

УДК 532.528

**В.К. Макаров**, д-р физ.-мат. наук, проф.,  
**Т.В. Макарова**, канд. техн. наук, доц.,  
Одес. нац. политехн. ун-т

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО РАЗМЕРАМ ПУЗЫРЬКОВ СВОБОДНОГО ГАЗА В ЖИДКОСТИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УРОВНЯХ ЕЕ ГАЗСОДЕРЖАНИЯ

**В.К. Макаров**, *Т.В. Макарова*. Розподіл за розмірами пухирців вільного газу у рідині при різних рівнях її газовмісту. На підставі розробленої дифузійно-коагуляційної моделі ансамблю пухирців вільного газу в рідині розраховано і представлено криві розподілу пухирців за розміром при різних рівнях газовмісту середовища. Проведено аналіз графічного матеріалу.

**В.К. Макаров**, *Т.В. Макарова*. Распределение по размерам пузырьков свободного газа в жидкости при различных уровнях ее газосодержания. На основании разработанной дифузионо-коагуляционной модели ансамбля пузырьков свободного газа в жидкости рассчитаны и представлены кривые распределения пузырьков по размерам при разных уровнях газосодержания среды. Проведен анализ графического материала.

**В.К. Makarov**, *T.V. Makarova*. The size distribution of free gas bubbles in liquid at different levels its gas content. The curves of free gas bubbles size distribution have been calculated and presented graphically at different gas content levels on the basis of the developed diffusion-coagulation gas bubbles ensemble model. The analysis of graphic material has been carried out.

Проблема свободного газосодержания жидкостей представляет интерес в разных сферах человеческой деятельности, так или иначе связанных с жидким состоянием вещества, и соответственно затрагивается в самых различных областях научного исследования. Это, прежде всего, вопросы физико-акустического характера, связанные так или иначе с прочностью жидкостей на разрыв, в частности, с возникновением и развитием кавитации. Это, видимо, и вопросы биологического, а также медицинского характера, касающиеся гетерогенных систем с развитой поверхностью раздела жидкость – газ. Наконец, интерес представляет перспектива разнообразных технологических применений, обусловленных возможностью контролируемого изменения параметров газосодержащих жидкостей, как, например, при изготовлении строительных смесей с использованием обычной водопроводной воды.

Однако, несмотря на очевидную важность, этой проблеме уделялось незаслуженно мало внимания. Причина состоит в следующем. Свободный газ, заключенный в мельчайших пустотах внутри жидкости — микропузырьках, образует своеобразный стабильно существующий пузырьковый ансамбль. Принято считать, что общее количество такого газа пренебрежимо мало и поэтому не может играть заметную роль даже в таких жидкостных процессах, где фактор нарушения сплошности среды, казалось бы, должен стоять на первом месте. Согласно существующим оценкам доля свободного газа в отстоявшейся воде составляет менее  $10^{-10}$  [1]. Вместе с тем доказано, что в действительности относительное свободное газосодержание воды намного выше [2...4]. Даже в длительно отстоявшейся дистиллированной воде при равновесных условиях оно может превышать  $10^{-6}$ , а для отстоявшейся водопроводной воды при тех же условиях может быть на порядок выше, т.е. более  $10^{-5}$ .

Последующие теоретические исследования позволили интерпретировать новые данные о свободном газосодержании жидкости [5]. С использованием коагуляционной теории Смолуховского для коллоидных частиц разработана оригинальная диффузионно-коагуляционная модель ансамбля пузырьков свободного газа, позволяющая не только оценить их концентрацию в жидкости, но и рассчитать распределение пузырьков по размерам в ансамбле при различных уровнях газосодержания среды. Полученные предварительные прикидочные оценки свободно-

го газосодержания воды при различной степени газонасыщения полностью согласуются с данными экспериментальных исследований [2...4].

Расчет и описание кривых распределения пузырьков свободного газа по размерам при уточнении условий их существования в ансамбле является продолжением указанных исследований. В качестве среды рассматривалась вода, в качестве ансамбля пузырьков — взвесь в ней микрополостей с воздухом.

