

УДК 621.372.54

**В.П. Малахов**, д-р техн. наук, проф.,  
**И.Д. Яковлева**, инженер,  
Одес. нац. политехн. ун-т

## ВЛИЯНИЕ ПЕРИОДА ДИСКРЕТИЗАЦИИ НА ПАРАМЕТРЫ ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА

*В.П. Малахов, И.Д. Яковлева. Вплив періоду дискретизації на параметри цифрового фільтра.* Розглянуто вплив періоду дискретизації на частотні і динамічні властивості цифрового фільтра нижніх частот. Проведено оцінку впливу періоду дискретизації на стійкість цифрового фільтра. Дано рекомендації щодо вибору періоду дискретизації цифрового фільтра.

*В.П. Малахов, И.Д. Яковлева. Влияние периода дискретизации на параметры цифрового фильтра.* Рассмотрено влияние периода дискретизации на частотные и динамические свойства цифрового фильтра нижних частот. Проведена оценка влияния периода дискретизации на устойчивость цифрового фильтра. Даны рекомендации по выбору периода дискретизации цифрового фильтра.

*V.P. Malakhov, I.D. Yakovleva. Influence of the digitization period on digital filter parameters.* Influence of digitization period on frequency and dynamic properties of low-pass digital filter is considered. The influence of digitization period on the digital filter stability is estimated. Recommendations on the choice of digital filter digitization period are given.

В системах управления и контроля в последнее время все чаще используется цифровая обработка сигналов. Важную роль при этом играют цифровые фильтры, позволяющие в реальном масштабе времени осуществлять фильтрацию зашумленных сигналов датчиков. Оцифровка сигналов датчиков осуществляется аналого-цифровым преобразователем на заданной частоте дискретизации [1, 2].

В соответствии с теоремой Котельникова для восстановления дискретизированной функции теоретически частота дискретизации должна быть не менее, чем в два раза выше максимальной частоты сигнала [3]. Обычно на практике частоту дискретизации выбирают в 5...10 раз больше максимальной частоты сигнала. Это вызвано тем, что в реальных условиях используемые устройства не обладают идеальными частотными характеристиками. Поэтому при построении тракта цифровой обработки необходимо провести анализ влияния частоты дискретизации на частотные и динамические свойства элементов тракта и их влияния на обработку сигналов датчиков.

Проведен анализ влияния частоты дискретизации на частотные свойства цифрового фильтра, который является элементом тракта обработки; рассмотрены амплитудно-частотная (АЧХ) и фазо-частотная (ФЧХ) характеристики, вопросы устойчивости и динамические характеристики.

Для исследования взята передаточная функция цифрового фильтра нижних частот (ФНЧ) первого порядка вида [1]

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{a_0 + a_1 z^{-1}}, \quad (1)$$

где  $a_i, b_i$  — коэффициенты цифрового фильтра,  $i=0,1$ ;  
 $z$  — комплексная переменная  $Z$ -плоскости.

Коэффициенты цифрового фильтра определены через аналоговый фильтр-прототип — ФНЧ, с нормированной передаточной функцией [1]

$$H(s) = \frac{1}{s+1}, \quad (2)$$

где  $s$  — комплексная переменная  $S$ -плоскости.

Передаточная функция цифрового ФНЧ получена с помощью билинейного  $z$ -преобразования, в качестве примера выбрана частота среза  $f_c = 30$  Гц.

Связь аналоговой частоты  $\omega$  с цифровой частотой  $\omega'$  почти линейна при малых значениях  $\omega$ , но становится нелинейной при больших значениях, что приводит к искажению цифровой частотной характеристики [1]. Для компенсации этого эффекта аналоговый фильтр обычно предварительно деформируют перед применением билинейного  $z$ -преобразования по формуле

$$\omega'_c = \frac{2}{T_0} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega_c T_0}{2}\right), \quad (3)$$

где  $T_0$  — период дискретизации;

$\omega_c = 2\pi f_c$  — заданная частота среза;

$\omega'_c$  — предварительно деформированная частота среза.

