УДК 519.863:303.725.36
С. А. Цыбульник, канд. техн. наук
(УКРНИИЭП)

ОПТИМИЗАЦИЯ ВОДООХРАННЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ВЕКТОРНОМУ КРИТЕРИЮ

Рассмотрена задача компромиссного распределения затрат на водоохранные мероприятия между водопользователями. Описан метод анализа множества эффективных решений задачи, основанный на графическом отображении множества компромиссных решений и выделении на нем решений, соответствующих дополнительным принципам оптимальности.
Ключевые слова: *векторная оптимизация, множество эффективных решений, компромиссное распределение затрат, водоохранные мероприятия.*

Согласно «Інструкції про порядок розробки та затвердження гранично-допустимих скидів (ГДС) речовин у водні об'єкти із зворотними водами» (далее – Инструкция), расчет предельно допустимых сбросов (ПДС) для совокупности водопользователей рекомендуется производить по критериям равного относительного использования ассимилирующей способности водного объекта на единицу расхода возвратных вод и минимума суммарных приведенных затрат на достижение ПДС.

Оба указанных подхода к расчету ПДС тесно увязаны между собой, так как распределяя ассимилирующую способность мы неявно распределяем и суммарные затраты, и наоборот. Однако у них есть и принципиальное различие: модель распределения суммарных затрат учитывает взаимосвязь процессов очистки возвратных вод по всей совокупности нормируемых показателей, а модель распределения ассимилирующей способности рассматривает каждый показатель изолированно, по отдельности.

Для построения модели взаимоувязанного распределения ассимилирующей способности по всем нормируемым показателям необходимо иметь интегральную скалярную свертку ассимилирующей способности, аддитивную относительно ее величины, выделенной отдельным водопользователям. На сегодняшний день такая свертка не разработана и вряд ли когда-либо может быть получена в виде универсальной формулы, пригодной для произвольного водного объекта. Поэтому приоритет в области расчета ПДС и оптимальных водоохранных мероприятий был и остается за использованной в Инструкции моделью распределения суммарных затрат [1]. Таким образом, актуальна задача дальнейшего совершенствования указанной модели с учетом особенностей современного этапа экономического развития страны, когда на смену жесткому принципу централизованного планирования пришел более мягкий принцип равенства прав и обязанностей всех водопользователей.

В современных экономических условиях затраты водопользователей на водоохранные мероприятия не могут рассматриваться изолированно, без учета их влияния на показатели экономической эффективности хозяйственной деятельности самих водопользователей [2]. Поэтому, назначая необходимые водоохранные мероприятия, следует стремиться к возможно более их равномерному распределению между водопользователями.

Некоторые авторы полагают, что бассейновый принцип установления ПДС сам по себе «обеспечивает равенство прав и обязанностей водопользователей» [3]. Это утверждение ошибочно. Бассейновый принцип обеспечивает только рассмотрение всей совокупности водопользователей бассейна в рамках единой задачи назначения ПДС. Что же до равенства прав и обязанностей водопользователей, то они регламентируются существующими нормативными документами и, в первую очередь, Водным кодексом Украины. Вместе с тем, даже в Водном кодексе указано, что в государственных интересах «права водопользователей, которые осуществляют специальное водопользование, могут быть ограничены органом, который выдал разрешение на специальное водопользование или предоставил водный объект в пользование или в аренду» (ст. 45). Кроме того, права водопользователей могут быть ограничены в маловодные годы временной корректировкой установленных им лимитов (ст. 49).

Принцип равенства прав и обязанностей водопользователей может быть учтен только при использовании моделей векторной оптимизации водоохранных мероприятий, позволяющих согласовать интересы (критерии) отдельных водопользователей и добиться более равномерного распределения суммарных затрат между ними так, чтобы различие в ухудшении их экономических показателей было менее существенным [2].

Рассмотрим постановку задачи векторной оптимизации водоохранных мероприятий в следующей достаточной общей форме:

$$\left\{g_1(x),...,g_r(x)\right\} \to \min_{x\in X}, \tag{1}$$

где $g_i(x)$ – критерии, характеризующие интересы отдельных водопользователей, например, удельные приведенные затраты на водоохранные мероприятия; $x = (x_1,\ldots,x_r)$; x_i – вектор с областью допустимых значений X_i, характеризующий эффективность водоохранных мероприятий для водопользователя i (доля расхода сточных вод, проходящих ту или иную ступень очистки); r – число водопользователей; X – область допустимых значений оптимизируемых переменных задачи, определяемая моделью трансформации примесей в водном объекте и установленными требованиями к качеству воды в контрольных створах [2]. Детальный вид ограничений задачи описан в Инструкции (разд. 1.2.5).

