

ЭЛЕКТРОНИКА РАДИОТЕХНИКА СРЕДСТВА ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ

УДК 621.391.26

Ю.К. Филипский, д-р техн. наук, проф.,
Л.С. Прусенкова, магистр,
Одес. нац. политехн. ун-т

ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПОРЯДКОВ БЕЗ АНАЛОГОВЫХ ПРОТОТИПОВ

Ю.К. Филипський, Л.С. Прусенкова. Частотно-часові характеристики цифрових фільтрів першого та другого порядків без аналогових прототипів. Розглянуто амплітудно-частотні, фазо-частотні, перехідні та імпульсні характеристик фільтрів першого та другого порядків без аналогових прототипів. Показано, що ці фільтри мають більші можливості для реалізації смуги пропускання та вибору постійної часу при фільтрації цифрових сигналів.

Ю.К. Филипский, Л.С. Прусенкова. Частотно-временные характеристики цифровых фильтров первого и второго порядков без аналоговых прототипов. Рассмотрены амплитудно-частотные, фазо-частотные, переходные и импульсные характеристики фильтров 1-го и 2-го порядка без аналоговых прототипов. Показано, что эти фильтры имеют большие возможности для реализации полосы пропускания и выбора постоянной времени при фильтрации цифровых сигналов.

Yu.K. Filipsky, L.S. Prusenкова. Frequency-time characteristics of digital filters of the 1-st and 2-nd order with no analog prototypes. Amplitude-frequency, phase-frequency, transient and pulse characteristics of digital filters first and second order with no analog prototypes are considered. It is shown that these filters have greater possibilities for realizing of pass-band and choosing a time constant during filtration of digital signals.

Аналоговая и цифровая фильтрация имеют много общего, т.к. первоначально для построения цифровых фильтров использовались характеристики аналоговых. При этом решалась задача моделирования аналоговых фильтров с помощью цифровых [1]. В этих случаях недостатки аналоговых фильтров сохранялись и у цифровых: невозможность получения частотных характеристик фильтров с бесконечно малой полосой пропускания; возникновение у цифрового фильтра эффекта наложения характеристики на краях диапазона за счет периодичности его характеристик и монотонного убывания характеристик аналогового фильтра.

Более совершенной является теория цифровых фильтров, основанная на применении z -преобразования [2]. В этом случае цифровой фильтр не имеет аналогового прототипа, а вместе с этим и его недостатков.

Частотно-временные характеристики электрических фильтров предназначены для анализа фильтров в динамическом режиме [3], а именно, для решения метрологической задачи — определения динамических погрешностей, связанных с перестройками параметров сигналов и цепей.

В основе такого анализа лежит динамический коэффициент передачи (1)[1]

$$K(j\omega, t) = \int_0^t h(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (1)$$

где $h(t)$ — импульсный отклик цепи;

ω — угловая частота,

который можно определить через стационарный коэффициент передачи цепи [3]

$$K(p) = \frac{M(p)}{N(p)},$$

где $M(p)$, $N(p)$ — полиномы.

Для анализа цифровых фильтров билинейным z -преобразованием [2] заменяется оператор p

$$p = \frac{2(1 - z^{-1})}{T(1 + z^{-1})}, \quad (2)$$

где T — интервал дискретизации сигнала;

либо импульсная характеристика фильтра $h(t)$. При этом частота Найквиста

$$\omega_T = \frac{\omega_T}{2} = \frac{\pi}{T},$$

где ω_T — тактовая частота.

Частотные характеристики цифровых фильтров, представленные в z -плоскости, известны [4]. Для фильтров нижних частот первого порядка коэффициент передачи

$$K(z)_{\text{ФНЧ}} = a_0 \frac{1 + z^{-1}}{1 - b_1 z^{-1}}, \quad (3)$$

для фильтров верхних частот

$$K(z)_{\text{ФВЧ}} = a_0 \frac{1 - z^{-1}}{1 - b_1 z^{-1}}. \quad (4)$$

$$K(z)_{\text{ФНЧ}} = 0 \text{ на частоте } \frac{\omega}{\omega_T} = 0,5, \text{ а } K(z)_{\text{ФВЧ}} = 0 \text{ — на } \frac{\omega}{\omega_T} = 0.$$

Коэффициент $a_0 = \frac{1 - b_1}{2}$ предназначен для нормировки передаточной функции фильтра на

единичном уровне. Коэффициент $b_1 = \frac{n - \pi}{n + \pi}$ предназначен для регулировки крутизны АЧХ и,

соответственно, полосы пропускания (ПП) фильтра. Параметр $n = \frac{\omega_T}{\omega_C}$, где ω_C — частота среза фильтра.