Денормируя аналоговый фильтр-прототип за счет использования частотного преобразования “фильтр нижних частот в фильтр нижних частот”, при котором  $s$  меняется на  $\frac{s}{\omega'_c}$ , получа-

ем передаточную функцию

$$H'(s) = \frac{1}{\frac{s}{\omega'_c} + 1} = \frac{\omega'_c}{s + \omega'_c}. \quad (4)$$

После применения билинейного  $z$ -преобразования

$$H(z) = \frac{\frac{\omega'_c}{\omega'_c + 1} + \frac{\omega'_c}{\omega'_c + 1} z^{-1}}{1 + \frac{\omega'_c - 1}{\omega'_c + 1} z^{-1}} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{a_0 + a_1 z^{-1}}, \quad (5)$$

где  $b_0 = b_1 = \frac{\omega'_c}{\omega'_c + 1}$ ,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = \frac{\omega'_c - 1}{\omega'_c + 1}$ .

Из формул (3) и (5) следует, что коэффициенты фильтра зависят от периода дискретизации  $T_0$  и частоты среза  $\omega_c$ .

Подставляя (3) в выражение для коэффициента  $a_1$ , получим зависимость периода дискретизации  $T_0$  от  $a_1$  (рис. 1)

$$T_0 = \frac{\operatorname{arctg}\left(\frac{1+a_1}{1-a_1}\right)}{\pi f_c}. \quad (6)$$

Коэффициенты цифрового ФНЧ определены при различных значениях периода дискретизации (см. таблицу).

Коэффициенты цифрового ФНЧ при различных значениях периода дискретизации

Коэффициенты	Период дискретизации $T_0$ , мс			
	1,7	3,3	6,7	13
$b_0, b_1$	0,1367	0,2452	0,4208	0,7548
$a_1$	-0,7265	-0,5095	-0,1584	0,5095

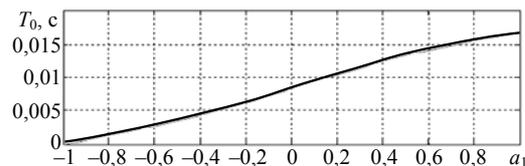


Рис. 1. Зависимость периода дискретизации  $T_0$  от коэффициента  $a_1$

С использованием приведенных коэффициентов цифрового ФНЧ построены АЧХ и ФЧХ (рис. 2). При постоянстве частоты среза  $\omega_c$  и изменении частоты дискретизации, которая обратно пропорциональна периоду дискретизации, коэффициенты фильтра имеют разные значения, что влияет на вид АЧХ и ФЧХ фильтра. Следует отметить, что наиболее линейная ФЧХ — при значении коэффициента  $a_1 = -0,1584$ , при этом фазовые искажения минимальные.

Вариации коэффициента знаменателя  $a_1$  влияют на устойчивость фильтра и на вид переходного процесса в фильтре, что приводит к изменению времени установления сигнала на выходе фильтра.

Диаграммы нулей и полюсов при различных значениях коэффициента  $a_1$  приведены на рис. 3.

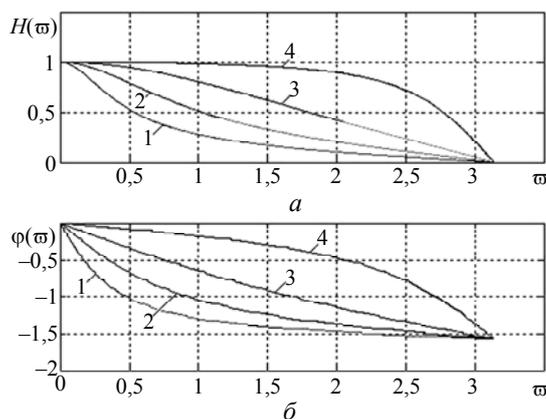


Рис. 2. АЧХ (а) и ФЧХ (б) ФНЧ при  $a_1 = -0,7265$  (1);  $-0,5095$  (2);  $-0,1584$  (3);  $-0,5095$  (4)

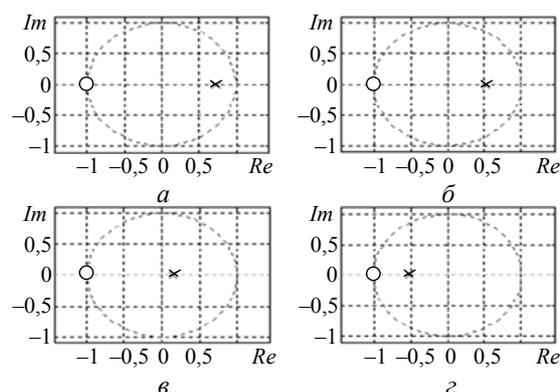


Рис. 3. Диаграммы нулей и полюсов ФНЧ при коэффициенте  $a_1 = -0,7265$  (а);  $-0,5095$  (б);  $-0,1584$  (в);  $-0,5095$  (г)

