

УДК 621.8-531.7:531.3

В.М. Кобелев, канд. техн. наук, доц., Одес. нац. акад. пищевых технологий

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОДНО- И ДВУХЭЛЕМЕНТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ГАСИТЕЛЕЙ КОЛЕБАНИЙ

В.М. Кобелев. Ефективність одно- та двоелементних динамічних гасників коливань. Установлено, що ефективність динамічного гасника коливань підвищується при оптимізації параметрів елементів, на які розділено гасника. Для двох варіантів двоелементного гасника знайдено оптимальні маси і жорсткості елементів та оцінено чутливість ефективності від точності оптимізації.

В.М. Кобелев. Эффективность одно- и двухэлементных динамических гасителей колебаний. Установлено, что эффективность динамического гасителя колебаний повышается при оптимизации параметров элементов, на которые он разделен. Для двух вариантов двухэлементного гасителя найдены оптимальные массы и жесткости элементов и оценена чувствительность эффективности от точности оптимизации.

V.M. Kobelev. The efficiency of one- and two-element dynamic dampers. It has been determined, that the efficiency of the dynamic damper rises through optimizing the parameters of elements' which the damper is divided into. For two variants of a two-element damper, the optimum masses and stiffness of the elements have been found. The dependence of the efficiency on optimization accuracy has been shown.

Эффективность практического применения гасителя колебаний оценивают сравнением амплитуд виброперемещений расчетной точки объекта до и после установки гасителя [1, 2]. Более полной характеристикой эффективности служит амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) объекта с гасителем, выраженная в безразмерных величинах $\chi(\nu) = |X|/X_{ст}$. Амплитуды $\chi(\nu)$ равны отношению амплитуд колебаний объекта при возбуждении силой $P \sin \omega t$ (ω — частота колебаний, t — время) к отклонению под действием статической силы P и зависят от безразмерной частоты $\nu = \omega/\Omega_M$ (Ω_M — собственная частота объекта).

В соответствии с теорией линейного динамического гасителя колебаний (ДГК) эффект его действия является следствием перераспределения и рассеяния колебательной энергии при взаимодействии объекта с гасителем [3]. Объект представлен сосредоточенной массой M и пружиной с жесткостью C . ДГК в виде массы m прикреплен к объекту упруго-вязкой связью с жесткостью c и коэффициентом вязкого трения b (рис. 1, а). Показано, что эффективность такого ДГК существенно зависит от рационального выбора его динамических параметров. Приведенные данные по определению оптимальных параметров не содержат, однако, оценки точности оптимизации.

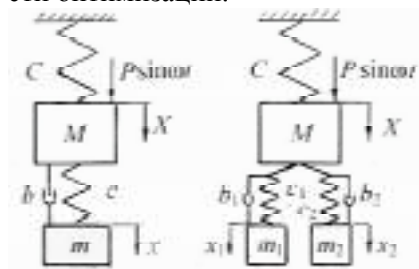


Рис. 1. Расчетные модели одноэлементного (а) и двухэлементного (б) ДГК

Обоснована дополнительная возможность повышения эффективности гасителя при разделении его массы на оптимальное число равных элементов [2].

Задачей исследования является повышение эффективности одно- и вариантов двухэлементного ДГК с неравными характеристиками элементов (рис. 1, б) путем оптимизации их параметров.

Критерий оптимизации принят как снижение до минимума пиковых амплитуд колебаний массы M во всем диапазоне частот [3]. Для выполнения этого требования у системы с одноэлементным ДГК достаточно обеспечить равенство амплитуд на двух резонансных частотах, характерных для системы с двумя степенями свободы ($\chi_{опт} = \chi_{рез1} = \chi_{рез2}$).

Масса гасителя — не оптимизируемый параметр. Рост m монотонно повышает эффективность. Однако конструктивные возможности объекта ограничивают размеры присоединяемого

гасителя. Обычно относительная масса гасителя $\mu = m/M$ составляет $0,01 \dots 0,3$ [1...3]. Оптимизируемыми для одноэлементного ДГК являются два параметра: настройка $h = \Omega_M / \Omega_m$ — отношение собственных частот объекта и гасителя и относительный коэффициент затухания $\beta = b/b_k$ — отношение коэффициента b к критическому коэффициенту затухания $b_k = 2(cm)^{1/2}$.

