УДК 004.93.056.5

Е.В. Нариманова, магистр, Одес. нац. политехн. ун-т

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ ПРОЯВЛЕНИЯ ЭФФЕКТА ДВОЙНОГО КВАНТОВАНИЯ

О.В. Наріманова. **Достатні умови проявлення ефекту подвійного квантування.** Отримано достатні умови проявлення ефекту подвійного квантування коефіцієнтів дискретного косинусного перетворення матриці цифрового зображення, що використовується при дослідженні цифрового зображення на наявність фотомонтажу.

Е.В. Нариманова. **Достаточные условия проявления эффекта двойного квантования.** Получены достаточные условия проявления эффекта двойного квантования коэффициентов дискретного косинусного преобразования матрицы цифрового изображения, что используется при исследовании цифрового изображения на наличие фотомонтажа.

E.V. Narimanova. **Sufficient conditions of displaying the double quantization effect.** The sufficient conditions of displaying the double quantization effect of discrete cosine transform coefficients of digital image matrix are obtained, which are used in testing of digital images for the presence of digital forgery.

Определение фотомонтажа изображения — актуальная проблема, которая связана с высокими темпами развития технических средств обработки и генерации цифрового изображения (ЦИ) и доступностью программного обеспечения для его редактирования. Как правило, большинство современных ЦИ хранится в формате JPEG с потерями, а большинство фальсификаций сводится к замещению некоторой области ЦИ на область другого ЦИ. Полученное изображение сохраняется, как правило, снова в формате JPEG, что приводит к обязательному повторному квантованию коэффициентов дискретного косинусного преобразования (ДКП) [1] некоторой части или всего измененного ЦИ. Один из наиболее распространенных методов определения фальсификации ЦИ основан на исследовании т.н. эффекта двойного квантования (Double quantization — DQ) коэффициентов дискретного косинусного преобразования матрицы изображения [2...4].

Известен способ, позволяющий определить количество столбцов гистограммы коэффициентов ДКП выбранной частоты до первого квантования, внесших свой вклад в определенный столбец гистограммы коэффициентов ДКП после второго квантования [2]. Для определения, какому значения в гистограмме коэффициентов ДКП, которому после второго квантования соответствует “нулевой” столбец, необходимо провести соответствующие расчеты для каждого значения, что нецелесообразно.

Проведено определение достаточного условия для проявления DQ-эффекта, которое в общем случае можно охарактеризовать, как периодическое возникновение пиков и впадин на гистограммах дважды квантованного изображения. Решены следующие задачи: установлено соответствие между гистограммами коэффициентов ДКП матрицы ЦИ после первого и второго квантования без восстановления; установлена причина возникновения незаполненных столбцов в гистограмме коэффициентов ДКП матрицы ЦИ после второго квантования без восстановления; определены расчетные формулы, позволяющие только по известным значениям шагов квантования вычислить, в каких значениях гистограмма коэффициентов ДКП дважды квантованного изображения имеет “нули”.

В процессе двойного квантования изменения значений коэффициентов ДКП происходят следующим образом.

После первого квантования с восстановлением значение конкретного коэффициента ДКП u рассчитывается по формуле

$$u^{(-1)} = [u / q^{(1)}] q^{(1)} = u^{(1)} q^{(1)},$$

где $u^{(-1)}$ — значение u после первого квантования с восстановлением;

$u^{(1)} \in Z$ — значение u после первого квантования без восстановления;

Z — множество целых чисел;

$q^{(1)}$ — соответствующий u шаг первого квантования, $q^{(1)} \in Z$;

$[\bullet]$ — операция округления аргумента до ближайшего целого.

После второго квантования без восстановления значение u рассчитывается по формуле

$$u^{(2)} = \left[\frac{u^{(1)} q^{(1)}}{q^{(2)}} \right],$$

где $q^{(2)} \in Z$ — соответствующий u шаг второго квантования.