Как следует из доказанных автором свойств множества эффективных решений [4], для задачи (1) последнее определяется семейством параметрических функций

$$\Gamma_k(x,\omega,\alpha) = \left\{\min_{x\in X} g(x)\,/\,g(x)\geq\alpha,\ g_k(x_k)=\omega,\ g_i(x_i)\leq\breve{g}_i(\omega), \forall i\neq k\right\}$$

$$\breve{g}_i(\omega) = \begin{cases}\omega,\text{при} & \omega\in\left[\omega_i^{\min}\ \ \omega_i^{\max}\right], \forall i\\ \omega_i^{\min},\text{при} & \omega\in\left[\omega^{\min}\ \ \omega_i^{\min}\right]\ \forall i\end{cases} \tag{2}$$

$$\alpha\in\left[\alpha_k^{\min}(\omega),\alpha_k^{\max}(\omega)\right],\ \omega\in\left[\omega_k^{\min},\omega_k^{\max}\right], k\in[1,r],$$

где $g(x)$ – суммарные затраты; $\omega_k^{\min}$, $\omega_k^{\max}$ – минимальное и максимальное значения функции $g_i(x_i)$ на множестве эффективных решений; $\alpha_k^{\min}(\omega)$, $\alpha_k^{\max}(\omega)$ – минимальное и максимальное значения функции $g(x)$ на множестве эффективных решений при ограничении $\omega = g_k(x_k)$ на величину удельных затрат.

Будем полагать, что для контролирующего органа все водопользователи равноправны. В противном случае коэффициенты их соотносительной важности можно ввести прямо в функции $g_i(x_i)$. Для равноценных критериев общеупотребительным принципом оптимальности (справедливости) распределения затрат является аналог принципа Чебышева – наилучшее равномерное приближение, обеспечивающее каждому водопользователю величину затрат, не превышающую гарантированного уровня [5]

$$\min_{x\in X}\max_{i\in[1,r]}\left\{g_i(\mathrm{x}_i)\,/\,g(x)=\alpha\right\},\qquad(3)$$

где $g(x)$ – суммарные затраты; α – их распределяемая величина.

Заметим, что условие (3) можно использовать только для критериев, нормализованных к единому безразмерному масштабу измерения относительно своих наименьших и наибольших значений на множестве эффективных решений, поскольку иначе диапазоны изменения отдельных критериев могут не пересекаться. Поэтому для определения строго компромиссного эффективного решения [2] для ненормализованных критериев вместо условия (3) необходимо использовать аналогичное по смыслу условие

$$\omega^*(\alpha)=\min_{x\in X}\left\{\omega\,/\,g(\mathrm{x})=\alpha,\ g_i(\mathrm{x}_i)\le\breve{g}_i(\omega),\ \forall i\right\}.\qquad(4)$$

Отобразим определяемое условием (4) множество эффективных решений X^0 на плоскость $\omega\times\alpha$ и обозначим новые интервалы значений ω и α как $[\omega^{\min}, \omega^{\max}]$ и $[\alpha^{\min}, \alpha^{\max}]$. Наилучшему по равномерности распределения затрат решению соответствует $\omega=\omega^{\min}$ и $\alpha=\alpha^{\max}$, а наихудшему – $\alpha=\alpha^{\min}$ и $\omega=\omega^{\max}$.

Рассмотрим обратную функцию α(ω), определяющую то же множество эффективных решений, что и функция $\omega^*(\alpha)$:

$$\alpha(\omega)=\min_{x\in X}\left\{g(\mathrm{x})\,/\,g_i(\mathrm{x}_i)\le\breve{g}_i(\omega),\ \forall i\right\},\ \ \omega\in[\omega^{\min},\omega^{\max}].\qquad(5)$$

Пусть $M(\omega)$ – множество значений x, для которых достигаются значения α(ω). Тогда множество допустимых эффективных решений $\tilde{X}^0$, отвечающее принципу оптимальности (4), определяется как

$$\tilde{\mathrm{X}}^0=\bigcup_{\omega\in[\omega^{\min},\omega^{\max}]}\left\{x^0: x^0\in M(\omega)\right\}.\qquad(6)$$

Таким образом, принятие условия (4) в качестве принципа оптимальности позволяет свести исходную задачу с системой критериев $\{g_1(x),\ldots,g_r(x)\}\to\min$ к задаче с двумя критериями – $\alpha(\omega)\to\min$ и $\omega^*(\alpha)\to\min$.