Условием нахождения оптимальной настройки $h_{\text{опт}}$ одноэлементного гасителя является равенство амплитуд χ_P и χ_Q в характерных точках P и Q АЧХ, вычисляемых как

$$\chi_P = \chi_Q = (1 + 2/\mu)^{1/2}.$$

Особенность этих точек — независимость амплитуд χ_P и χ_Q от затухания β . Вторая особенность состоит в том, что варьируя затухания невозможно сделать их точками максимумов одновременно: если в точке P экстремум, то в Q его нет и наоборот. Следовательно, значение указанных ординат является неким недостижимым эталоном для оценки эффективности гасителя: $\chi_{\Sigma} = \chi_P = \chi_Q$.

Получение точного аналитического решения для оптимального затухания — трудоемкая задача. В качестве $\beta_{\text{опт}}$ принято среднее значений β , разделяющих экстремумы в точках P и Q , равное

$$\beta_{\text{опт}}^2 = 3\mu/8(1 + \mu)^3.$$

Расчеты показали, что при таком $\beta_{\text{опт}}$ максимумы АЧХ находятся вблизи точек P и Q , но имеют неравные значения, превышающие χ_{Σ} . Например, для $\mu = 0,1$ при $\beta_{\text{опт}} = 0,167851$ амплитуда $\chi_{\Sigma} = 4,582576$, а амплитуды на первой резонансной частоте $\chi_{\text{рез1}} = 4,594698$ и на второй — $\chi_{\text{рез2}} = 4,676852$ (рис. 2). Эти значения превышают ординату χ_{Σ} на 0,26 и 2,06 %, соответственно.

Численный поиск методом последовательных приближений точного значения $\beta_{\text{опт точн}}$, обеспечивающего равенство двух резонансных максимумов, показал, что:

— оптимальное затухание должно быть больше расчетного (в рассмотренном примере $\beta_{\text{опт точн}} = 0,185105$, т.е. больше на 10,3 %);

— эффективность гасителя повышается (в рассмотренном примере амплитуды $\chi_{\text{опт точн}} = 4,589177$ меньше рассчитанных на 0,12 и 2,1 %, соответственно).

Разделение гасителя на две равные части ($m_1 = m_2 = 0,5m$; $c_1 = c_2 = 0,5c$; $b_1 = b_2 = 0,5b$) не изменяет его эффективности. Такой двухэлементный гаситель действует точно так же, как одноэлементный. Динамическая система объекта с гасителем ведет себя как система с двумя степенями свободы. Эффект деления проявляется при делении динамических параметров m , c и b на неравные части. В этом случае система описывается тремя координатами X , x_1 , x_2 .

Уравнения движения упругой системы с двухэлементным гасителем (см. рисунок 1, б) имеют вид

$$Md^2X/dt^2 + CX + cX - c_1x_1 - c_2x_2 + b dX/dt - 0,5b(dx_1/dt + dx_2/dt) = P \sin \omega t;$$

$$m_1 d^2x_1/dt^2 + c_1(x_1 - X) + b(dx_1/dt - dX/dt) = 0;$$

$$m_2 d^2x_2/dt^2 + c_2(x_2 - X) + b(dx_2/dt - dX/dt) = 0.$$

Рассмотрено два варианта двухэлементных гасителей с неравным делением жесткости c и массы m при одинаковом затухании для двух элементов, равно $b_1 = b_2 = 0,5b$. Названные варианты сравнительно просто реализуются в конструкциях гасителей в отличие от возможности отдельного управления затуханием.