Выбирая частоту среза ω_C в пределах $0 \dots \omega_m$, коэффициент b_1 можно устанавливать в пределах $-1 \dots 1$. Зависимость b_1 от параметра n и семейства АЧХ фильтров нижних и верхних частот первого порядка приведены на рис. 1.

Эти фильтры имеют одинаковую рекурсивную структуру [2]. Такую же структуру имеет полосовой фильтр, который описывается коэффициентом передачи второго порядка,

$$K(z)_{\text{ПФ}} = a_0 \frac{1 - z^{-2}}{1 - b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}. \quad (5)$$

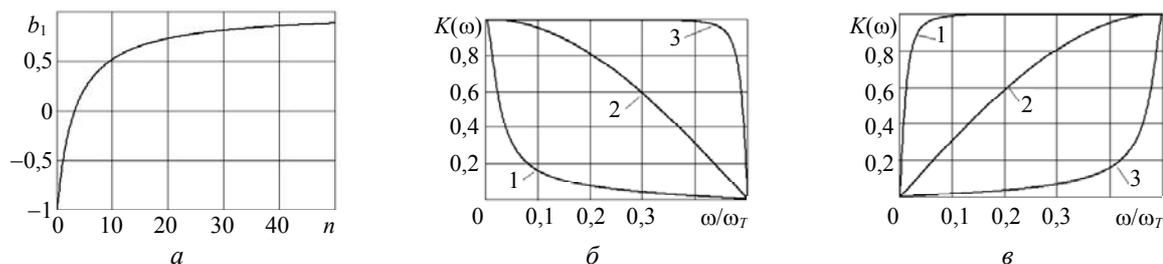


Рис. 1. Зависимость коэффициента b_1 от параметра n (а); амплитудно-частотная характеристика ФНЧ (б) и ФВЧ (в) при значениях параметра $b_1=0,9$ (1); 0 (2); $-0,9$ (3)

Коэффициент a_0 играет роль нормировочного, а коэффициенты b_1 и b_2 рассчитываются в результате перехода (2) и предназначены для выбора резонансной частоты и полосы ПП фильтра.

Для определения АЧХ был использован стационарный коэффициент передачи

$$K(j\omega)_{i\delta} = a_0 \frac{1 - e^{-j2\omega T}}{1 - b_1 e^{-j\omega T} + b_2 e^{-j2\omega T}}. \quad (6)$$

Коэффициенты a_0 , b_1 , и b_2 определяются в результате замены (2), причем резонансная частота фильтра ω_p зависит от коэффициента b_1 . При $b_1=0$ $\omega_p = \frac{\omega_m}{2}$. Коэффициент b_2 связан с добротностью фильтра Q в соответствии с выражением

$$b_2 = \frac{2,0586377081 - 1/Q}{2,0586377081 + 1/Q}.$$

На основании (6) построены семейства АЧХ при различных значениях параметров b_1 и b_2 (рис. 2). В основе расчетов были заложены фильтры с добротностями $Q=10, 7$ и 5 .

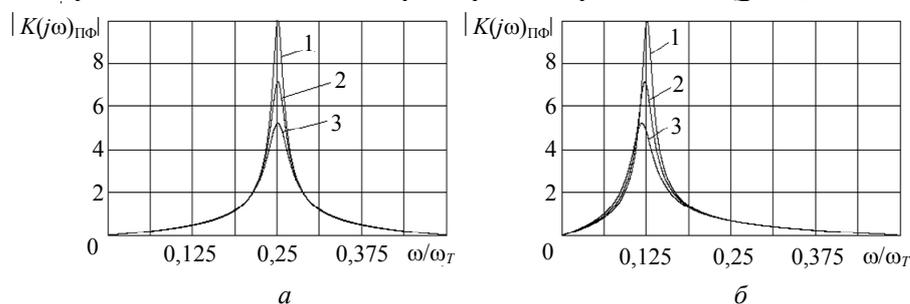


Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика ПФ при $b_1=0$ (а), 1,35(б) для значений $b_2=0,907$ (1); 0,87 (2); 0,823 (3)

Значения $b_2 < 1$ и отрицательные практически нецелесообразны, т. к. теряется свойство узкополосности фильтра.