Если финансирование водоохранных мероприятий осуществляется полностью за счет самих водопользователей, критерий их суммарных усилий (затрат) – $g(x)$ целесообразно нормализовать. При этом $\alpha(\omega)$ будет представлять собой относительные суммарные потери водопользователей

$$\alpha(\omega)=\frac{g(x)-g^{\min}}{g^{\max}-g^{\min}}, \qquad (7)$$

где $g^{\max}$ и $g^{\min}$ – соответственно наилучшие и наихудшие по равномерности распределения суммарные затраты на водоохранные мероприятия.

Из свойств задачи параметрического программирования следует, что $\alpha(\omega)$ – монотонно убывающая функция. При линейных или выпуклых вниз функциях $g_i(x_i)$ она также выпукла вниз. График $\alpha(\omega)$ наглядно отображает множество допустимых решений задачи, соответствующее принципу оптимальности (4), и его легко построить по точкам из интервала $[\omega^{\min}, \omega^{\max}]$. Степень наглядности можно усилить, построив соответствующие графики изменения критериев $g_i(x_i)$ в зависимости от значения ω. Окончательный выбор компромиссного решения на множестве допустимых эффективных решений $\tilde{X}^0$, определяемом условием (4), предлагается производить с участием лица, принимающего решение (ЛПР).

Для упрощения анализа множества допустимых решений целесообразно выделять на нем точки, отвечающие некоторым дополнительным принципам оптимальности. При выборе компромиссного решения эти точки могут являться дополнительным ориентиром для ЛПР.

Приведем некоторые возможные способы задания дополнительных к условию (4) принципов оптимальности. Рассмотрим график зависимости $\alpha(\omega)$ и выделим на нем замкнутую область Z, каждая точка (ω^0, α^0) которой удовлетворяет условиям $\alpha^0 \geq \alpha(\omega^0)$, $\alpha^0 \leq \alpha^{\max}$ и $\omega^0 \leq$ $\leq \omega^{\max}$. Будем полагать, что область Z выпукла и решению $(\omega^{\max}, \alpha^{\max})$ соответствует нулевая полезность по обоим критериям ω и α, и что полезность решения (ω, α) оценивается с точностью до постоянного множителя как

$$u_1=\frac{\omega^{\max}-\omega}{\omega^{\max}-\omega^{\min}}; \qquad u_2=\frac{\alpha^{\max}-\alpha}{\alpha^{\max}-\alpha^{\min}}. \qquad (8)$$

Тогда, используя методологию теории игр, задачу выбора компромисса между u_1 и u_2 можно рассматривать как кооперативную игру двух лиц с нулевой суммой [6].

Один из подходов к решению такой задачи состоит в определении точки (или решения) Нэша, в которой достигается

$$\max\{u_1 u_2 / (u_1, u_2) \in Z\}. \tag{9}$$

Решение Нэша соответствует модели торга, где уступает тот игрок, у которого относительный убыток меньше. Для выпуклой области Z условие (9) эквивалентно условию

$$\frac{\mathrm{d}u_2}{\mathrm{d}u_1} = -\frac{u_2}{u_1}, \tag{10}$$

или, переходя к конечным приращениям,

$$\frac{u_1' - u_1}{u_1} \approx -\frac{u_2' - u_2}{u_2'}, \tag{11}$$

где норма разности векторов (u_1, u_2) и (u_1', u_2') – достаточно малая величина. Выражая u_1 и u_2 через ω и α, получаем условие равновесия

$$\frac{\omega - \omega'}{\omega^{\max} - \omega} = -\frac{\alpha(\omega) - \alpha(\omega')}{\alpha^{\max} - \alpha(\omega')}. \tag{12}$$

Условие (12) определяет решение (ω, α), в малой окрестности которого выигрыш в значении одного из критериев при переходе от (ω, α) к (ω′, α′) равен выигрышу в значении другого критерия при обратном переходе от (ω′, α′) к (ω, α). При этом выигрыш определяется как отношение уменьшения значения критерия к уже достигнутому его уменьшению от наихудшего значения.