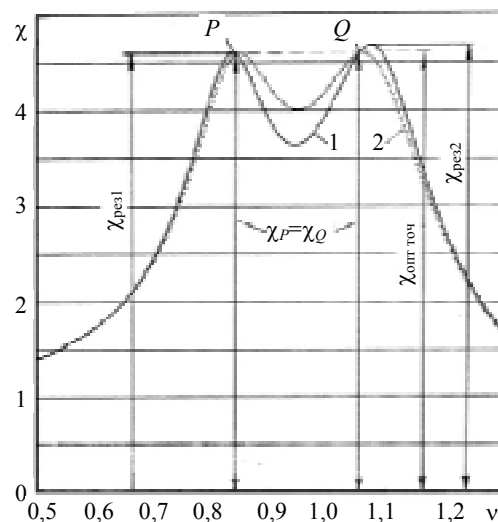


Рис. 2. АЧХ объекта при оптимизации параметров одноэлементного ДГК: 1 — с усредненным затуханием; 2 — оптимизация точная

Первый вариант: массы элементов гасителя одинаковые $m_1 = m_2 = 0,5m$, а жесткости различаются: $c_1 = 0,5c(1 + \delta_c)$, $c_2 = 0,5c(1 - \delta_c)$, где δ_c — коэффициент, характеризующий распределение жесткости c между элементами гасителя.

Второй вариант: жесткости крепления элементов одинаковые $c_1 = c_2 = 0,5c$, а массы различаются: $m_1 = 0,5m(1 + \delta_m)$, $m_2 = 0,5m(1 - \delta_m)$, где δ_m — коэффициент, характеризующий распределение массы m между элементами гасителя. Коэффициенты δ_c и δ_m являются относительными величинами, изменяющимися в пределах от 0 до 1.

Амплитуды колебаний объекта с первым вариантом гасителя определяется как

$$\chi^2 = \{[(1 - h^2v^2)^2 - \delta_c^2 - 4\beta^2h^2v^2]^2 + 16\beta^2h^2v^2(1 - h^2v^2)^2\} / \{[(1 - v^2)[(1 - h^2v^2)^2 - \delta_c^2 - 4\beta^2h^2v^2] - \mu v^2[1 - \delta_c^2 - h^2v^2(1 + 4\beta^2)]]^2 + 4\beta^2h^2v^2[2(1 - v^2)(1 - h^2v^2) + \mu v^2(h^2v^2 - 2)]^2\}.$$

Амплитуды колебаний объекта со вторым вариантом гасителя находятся по формуле

$$\chi^2 = \{[(1 - h^2v^2)^2 - 4\beta^2h^2v^2 - \delta_m^2h^4v^4]^2 + 16\beta^2h^2v^2(1 - h^2v^2)^2\} / \{[(1 - v^2)[(1 - h^2v^2)^2 - 4\beta^2h^2v^2 - \delta_m^2h^4v^4] - \mu v^2[1 + \delta_m^2h^2v^2 - h^2v^2(1 + 4\beta^2)]]^2 + 4\beta^2h^2v^2[2(1 - v^2)(1 - h^2v^2) + \mu v^2(h^2v^2 - \delta_m^2h^2v^2 - 2)]^2\}.$$

Рассматриваемая система, в отличие от системы с одноэлементным гасителем и гасителем с равным разделением параметров, представляет собой систему с тремя степенями свободы, а АЧХ имеет три резонансных пика. Вследствие этого динамические свойства системы зависят не только от настройки h и затухания β , но и от коэффициентов δ_c и δ_m . Более того, эти коэффициенты, наряду с настройкой h и затуханием β , являются оптимизируемыми параметрами, влияющими на эффективность гашения.

Выполнены расчеты по поиску оптимальных значений трех названных параметров для обоих вариантов гасителей. Критерием оптимальности принято равенство амплитуд трех резонансных пиков АЧХ. Результат численного поиска для примера с $\mu = 0,1$ приведен на рис. 3, где совмещены АЧХ двух вариантов гасителей.

Оптимальные параметры первого варианта двухэлементного гасителя: $\beta_{\text{опт}} = 0,114566$, $\delta_{\text{с опт}} = 0,175528$, $h_{\text{опт}} = 1,077047$ обеспечили равенство трех амплитуд $\chi_{\text{рез1}} = \chi_{\text{рез2}} = \chi_{\text{рез3}} = \chi_{\text{опт}} = 4,256207$. Для второго варианта гасителя получены параметры: $\beta_{\text{опт}} = 0,114566$, $\delta_{\text{м опт}} = 0,189345$, $h_{\text{опт}} = 1,167151$, обеспечившие равенство амплитуд $\chi_{\text{рез1}} = \chi_{\text{рез2}} = \chi_{\text{рез3}} = \chi_{\text{опт}} = 4,162272$.