Пусть  $R_i$  — радиус пузырьков, содержащих  $i$  молекул газа;  $v_i$  — число таких пузырьков в единице ансамбля. При конкурирующем действии двух механизмов — коагуляционного и диффузионного — размер пузырьков в ансамбле ограничен сверху тем, что существование весьма крупных пузырьков в отстоявшейся жидкости практически невозможно. Допустимые коагуляционные флуктуации могут привести лишь к их кратковременному появлению. Пренебрежение подобными флуктуационными отклонениями позволяет считать распределение пузырьков по размерам в отстоявшейся воде устойчивым, т.е. считать функцию  $v_i(R_i)$  постоянной во времени. Здесь параметр  $i$  принимает конечный ряд значений  $i = 1, 2, \dots, N$ , где  $N$  — максимальное число молекул газа в пузырьке, имеющем максимальный радиус  $R_{\max}$ . Таким образом,  $v_N \neq 0$ , а  $v_{N+1}, v_{N+2}, \dots = 0$ . В этих обозначениях  $v_1 (i = 1)$  представляет концентрацию одиночных молекул растворенного газа. При этом нижняя граница образования пузырьков свободного газа остается необозначенной.

Полная концентрация молекул газа в жидкости  $v_0$  определяется условием

$$\sum_{i=1}^N i v_i = v_0 \quad (1)$$

и характеризует общее газосодержание жидкости. Обозначим  $v_{0p}$  равновесное значение величины  $v_0$ , соответствующее при данных давлении и температуре состоянию предельного газонасыщения жидкости. Тогда безразмерный параметр  $\alpha = v_0/v_{0p}$  будет определять текущий уровень газосодержания среды относительно ее равновесного состояния в процессе, например, последовательной деаэрации воды.

С учетом условия (1) приближенное решение диффузионно-коагуляционной задачи может быть представлено в виде конечного ряда равенств [5] вида

$$v_i = \frac{1}{i\gamma} G_\alpha^i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

где функция

$$G_\alpha = \frac{\gamma v_0}{\gamma v_0 + 1} = 1 / \left( 1 + \frac{1}{\gamma v_{0p} \alpha} \right) \quad (3)$$

целиком определяется безразмерной величиной  $\gamma v_{0p} \alpha$ , которая в рамках рассматриваемой модели характеризует физическое состояние жидкой среды с устойчивой взвесью (ансамблем) пузырьков свободного газа при заданном уровне газосодержания  $\alpha$ . В подобном аспекте характерная для данной модели комбинация физических величин

$$\gamma = \frac{4\pi D R_i}{B},$$

где  $D$  — коэффициент броуновской диффузии;

$B$  — физический параметр задачи.

Согласно известной диффузионной формуле Эйнштейна для всех коагулирующих при данной температуре  $T$  пузырьков можно считать  $DR_i = kT/(6\pi\mu) = \text{const}$  и использовать, таким образом, для вычисления выражение

$$\gamma = \frac{2 kT}{3 \mu B}, \quad (4)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана;

$\mu$  — коэффициент динамической вязкости жидкости.

Параметр  $B$  характеризует влияние отрицательного диффузионного массопотока на рост пузырька. На основе описания модели [5] был проведен количественный анализ этого влияния при конкретных физических условиях среды: температуре  $T = 293$  К; давлении  $P = 101325$  кПа; среднем значении массы молекулы с учетом различных газов в составе атмосферы  $m_0 = 48,546 \cdot 10^{-27}$  кг; равновесной концентрации пузырьков свободного газа  $v_{0p} = 4,985 \cdot 10^{23}$  м<sup>-3</sup>. В результате этого анализа получены расчетные значения:  $B = 221,41$  с<sup>-1</sup> [5] и, далее, из выражения (4) —  $\gamma = 1,212 \cdot 10^{-20}$  м<sup>-3</sup>, что придает решению (2)...(3) в диффузионно-коагуляционном механизме образования пузырьков свободного газа в воде расчетную определенность.