В зависимости от способа определения выигрыша в значении критерия, можно ввести и другие принципы оптимальности, аналогичные (12). Так, при определении выигрыша в значении критерия как отношения уменьшения его значения к уже достигнутому абсолютному значению, соответствующее условие имеет вид

$$\frac{\omega - \omega'}{\omega} = -\frac{\alpha(\omega) - \alpha(\omega')}{\alpha(\omega')}. \tag{13}$$

Условие (13) позволяет учесть сравнительную ценность принимаемых решений по отношению к их абсолютным значениям.

При определении выигрыша в значении критерия как отношения уменьшения его значения к максимально возможному уменьшению от наихудшего значения получаем условие

$$\frac{\omega-\omega'}{\omega^{max}-\omega^{min}}=-\frac{\alpha(\omega)-\alpha(\omega')}{\alpha^{max}-\alpha^{min}}. \tag{14}$$

Кроме решений, определяемых условиями (12)–(14), также представляет интерес определение решения, обеспечивающего равное относительное удовлетворение критериев ω и α(ω). Условие имеет вид $u_1 = u_2$, или

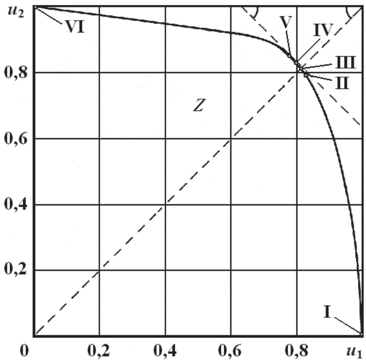
$$\frac{\omega^{max}-\omega}{\omega^{max}-\omega^{min}}=-\frac{\alpha^{max}-\alpha(\omega)}{\alpha^{max}-\alpha^{min}}. \tag{15}$$

Последнее условие, в отличие от предыдущих, не учитывает характер зависимости α(ω) в окрестности определяемой им точки.

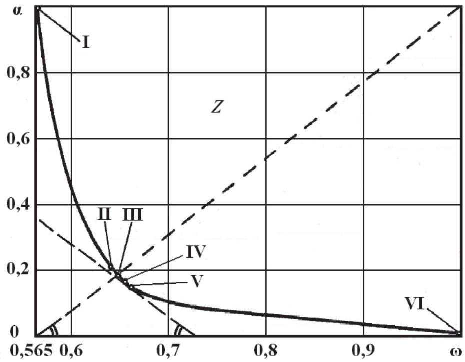
Использование условий (12)–(15) рекомендуется, когда они приближенно выполняются в достаточно малом интервале значений ω. Пример их определения представлен на рис. 1. Расчет выполнен для нормализованных критериев водопользователей, параметры ω и α характеризуют, соответственно, максимальную величину относительных потерь и относительные суммарные потери водопользователей. Решения, соответствующие условиям (12)–(13), определены их проверкой для ряда значений $\omega \in [\omega^{min},\omega^{max}]$. Решения для условий (14)–(15) определены графическим построением в плоскости параметров u_1 x u_2 (рис. 1, а) и ω х α (рис. 1, б).

На графике условие (15) определяет компромиссное решение, в котором повышение суммарных затрат составляет всего 18 % от разницы между строго компромиссными и минимальными затратами. При этом в абсолютных величинах суммарные затраты всего на 5 % больше минимально возможных и на 25 % меньше строго компромиссных, а неравномерность их распределения на 76 % меньше, чем в решении с минимальными суммарными затратами.

На рис. 2 представлен пример построения графического отображения множества эффективных решений для ненормализованных критериев водопользователей. Для удобства сравнительного анализа решений значения критериев $g_i(x_i)$ указаны в процентах от минимально возможных строго компромиссных удельных затрат. При этом параметр ω характеризуют степень превышения минимально возможных строго компромиссных удельных затрат у отдельных водопользователей. Для большей наглядности для окрестности анализируемых



а)



б)

Рис. 1. Определение эффективных решений, соответствующих различным принципам оптимальности: *1 – строго компромиссное решение; 2 – условие (13); 3 – условие (15); 4 – условие (12); 5 – условие (14); 6 – минимум суммарных потерь*

