинами диссипация энергии имеет вид

$$Q_{ds} = \mu \int_0^{r_c} \left(\frac{\partial \nu_s}{\partial r} \right)^2 dr ,$$

при неустановившемся течении

$$\mu \int_0^{r_c} \left(\frac{d \nu_s}{dr} \right)^2 dr = \beta_0 \rho r_c \overline{\nu}_s + g_1 \rho r_c \overline{\nu}_s .$$

Для определения Q_{dp} получим:

$$Q_{dp} = \beta_0 \rho r_c u \int_0^{\pi/M^2} \Delta V' \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_{1n}}{\beta_0} \cos n2M^2 Zh + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta_{2n}}{\beta_0} \sin n2M^2 Zh + \frac{g_2(Zh)}{\beta_0} \right) dZh.$$

Относя полную диссипацию к диссипации энергии для установившегося потока, получим

$$\frac{Q_d - Q_{ds}}{Q_{ds}} = \frac{2M^2}{\pi} \times$$

$$\times \int_0^{\pi/M^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\varepsilon_n} \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_{1k}}{\beta_0} \cos k2M^2 Zh + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_{2k}}{\beta_0} \sin k2M^2 Zh + \frac{g_2(Zh)}{\beta_0} \right) dZh .$$

Для случая пульсирующего течения жидкости между параллельными пластинами при $M \to 0$ это выражение имеет вид

$$\frac{Q_d - Q_{ds}}{Q_{ds}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{\varepsilon_n^4} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\beta_{1k}}{\beta_0} \right)^2 + \left(\frac{\beta_{2k}}{\beta_0} \right)^2 \right].$$

Рассмотрим распределение энергии диссипации по сечению канала. Распределение энергии диссипации для пульсирующего потока в условиях отложения твердой фазы на стенках канала определим в виде

$$\Omega = \frac{\mu \bar{\bar{u}}^2}{r_c^2} \left[-3R - \frac{2}{S^2} \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n \zeta \sin \frac{\varepsilon_n}{S} R \right]^2.$$

Коэффициенты $\zeta(Zh)$ определяются из соответствующей системы обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями.

Можно показать, что как и в случае круглой трубы, энергия диссипации пульсирующего потока распределяется вокруг энергии диссипации, соответствующей установившемуся потоку, имеющей вид

$$\Omega = \frac{\mu \bar{\bar{u}}^2}{r_c^2} 9R^2 .$$

Таким образом, полученное распределение энергии диссипации по сечению канала, изменяющегося во времени, может быть использовано и для случая пульсирующего течения в плоской трубе с постоянным поперечным сечением.

Имея информацию о поле скоростей в потоке жидкого топлива в условиях твердых отложений на стенках магистрали и выражение для диссипации энергии можно представить следующую оптимизационную модель определения динамических свойств магистрали:

$$W'(Zh, R) \to max, \quad Q_d(Zh, M) \to min, \quad Zh > 0,\ R > 0,\ M > 0.$$

Для решения этой задачи следует применить метод Ньютона в программном модуле «Поиск решения» табличного процессора MS Excel.

Выводы. Рассмотрено ламинарное течение жидкого топлива в условиях твердых отложений на стенках магистралей силовой установки. Разработана оптимизационная модель, позволяющая определить динамические свойства магистралей силовой установки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЕ ССЫЛКИ

1. ***Яковенко А. Г.,*** *Кошкин М. И.* Гидродинамическое моделирование двигательной установки малой тяги космического аппарата // Технологические системы. 2002, № 1. С. 53–61.

2. ***Яковенко А. Г.,*** *Драновский В. И.*, *Кошкин М. И.* Математическая модель элемента системы терморегулирования космического летательного аппарата. // Технологические системы. 2003. № 1. С. 49–53.

3. ***Яковенко А. Г.,*** *Кошкин М. И., Яковенко В. А.* Моделирование процесса взаимодействия струй в емкости. // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер.: Ракетно-космічна техніка. 2002. Вип. 6. С 37–41.

4. ***Яковенко А. Г.*** Моделирование процесса переноса в трубопроводах силовой установки. // Пробл. обчислюв. механіки і міцності конструкції. 2016. Вип. 25. С. 217–229.