Выражения (3)...(6) являются непрерывными функциями частоты ω . В этом случае временные и частотные характеристики $K(j\omega)$ и $h(t)$ связаны прямым и обратным преобразованиями Фурье. Для анализа цифровых фильтров используется дискретное преобразование Фурье (ДПФ) [3]

$$K(jn\Omega) = \sum_{k=0}^{\infty} h_k e^{-jnk\Omega T} = \sum_{k=0}^{N-1} h_k W^{nk}, \quad (7)$$

где $\Omega = \frac{2\pi}{T_c}$;

T_c — время существования сигнала;

$$W = e^{-j\frac{2\pi}{N}};$$

$N = \frac{T_c}{T}$ — количество выборок временной и частотной характеристик цепи либо сигнала;

h_k — выборки импульсного отклика, $0 \leq k \leq N-1$.

Поэтому для полосового фильтра коэффициент передачи

$$K(jn\Omega)_{\text{ПФ}} = a_0 \frac{1 - W^{2n}}{1 - b_1 W^n + b_2 W^{2n}}. \quad (8)$$

Для синтеза цифровых фильтров, имеющих аналоговые прототипы, за основу берутся импульсные характеристики цифровых фильтров, по выборкам которых определяются частотные характеристики (7). Для этого существует матрица прямого ДПФ см. таблицу [3].

Матрица ДПФ

Выборки импульсного отклика					Коэффициент передачи
h_0	h_1	h_2	...	h_{N-1}	
1	1	1	...	1	$K(0)$
1	W	W^2	...	W^{N-1}	$K(j\Omega)$
1	W^3	W^4	...	$W^{2(N-1)}$	$K(j2\Omega)$
1
1	W^{N-1}	$W^{2(N-1)}$...	$W^{(N-1)(N-1)}$	$K[j(N-1)\Omega]$

Для синтеза фильтров без аналоговых прототипов в качестве исходных используются частотные характеристики цифровых фильтров (6) либо (8), по которым вычисляются с помощью обратного ДПФ временные характеристики: импульсные $h(t)$ и переходные $g(t)$ (рис. 3). Для ФНЧ эти характеристики построены при $b_1=0,9$, а для ФВЧ — при $b_1=-0,9$.

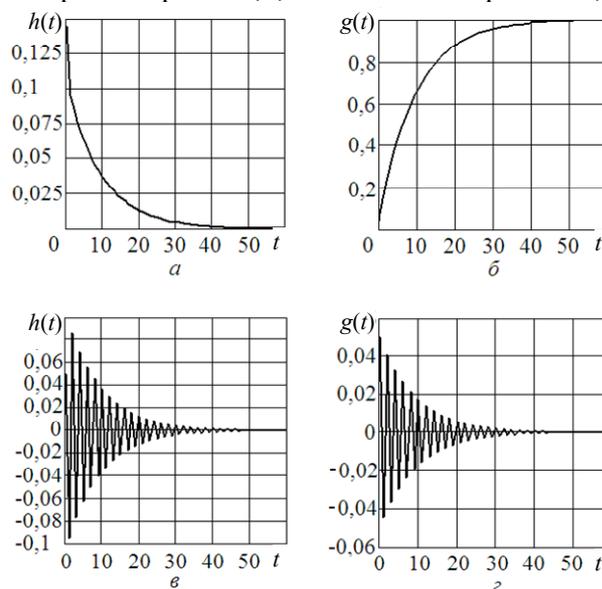


Рис. 3. Импульсная $h(t)$ и переходная $g(t)$ характеристики при $b_1=0,9$ для ФНЧ (а, б) и при $b_1=-0,9$ для ФВЧ (в, г)

Представлены временные характеристики полосового фильтра (ПФ) (рис. 4).