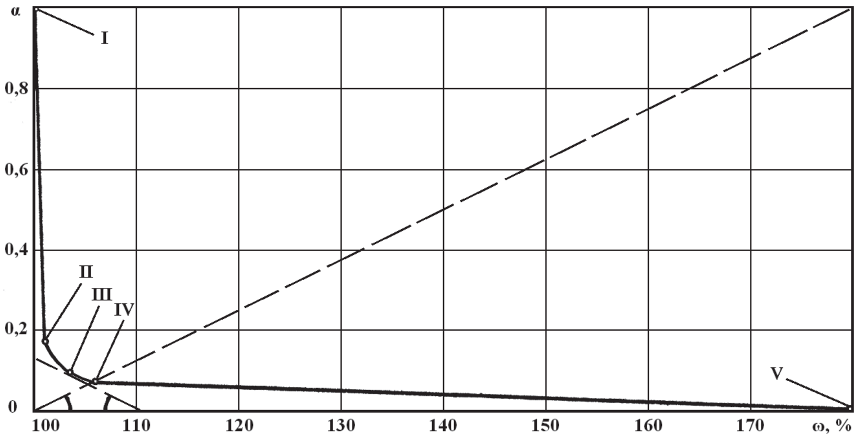


Рис. 2. График зависимости суммарных потерь водопользователей – α от степени превышения строго компромиссных затрат – ω:
I – строго компромиссное решение; II – условие (13); III – условия (12), (14); IV – условие (15); V – минимум суммарных потерь

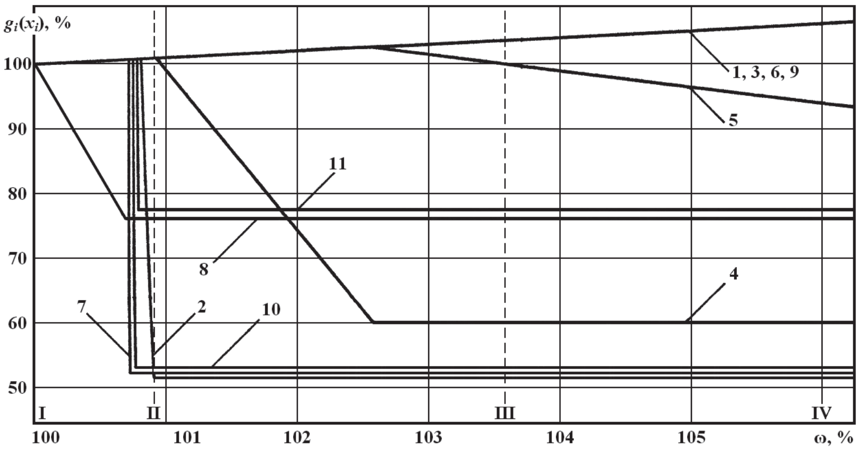


Рис. 3. График зависимости удельных приведенных затрат водопользователей $g_i(x_i)$, $i \in [1, 11]$ от степени превышения строго компромиссных затрат – ω: *I – строго компромиссное решение (ω = 100); II – условие (13) (ω = 100,9); III – условия (12), (14) (ω = 103,6); IV – условие (15) (ω = 106)*

решений построены графики изменения критериев водопользователей (рис. 3).

Как видно из рис. 2, суммарные приведенные затраты водопользователей на реализацию комплекса водоохранных мероприятий существенно отличаются от минимально возможных только в малой окрестности строго компромиссного решения для $\omega \in [100, 100{,}9]$. При этом на правой границе указанной области для отдельных критериев имеют место существенные скачкообразные изменения их значений при несущественных изменениях ограничивающего их параметра ω (рис. 3). Подобная неустойчивость решения задачи к малому изменению параметров означает, что требование строгого равенства удельных затрат водопользователей лишено какого либо практического смысла.

Таким образом, требование равенства удельных затрат ведет к неоправданному завышению не только суммарных затрат в целом, но и затрат отдельных водопользователей, поскольку затраты одних водопользователей скачкообразно подтягиваются к уровню других при крайне несущественном уменьшении последних. Поскольку зависимость удельных затрат от расхода очищаемых вод не линейна, водопользователи с небольшим расходом возвратных вод несут при равенстве удельных затрат существенные убытки. Заметим, что предлагаемое в качестве нового подхода к установлению ПДС равенство концентраций веществ в возвратных водах [3] дало бы еще более худший результат, так как затраты на очистку возрастают экспоненциально и требование равенства концентраций существенно жестче по удельным затратам, чем просто требование равенства удельных затрат.

Сравнительный анализ представленных на графиках эффективных решений (рис. 2–3) показывает, что при жестком стремлении к равномерному распределению удельных затрат между отдельными водопользователями наиболее предпочтительным является решение $\alpha = 0{,}174$, $\omega = 100{,}9$, соответствующее принципу оптимальности (13). При этом суммарные затраты для компромиссного варианта превышают минимально возможные всего на 2,3 %, а удельные затраты отдельных водопользователей возрастают менее чем на 1 % по сравнению с минимально возможной строго компромиссной величиной.