Анализ позволяет определить значение коэффициента  $a_1$ , при котором обеспечивается устойчивость фильтра и наилучшие динамические свойства [4]. Так, при перестройке параметров фильтра в системах реального времени при изменении помехо-сигнальной обстановки необходимо обеспечить быстрое завершение переходного процесса. Диаграммы переходных процессов ФНЧ при различных значениях коэффициента  $a_1$  приведены на рис. 4.

С изменением значения коэффициента  $a_1$  установившееся относительное значение выходной величины  $y$  практически не изменяется и остается на уровне 1. В цифровом фильтре первого порядка (5) могут быть переходные процессы аperiodического вида и с перерегулированием, например, при  $a_1 = 0,5095$  (рис. 4). Построена зависимость времени переходного процесса, т.е. времени, за которое выходная величина достигнет 95 % установившегося значения  $t_{95}(a_1)$  (рис. 5). Из зависимости следует, что  $t_{95}$  минимально при  $a_1 = -0,1584$ .

Таким образом, при выборе коэффициентов перестраиваемого фильтра необходимо оценить

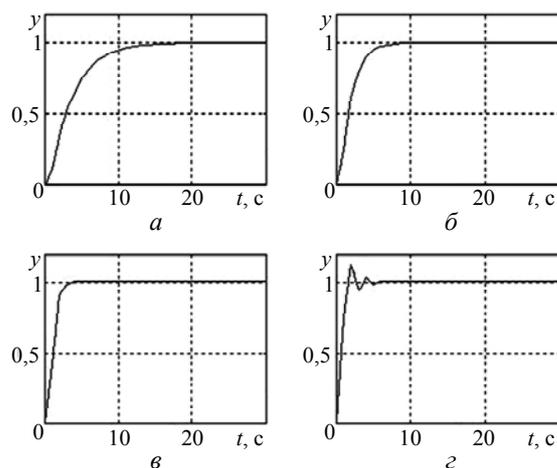


Рис. 4. Переходный процесс ФНЧ при коэффициенте  $a_1 = -0,7265$  (а);  $-0,5095$  (б);  $-0,1584$  (в);  $-0,5095$  (г)

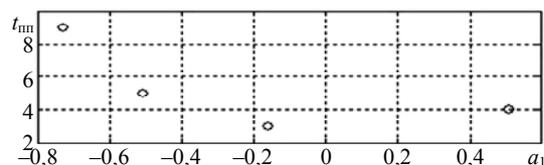


Рис. 5. Зависимость времени переходного процесса от значений коэффициента  $a_1$

модуль полюса передаточной функции (1), который определяет длительность переходного процесса  $t_{\text{п}}$  и выбрать положительный полюс с наименьшим значением (см. рисунок 3).

При изменении периода дискретизации  $T_0$  изменяется положение полюсов на  $z$ -плоскости, что влияет на устойчивость фильтра и его динамические свойства. В зависимости от решаемой задачи можно определить значение коэффициента  $a_1$ , при котором наблюдается наименьшее время переходного процесса и ФЧХ наиболее линейна.

### Литература

1. Айфитчер, Э.С. Цифровая обработка сигналов: практический подход: пер. с англ. / Э. С. Айфитчер, Б.У. Джервис. — 2-е изд.: — М.: Вильямс, 2004. — 992 с.
2. Изерман, Р. Цифровые системы управления: пер. с англ. / Р. Изерман. — М.: Мир, 1984. — 541с.
3. Гольденберг, Л.М. Цифровая обработка сигналов: справочник / Л.М. Гольденберг, Б. Д. Матюшкин, М.Н. Поляк. — М.: Радио и связь, 1985. — 312с.
4. Ограничения коэффициентов знаменателя цифрового фильтра для систем обработки сейсмосигналов / [В.П. Малахов, В.С. Ситников, А.С. Бевз, Д.А. Полякова] // Тр. Одес. политехн. ун-та. — Одесса, 2002. — Спецвып. — С. 5 — 8.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Филипский Ю.К.

Поступила в редакцию 24 апреля 2008 г.

---