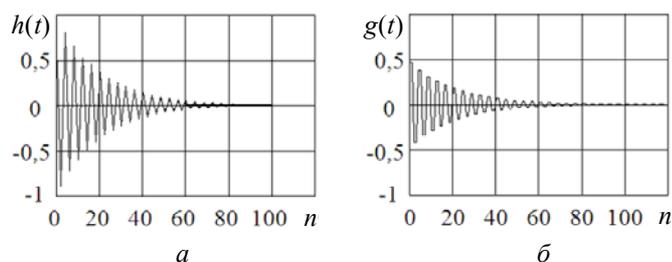


Рис. 4. Импульсная $h(t)$ (а) и переходная $g(t)$ (б) характеристики ПФ

Частота осцилляций импульсной и переходной характеристик ПФ совпадает с его резонансной частотой ω_p (рис. 4).

Приведенные расчеты необходимы для анализа динамических режимов работы цифровых фильтров [3], на основании которых решается задача определения динамических искажений. В основе расчетов лежит матрица прямого ДПФ, которая и определяет динамический коэффициент передачи.

Для определения АЧХ в динамическом режиме осуществляется усечение матрицы (9) по столбцам. А для анализа отклика фильтра на сигнал с частотой $n\Omega$, $0 \leq n \leq N-1$ производится построчное вычисление. Приведена зависимость изменения огибающей построчного вычисления отклика ПФ на резонансной частоте ω_p и на границе ПП (рис 5).

Графики отображают состояние ПФ в динамическом режиме. После установления переходного процесса значение огибающей на выходе фильтра при единичной амплитуде выходного сигнала принимает значения 10 (кривая 1) и 7 (кривая 2). Верхняя строка матрицы (9) дает непосредственно переходную характеристику фильтра

$$g_n = \sum_{k=0}^n h_k.$$

Из анализа полученных результатов следует, что:

- для обеспечения высокой избирательности фильтров нижних частот следует выбирать положительные значения b_1 , незначительно меньшие 1, а для фильтров верхних частот $b_1 < 0$;
- при значениях $-\infty \leq b_1 < -1$ временные характеристики фильтров приобретают затухающие осцилляции, частота которых растет с увеличением b_1 до -1 , при $b_1 = -1$ цепь становится неустойчивой;
- от величины b_1 зависит длительность переходных процессов — наибольшая имеет место при $|b_1| \rightarrow 1$, а при $b_1 = 0,5$ цепь сразу входит в стационарный режим;
- для определения динамических характеристик цифровых фильтров после вычисления выборок импульсного отклика следует использовать матрицу ДПФ (9);
- для получения полосового фильтра с высокой избирательностью необходимо выбирать параметр $b_2 \approx 1$, а для настройки на частоту входного сигнала следует подбирать коэффициент b_1 .

Литература

1. Филипский, Ю.К., Условия инвариантности аналоговых и цифровых сигналов и цепей / Ю.К. Филипский, С.А. Клепикова // Тр. Одес. политехн. ун-та. — Одесса, 2004. — Вып. 1(21). — С. 55 — 59.
2. Рабинер, Л., Теория и применение цифровой обработки сигналов / Л. Рабинер, Б. Гоулд: Пер. с англ. — М.: Мир, 1978. — 835 с.
3. Філіпський, Ю.К. Динаміка сигнальних перетворень: Навч. посіб. Для студентів ВНЗ / Ю.К. Філіпський. — Одесса: ОДПУ, 2006. — 89 с.

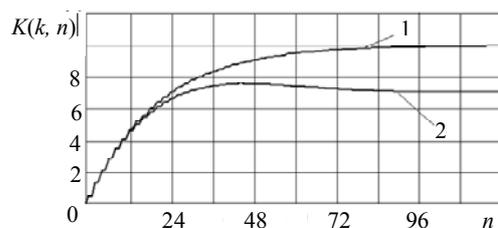


Рис.5. Закон изменения огибающей ПФ на резонансной частоте (1) и на границе полосы пропускания (2)

4. Сергиенко, А.Б. Цифровая обработка сигналов : учеб. для вузов / А.Б. Сергиенко, 2-е изд. — СПб.: Питер, 2007. — 751 с.,

Рецензент канд. техн. наук, доц. Одес. нац. политехн. ун-та Болтенков В.А.

Поступила в редакцию 24 марта 2009 г.