5. ***Яковенко О. Г.*** Моделювання процесу гідрорізання заряду ракетного палива. // Вісн. Дніпропетр. ун-ту. Сер.: Механіка неодноріних структур. 2016. Вип. 1(20). С.112–117.

УДК 519.633:536.24

В. О. Яковенко[1], д-р техн. наук, О. Г. Яковенко[2], д-р техн. наук

МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ МАГІСТРАЛЕЙ СИЛОВОЇ УСТАНОВКИ

Запропонована математична модель оптимального вибору динамічних властивостей магістралей силової установки. Отримано оптимальні розподіли швидкостей у потоці рідини залежно від виду границі розподілу фаз та динамічних властивостей магістралей. Результати можуть бути використані у практиці проектування силових установок.

Ключові слова: *силова установка, математична модель, границя розподілу фаз.*

UDC 519.633:536.24

V. A. Yakovenko[1], Dr. Sci. (Tech.), A. G. Yakovenko[2], Dr. Sci. (Tech.)

MODELING AND INFORMATIONAL SOFT OF DETERMINING DYNAMIC PROPERTIES OF POWER PLANT LINE

A mathematical model and informational soft of determining the optimal choice of the dynamic properties of the power plant line was proposed. Optimal velocity profiles in the liquid flow were obtained depending on the type of the interface and the dynamic properties of the lines. The results can be used in designing power plants.

Keywords: *power plant, mathematical model, phase interface.*

The authors have proposed a mathematical model to make an optimal choice of the dynamic behavior of the power plant main lines. Optimal velocity distributions in the liquid flow are obtained depending on the type of the phase boundary and the dynamic behavior of the lines. The hydrodynamic problem to solving the thermal conductivity equation for a circular cylinder with a heat source was given.

They have also obtained the distribution of the dissipation energy over the cross-section of the channel, which is varying with time. That result could be used for the case of pulsating flow in a flat tube with a constant cross-section.

The expression for the coefficient of friction resistance was obtained and it includes, as a particular case, the value of the coefficient of friction resistance for a pulsating flow in a circular pipe of constant cross-section.

In case of instability of working processes at the power plant, the oscillating systems are fuel lines. Therefore, to study the behavior of the velocity field and its characteristics from perturbing factors, we will consider the work done by forces acting per unit volume of a viscous liquid per unit time. This work is equal to the sum of the kinetic energy and dissipation energy due to internal friction.

On the ground of obtained information of the velocity field in the liquid fuel stream under conditions of solid deposits on the walls of the main line and expressions for energy dissipation, an optimization model for determining the dynamic behavior of the highway was compiled. Such a problem can be solved using the Newton method in the "Solver" software module of the MS Excel spreadsheet.

REFERENCES

1. ***Yakovenko A. G.,*** *Koshkin M. I.* Hydrodynamic modeling low propulsion device of spacecraft // Technological Systems. 2002. № 1. P. 53–61. (in Russian).

2. ***Yakovenko A. G.***, *Dranovsky V. I., Koshkin M. I.* Mathematical model of thermal control system components of the space craft // Technological Systems. 2003. № 1. P. 49–53. (in Russian).

3. ***Yakovenko A. G.*** Modelling hydraulic cutting of propellant // Bulletsn of Dnipropetrovsk un-ty.Ser.: Mechanics of inhomogeneous structures. 2016. Vol. 1 [20]. – P.112–117. (in Ukranian).

4. ***Yakovenko A. G.*** *Koshkin M. I., Yakovenko V. A.* Modeling of the interaction of the jets in the tank // Visnyk of Dnipropetrovsk un-ty. Ser.: Racketo-kosmichna technices. – 2002. Vol. 6. P. 37–41. (in Russian).

5. ***Yakovenko A. G.*** Simulating the transfer process in the power plant lines // Problems of computational mechanics and strength of structures. 2016. No 25. P. 217–229. (in Russian).

[1]Університет митної справи та фінансів,
[2]Дніпровський національний університет
імені Олеся Гончара,
Дніпро, Україна

Надійшла до редколегії 05.06.2018