Пусть справедливо соотношение

$$\frac{q^{(2)}}{q^{(1)}} < 1. \tag{1}$$

Если обозначить $l = q^{(1)} - q^{(2)}, l > 0$, то

$$u^{(2)} = \left[\frac{u^{(1)} q^{(1)}}{q^{(2)}} \right] = \left[\frac{u^{(1)} (q^{(2)} + l)}{q^{(2)}} \right] = u^{(1)} + \left[\frac{u^{(1)} l}{q^{(2)}} \right]. \tag{2}$$

Пусть H , $H^{(1)}$ и $H^{(2)}$ — гистограммы коэффициентов ДКП ЦИ, отвечающих выбранной произвольным образом частоте, до первого квантования и после первого и второго квантования без восстановления, соответственно. Вводится функция, которая определяет количество столбцов гистограммы H , внесших свой вклад в столбец $u^{(2)}$ гистограммы $H^{(2)}$ [2],

$$n(u^{(2)}) = q^{(1)} \left(\left\lfloor \frac{q^{(2)}}{q^{(1)}} \left(u^{(2)} + \frac{1}{2} \right) \right\rfloor - \left\lceil \frac{q^{(2)}}{q^{(1)}} \left(u^{(2)} - \frac{1}{2} \right) \right\rceil + 1 \right) . \tag{3}$$

Пусть $u^{(2)} = 0$. При $q^{(1)} > q^{(2)}$ независимо от их конкретных значений $\frac{q^{(2)}}{2q^{(1)}} \notin Z$. Тогда

$$n(0) = q^{(1)} \left(\left\lfloor \frac{q^{(2)}}{2q^{(1)}} \right\rfloor - \left\lceil -\frac{q^{(2)}}{2q^{(1)}} \right\rceil + 1 \right) = q^{(1)} \left(2 \left\lfloor \frac{q^{(2)}}{2q^{(1)}} \right\rfloor + 1 \right).$$

Из этого вытекает, что для произвольных $q^{(1)}$, $q^{(2)}$ значение $n(0) \neq 0$, а значит $n(lT) \neq 0,\ l \in Z$, $T = \dfrac{q^{(1)}}{\text{НОД}(q^{(1)}, q^{(2)})}$ — период функции $n(u^{(2)})$ [2].

В общем случае, исходная матрица изображения такова, что после первого квантования все столбцы гистограммы $H^{(1)}$ непустые.

Предположение 1. Пусть интервал $[0, u'^{(2)} - 1]$ такой, что для всех $u^{(2)} \in [0, u'^{(2)} - 1]$ выполняется $n(u^{(2)}) \neq 0$, где $u'^{(2)} > 0, u'^{(2)} \in Z$. Пусть $u'^{(2)}$ — первое значение на периоде $[0, T]$, для которого $n(u'^{(2)}) = 0$.

Из условия (1) следует, что для каждого $u^{(2)} \in [0, u'^{(2)} - 1]$ гистограммы $H^{(2)}$ нашлось ровно по одному значению $u^{(1)}$ гистограммы $H^{(1)}$ для выполнения (2), а из этого следует, что для $u^{(1)}, u^{(2)} \in [0, u'^{(2)} - 1]$ выполняется равенство $u^{(1)} = u^{(2)}$, т.к. $u^{(1)} = 0$ соответствует $u^{(2)} = 0$. В общем случае, $u^{(1)} = 1$ соответствует $u^{(2)} = 1$ и т.д.

Если предположить, что для некоторого значения $u^{(1)} = u'^{(1)}$ выполняется неравенство

$$\frac{u^{(1)}l}{q^{(2)}} \ge \frac{1}{2}, \quad (4)$$

то по соотношению (2) $u^{(2)} = u^{(1)} + \left[\frac{u^{(1)}l}{q^{(2)}}\right] \ge u^{(1)} + 1$, а значит, следующим за значением $u^{(2)} = (u'^{(2)} - 1) = (u'^{(1)} - 1)$, таким что $n(u^{(2)}) \ne 0$, будет значение $u^{(2)} \ge (u'^{(1)} + 1)$. Тогда при выполнении неравенства (4) значению $u^{(2)} = u'^{(1)} = u'^{(2)}$ в гистограмме $H^{(2)}$ будет соответствовать пустой столбец, т.к. из *предположения 1* столбец гистограммы $H^{(1)}$, соответствующий значению $(u'^{(1)} - 1)$, внес свой вклад в столбец гистограммы $H^{(2)}$, соответствующий значению $(u'^{(2)} - 1)$, а столбец гистограммы $H^{(1)}$, соответствующий значению $u'^{(1)}$, внесет свой вклад в столбец гистограммы $H^{(2)}$, соответствующий значению, большему, чем $u'^{(2)} = u'^{(1)}$.