Связь между числом  $i$  молекул газа в пузырьке и его радиусом  $R_i$  при объеме  $V_i = \frac{4}{3} \pi R_i^3$  нетрудно получить, если воспользоваться уравнением состояния идеального газа. Соответствующее выражение имеет вид

$$i = \frac{4 \pi}{3 b} R_i^3, \quad (5)$$

где  $b \cong 8,415 \cdot 10^{-29}$  м<sup>3</sup> определяется параметрами газового состояния [5] при указанных расчетных условиях.

Соотношение (5) позволяет получить из решения (2)...(3) распределение пузырьков свободного газа по размерам, отнесенное к единице объема жидкости и определяемое функцией  $v_i(R_i)$ . При этом регулирующим параметром выступает уровень газосодержания  $\alpha$ . Графические интерпретации полученного по решению (2)...(3) расчетного материала позволяют выявить наиболее характерные особенности существования ансамбля пузырьков свободного газа в воде при разных уровнях газосодержания.

Представлены кривые зависимости  $v_i(R_i)$  концентрации в воде пузырьков свободного газа от их радиуса при уровнях газосодержания  $\alpha : 0,5; 0,1; 0,01$  (рис. 1). Уровень 0,01 соответствует глубокой степени деаэрации воды. Возле расчетных точек приведены соответствующие значения радиуса  $R_i$  числа  $i$  молекул газа. Кривые исходят из одной точки, которой отвечает наименьший на графике радиус  $R_i = 0,6 \cdot 10^{-9}$  м с числом молекул  $i = 10$ . Число таких пузырьков в ансамбле чрезвычайно велико —  $v_r \square 10^{19}$  — и практически одинаково при разных уровнях газосодержания. Эти мелкие пузырьки (на грани зарождения), сохраняющиеся при любой степени деаэрации, образуют своеобразный фон, на котором при уменьшении  $\alpha$  и сопутствующем исчезновении пузырьков наиболее крупного размера происходят структурные изменения пузырькового ансамбля.

Как видно, кривые распределения монотонно ниспадают к оси абсцисс, показывая при этом все возрастающую скорость  $dv_i/dR_i$  убывания количества пузырьков в ансамбле с ростом их размера. По мере уменьшения  $v_i$  кривые все больше расходятся друг с другом, что свидетельствует о значительном влиянии на скорость  $dv_i/dR_i$  также газосодержания среды. При низких значениях  $\alpha$ , близких к 0,01, исчезновение наиболее крупных пузырьков происходит довольно стремительно.

Спектр размеров пузырьков в ансамбле прямо зависит от уровня газосодержания жидкости. Точки пересечения кривых с осью абсцисс определяют максимально возможные для данного  $\alpha$  значения радиусов пузырьков  $R_{\max}$ . Вне интервала  $R_{\min} \dots R_{\max}$  пузырьков в ансамбле нет, при этом  $R_{\min} = 0,27 \cdot 10^{-9}$  м — теоретически принятое минимальное значение радиуса. При

уровне газонасыщения  $\alpha = 0,01$ , т.е. при глубокой степени деаэрации, спектр размеров пузырьков сокращается примерно в 3,6 раза по сравнению со спектром при  $\alpha=0,5$  именно за счет крупных пузырьков.

Закономерности поведения ансамбля пузырьков при плавном изменении газосодержания среды хорошо просматриваются на кривых зависимости  $v(\Theta)$  — концентрации пузырьков свободного газа от степени дегазации (деаэрации) воды для ряда фиксированных размеров в диапазоне радиусов  $R_i (3,6 \dots 15,4) \cdot 10^{-9}$  м (рис. 2). Параметр  $\Theta = (1-\Theta)100$  % характеризует глубину деаэрации при данном уровне газосодержания  $\alpha$  по отношению к предельно возможному при равновесном состоянии, когда  $\alpha = 1$ .