Результаты проведенных расчетов позволяют сделать следующие выводы:

1. Разработанные модели оптимизации водоохранных мероприятий по векторному критерию являются удобным инструментом исследования множества эффективных решений задачи и позволяют проводить неформальный сравнительный анализ допустимых вариантов распределения затрат на водоохранные мероприятия между водопользователями.

2. Описанный метод анализа множества эффективных решений задачи векторной оптимизации водоохранных мероприятий не зависит от конкретных исходных данных и может быть использован для любых речных бассейнов.

3. Требование строго равномерного распределения затрат на водоохранные мероприятия между отдельными водопользователями не является целесообразным, так как незначительное увеличение суммарных затрат по сравнению с минимально необходимыми позволяет существенно улучшить равномерность их распределения между водопользователями и, наоборот, незначительное отклонение распределения затрат водопользователей от строго равномерного

позволяет значительно уменьшить суммарные затраты на водоохранные мероприятия по сравнению со строго компромиссными.

Направлением дальнейших исследований в данной области является совершенствование разработанных моделей в направлении расширения системы критериев на случай определения первоочередных водоохранных мероприятий при невозможности достижения нормативного качества вод в течение планового периода.

1. Сухоруков Г. А. Методы оптимизации и принятия решения при планировании водоохранных мероприятий для рек Северский Донец и Коннектикут / Г.А. Сухоруков, С.А. Цыбульник // Методология и практика планирования охраны вод речных бассейнов : Тр. Советско-американского симпозиума (США, Кембридж, Массачусетс, октябрь 1979 г.). – Х.: ВНИИВО, 1981. – С. 171-201.
2. Цыбульник С. А. Методологические аспекты постановки и решения задачи оптимизации водоохранных мероприятий по векторному критерию / С. А. Цыбульник // Проблемы охраны окружающей природной среды и экологической безопасности : Сб. науч. тр. УкрНИИЭП. – Х.: Райдер, 2014. – С. 234-245.
3. Кресін В. С. Нові підходи до басейнового принципу встановлення гранично допустимих скидів речовин у річкові системи / В. С. Кресін, О. М. Лесов, С. М. Остроумов // Захист довкілля від антропогенного навантаження : Зб. наук. праць. – Харків–Кременчук: ПП «Швидка», 2007. – Вип. 14 (16). – С. 98–115.
4. Цыбульник С. А. Теоретические основы параметризации, перечисления и наглядного представления множества эффективных решений задачи векторной оптимизации/ С. А. Цыбульник // Проблемы охраны окружающей природной среды и экологической безопасности : Сб. науч. тр. УкрНИИЭП. – Х.: Райдер, 2014. – С. 245-256.
5. Модели и методы векторной оптимизации / С. В. Емельянов, В. И. Борисов, А. А. Малевич и др. // В кн.: Итоги науки и техники. Техническая кибернетика. – М.: Наука, 1973. – Т. 5. – С. 386-448.
6. Льюс Р. Д. Игры и решения / Р. Д. Льюс, Х. Райфа. – М.: Изд-во иностр. лит., 1961. – 643 с.

Цибульник С. А. ОПТИМІЗАЦІЯ ВОДООХОРОННИХ ЗАХОДІВ ЗА ВЕКТОРНІМ КРИТЕРІЄМ

Розглянуто задачу компромісного розподілу витрат на водоохоронні заходи між водокористувачами. Описано метод аналізу множини ефективних розв'язків задачі, заснований на графічному відображенні множи-

ни компромісних розв'язків і виділенні на ньому розв'язків, відповідних додатковим принципам оптимальності.

Ключові слова: *векторна оптимізація, множина ефективних розв'язків, компромісний розподіл витрат, водоохоронні заходи.*

Tsybulnyk S. A. OPTIMIZATION OF WATER PROTECTION MEASURES FOR VECTOR CRITERION

The problem of compromise cost allocation on protection measures among water users has been considered. There was described a method of analyzing the set of efficient solutions to the problem, based on the graphic display of the multitude of compromise solutions and selection of the solutions corresponding to the additional principles of optimality on this display.

Key words: *vector optimization, set of efficient solutions, compromise the cost allocation, water protection measures.*