Видно, что эффективность обоих вариантов двухэлементных гасителей выше, чем одноэлементного с точной оптимизацией ($\chi_{\text{опт точ}} = 4,589177$). Повышение эффективности составило 7,3 % у первого варианта и 9,3 % — у второго.

Проанализирована чувствительность эффективности гасителей к точности оптимизации параметров. Плюс-минус пятипроцентные отклонения от оптимальных значений параметров нарушают равенство трех резонансных амплитуд и по-разному снижают эффективность. Наименее чувствительна эффективность к отклонениям коэффициента затухания — снижение составляет 1,4 % у второго и 3 % у первого варианта. Отклонения коэффициента δ_c снижают эффективность до 2,7 %, а δ_m — до 4,1 %. Наиболее сильно влияет на эффективность точность настройки h — амплитуды $\chi_{\text{рез}}$ возрастают до 33 % у обоих вариантов гасителей.

Анализ результатов проведенной работы позволяют сделать следующие выводы:

— Формула [1, 3] не обеспечивает точной оптимизации затухания (в примере с $\mu = 0,1$ точное значение больше расчетного на 10,3 %). Вместе с тем соответствующее снижение эффективности ДГК при этом мало (порядка 2 %), оправдывая применимость простой формулы для оценочных расчетов.

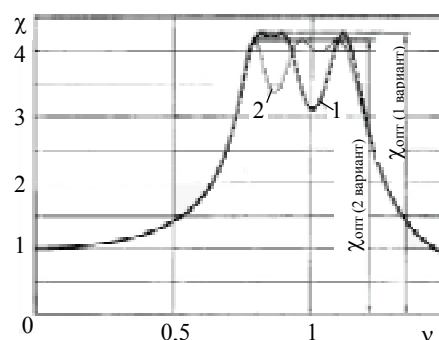


Рис. 3. АЧХ объекта при оптимизации параметров двухэлементных ДГК: 1 — первый вариант; 2 — второй вариант гасителя

— Полученные в безразмерных величинах решения для амплитуд колебаний объекта с двумя вариантами двухэлементных ДГК позволили установить, что эффективность таких гасителей выше, чем одноэлементных. Полученный результат объясняется возможностью оптимизировать характеристики элементов — распределение жесткости c и массы m между элементами. Для рассмотренных примеров оптимальные жесткости равны $c_1 = 0,675c$ и $c_2 = 0,325c$, а оптимальные массы — $m_1 = 0,689m$ и $m_2 = 0,311m$; т.е. части составляют примерно 1/3 и 2/3 целого.

— Из двух вариантов гасителей второй является предпочтительным по соображениям более высокой эффективности и более простой практической реализации: изготовление неравных масс пружины проще, чем неравной жесткости. При изготовлении гасителей особо точно следует осуществлять частотную настройку ввиду острой зависимости от нее эффективности гашения.

— графики АЧХ показывают, что принятый критерий оптимизации не гарантирует повышения эффективности при возбуждении колебаний на строго постоянной частоте $\nu = 1$. Двухэлементный гаситель расширяет диапазон частот эффективного гашения колебаний, учитывая возможную нестабильность параметров объекта и частоты возбуждения.

Литература

1. Вибрации в технике: Справочник. Т. 6. — 2-е изд. / Под ред. К.В.Фролова. — М.: Машиностроение, 1995. — 456 с.
2. Копелев, Ю.Ф. Параметрические колебания металлорежущих станков / Ю.Ф. Копелев, А.А. Оргиян, В.М. Кобелев. — Одесса: ОНПУ, 2007. — 352 с.
3. Ден-Гартог, Дж. П. Механические колебания / Дж. П. Ден-Гартог. — М.: Физматгиз, 1960. — 580 с.

Рецензент д-р техн наук, проф. Одес. нац. акад. пищевых технологий Амбарцумянц Р.В.

Поступила в редакцию 10 октября 2008 г.