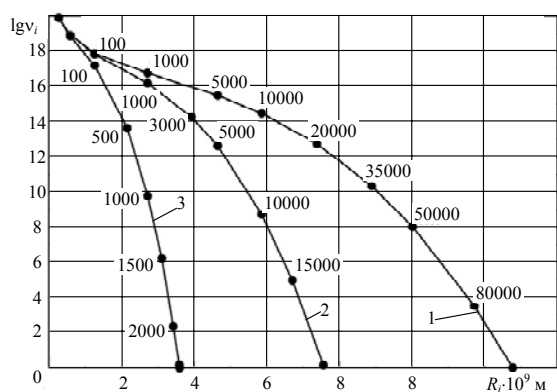


Рис. 1. Распределение по радиусам  $R_i$  концентрации  $v_i$  пузырьков свободного газа в воде при уровнях газосодержания  $\alpha$ : 0,5 (1); 0,1 (2); 0,01 (3). Рядом с расчетными точками приведено число  $i$  молекул газа в пузырьке радиуса  $R_i$

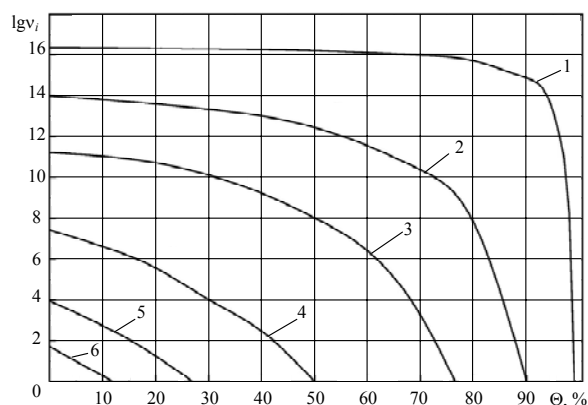


Рис. 2. Зависимости концентрации в воде  $v_i$  пузырьков свободного газа от степени ее деаэрации при значениях радиусов  $R_i \cdot 10^9$  (м): 3,6 (1); 7,6 (2); 10,0 (3); 12,8 (4); 14,4 (5); 15,4 (6)

Точки пересечения кривых с осью ординат представляют точки “исходного” распределения  $v_i^0(R_i)$  при равновесном состоянии жидкости, соответствующем нулевой деаэрации, т.е. максимальному газонасыщению, в данных физических условиях. Началу координат соответствует теоретически единственный пузырек максимального по ансамблю радиуса  $R_{\max} \approx 1,6 \cdot 10^{-8}$  м с наибольшим числом молекул  $N \sim 2 \cdot 10^5$ . В этой точке как бы сходится область существования в ансамбле пузырьков разного размера по мере их укрупнения. Для данного радиуса  $R_i$  можно указать область, ограниченную соответствующей кривой  $v_i(\Theta)$  и двумя интервалами отсекаемыми по осям координат, вне которой значения аргумента  $\Theta$  — системы деаэрации и функции  $v_i$  — количества пузырьков становится невозможными. Таким образом, для каждого радиуса  $R_i$  существует свой интервал деаэрации  $0 \leq \Theta \leq \Theta_{\text{гр}}$ , в котором заключены все изменения концентрации  $v_i$  пузырьков этого размера. Граничные значения  $\Theta_{\text{гр}}$  для указанных на графике радиусов  $R_i$  отмечены точками пересечения кривых с осью абсцисс. Каждое из них характеризует предельную глубину деаэрации для данного размера пузырька. При значении  $\Theta > \Theta_{\text{гр}}$  пузырьков с радиусом  $R_i$  в ансамбле уже нет. Соответственно при значении  $\Theta = \Theta_{\text{гр}}$  данный размер пузырька теоретически становится максимальным по ансамблю.

По мере роста  $R_i$  интервал деаэрации жидкости сокращается. Если для мелких пузырьков радиуса  $R_i \approx 3,6 \cdot 10^{-9}$  м глубина деаэрации может достигать 98...99 %, то для относительно крупных с  $R_i \approx 1,5 \cdot 10^{-8}$  м она не превышает 10 %. Следовательно, сравнительно невысокая де-

аэрация воды способна качественно изменить ее свободное газосодержание, убрав из объема наиболее крупные пузырьки.