Выполнение неравенства (4) является достаточным условием для выполнения равенства $n(u^{(2)}) = 0$, где $u^{(2)} = u'^{(1)} = u'^{(2)}$.

В результате замены в неравенстве (4) $u^{(1)}$ на $u^{(2)}$ и решения относительно $u^{(2)}$ получено

$$u^{(2)} \ge \frac{q^{(2)}}{2(q^{(1)} - q^{(2)})}.$$

Таким образом, первое значение $u^{(2)}$ на периоде от [0, *T*], такое, что $n(u^{(2)}) = 0$, определяется по формуле

$$u^{(2)} = \left\lceil \frac{q^{(2)}}{2(q^{(1)} - q^{(2)})} \right\rceil, \quad (5)$$

где $\lceil \bullet \rceil$ — операция округления аргумента до ближайшего большего целого.

При этом $1 \le u^{(2)} \le q^{(2)} < q^{(1)}$.

Таким образом, доказана *теорема 1*. При $\frac{q^{(2)}}{q^{(1)}} < 1$ $n(u^{(2)}) = 0$ для $u^{(2)} = u'^{(2)}$, если выполняется равенство

$$u'^{(2)} = \left\lceil \frac{q^{(2)}}{2(q^{(1)} - q^{(2)})} \right\rceil. \quad (6)$$

Пример.

Дано: $q^{(1)} = 5, q^{(2)} = 4$.

Первое на периоде [0, *T*] "нулевое" значение гистограммы $H^{(2)}$ по формуле (5)

$$u^{(2)} = \left\lceil \frac{4}{2} \right\rceil = 2.$$

Теорема 2. Для того, чтобы гистограмма $H^{(2)}$ коэффициентов ДКП матрицы дважды квантованного изображения на периоде *T* имела "нули", достаточно, чтобы второй шаг квантования был меньше первого, т.е. чтобы выполнялось соотношение $\frac{q^{(2)}}{q^{(1)}} < 1$.

Доказательство. По теореме 1 необходимо показать, что при условии $\frac{q^{(2)}}{q^{(1)}} < 1$ на периоде от [0, *T*] всегда найдется значение

$$u'^{(2)} = \left\lceil \frac{q^{(2)}}{2(q^{(1)} - q^{(2)})} \right\rceil.$$

Так как $q^{(1)} > q^{(2)}$ и $q^{(1)} \neq q^{(2)} \neq 0$, то $u'^{(2)} > 0$.

Пусть $n = \text{НОД}(q^{(1)}, q^{(2)})$, тогда $q^{(1)} = nk, q^{(2)} = nm,$ где k, m некоторые натуральные числа, причем НОД $(k, m) = 1$. В принятых обозначениях $T = k$, тогда

$$u'^{(2)} = \left\lceil \frac{q^{(2)}}{2(q^{(1)} - q^{(2)})} \right\rceil = \left\lceil \frac{nm}{2(nk - nm)} \right\rceil = \left\lceil \frac{m}{2(k - m)} \right\rceil < m < k.$$

Таким образом, $u'^{(2)} \in (0, T)$. Теорема доказана.

Сформулировано достаточное условие возникновения “нулей” гистограммы $H^{(2)}$ коэффициентов ДКП матрицы дважды квантованного изображения. Полученные результаты можно использовать для создания математически обоснованного практического метода для определения и локализации фальсификации ЦИ.

Литература

1. Гонсалес, Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс. — М.: Техносфера, 2005. — 1072с.
2. Detecting Doctored JPEG Images Via DCT Coefficient Analysis / [He Junfeng, Lin Zhouchen, Wang Lifeng, Tang Xiaoou] // ECCV. — 2006. — Vol.3. — P. 423 — 435.
3. Popescu, A.C. Exposing digital forgeries by detecting traces of re-sampling / A.C. Popescu, H. Farid // IEEE Trans. Signal Process. — 2005. — Vol. 53(2). — P. 758 — 767.
4. Lucas, J. Estimation of Primary Quantization Matrix in Double Compressed JPEG Images / J. Lucas, J. Fridrich // Proc. Of DFRWS, Cleveland, OH, 2003, August. — P. 5 — 8.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Антощук С.Г.

Поступила в редакцию 11 апреля 2008 г.