Из кривых  $v_i(\Theta)$  видно, как постепенно по мере увеличения деаэрации жидкости происходит уменьшение количества пузырьков вплоть до полного их исчезновения. Однако влияние деаэрации проявляется неодинаково для крупных и мелких пузырьков:

— при  $R_i \approx 3,6 \cdot 10^{-9}$  м (кривая 1) деаэрация до 90 % сравнительно слабо влияет на их количество в ансамбле, снижая его в пределах примерно одного порядка;

— при  $R_i \approx 1,3 \cdot 10^{-8}$  м (кривая 4) уже 50 %-я деаэрация уменьшает их концентрацию почти на 7,5 порядков, приводя к полному исчезновению из ансамбля.

Влияние деаэрации на концентрацию мелких пузырьков имеет характерную особенность — на кривой 1 виден резкий загиб, свидетельствующий о появлении критической области изменения  $\Theta$ , в которой происходит резкое возрастание скорости падения концентрации пузырьков. При степени деаэрации  $\Theta \approx 99$  %, число пузырьков радиуса  $R_i = 3,6 \cdot 10^{-9}$  м стремительно падает — почти на 14 порядков при изменении  $\Theta$  всего на несколько процентов.

Вся совокупность еще более мелких пузырьков с  $R_i < 3,6 \cdot 10^{-9}$  м,  $i = 2 \cdot 10^3$  и менее, достаточно стабильно существующих в огромном количестве при самой глубокой деаэрации (> 99 %), может быть отнесена к упомянутому устойчивому к деаэрации “фону”. Соответствующее ему остаточное свободное газосодержание воды крайне незначительно. Дальнейший анализ фоновых уровней газосодержания воды, теоретически возможный по указанной модели, с учетом микроскопичности конгломератов молекул указывает на возможность конкретизации нижней границы размеров пузырьков свободного газа.

Из изложенного можно сделать следующие выводы:

— согласно диффузионно-коагуляционной модели и проведенным на ее основе расчетам вблизи нижней границы спектра размеров пузырьков свободного газа можно выделить независимый от степени деаэрации жидкости малый интервал, охватывающий от нескольких до 10...15 молекул газа, в котором спонтанно происходит массовое зарождение газовых пузырьков; эти мельчайшие пузырьки образуют устойчивый к деаэрации фон, на котором формируется весь ансамбль пузырьков свободного газа;

— интервал размеров пузырьков свободного газа в области их зарождения для воды предположительно составляет  $0,27 \cdot 10^{-9}$  м  $< R_i < 0,67 \cdot 10^{-9}$  м.

## Литература

1. Гаврилов, Л.Д. Содержание свободного газа в жидкостях и методы его измерения / Л.Д. Гаврилов // Физика и техника мощного ультразвука; Под ред. Розенберга Л.Д. — М.: Наука, 1970. — Т. 3. — С. 395 — 426.
2. Макаров, В.К. Повышенное свободное воздухосодержание и пороги акустической кавитации / В.К. Макаров // Тез. докл. II Всесоюз. симпозиума по оптоакустике. — Ташкент, 1982. — С. 27.
3. Свободный воздух и проблема кавитационных зародышей / [Л.В. Климова, В.К. Макаров, Н.В. Чулкова и др.] // Сб. тр. XI междунар. симпозиума по нелинейной акустике. — Новосибирск, 1987. — С. 41 — 43.
4. Макаров, В.К. Влияние гидродинамических возмущений на кавитационную прочность воды / В.К. Макаров, С.Г. Супрун, Н.В. Чулкова // Акуст. журн. — 1988. — Вып. 1. — С. 179 — 181.
5. Макаров, В.К. Свободное воздухосодержание частично деаэрированной воды / В.К. Макаров // Тр. Одес. политехн. ун-та. — Одесса, 2002. — Вып. 1(17). — С. 182 — 186.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Королев А.В.

Поступила в редакцию 17 ноября 2008 г.