УДК 621.3.06.001.57

Э.И. Шутеев, канд. техн. наук., доц.,
Д.О. Белокопытов, магистр,
Д.Ф. Димитров, магистр,
Одес.й нац. политехн. ун-т

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПОИСКА КРАТЧАЙШЕГО ПУТИ

Е.І. Шутєєв, Д.О.Білокопитов, Д.Ф. Димитров. **Моделювання нелінійних електричних кіл постійного струму для розв'язання задачі пошуку найкоротшого шляху.** Дається опис методіки розв'язання задачі пошуку найкоротшого шляху на електричної моделі постійного струму, яка містить в собі ідеальні діоди. Статичний режим моделі розраховується методом встановлення.

Э.И. Шутеев, Д.О.Белокопытов, Д.Ф.Димитров. **моделирование нелинейных электрических цепей постоянного тока для решения задачи поиска кратчайшего пути.** Описана методика решения задачи поиска кратчайшего пути на электрической модели постоянного тока, содержащей идеальные диоды. Статический режим модели рассчитывается методом установления.

E.I. Shuteyev, D.O.Belokopytov, D.F. Dimitrov. **Modelling of nonlinear dc electric circuits for solving the problems of the shortest path search.** The technique for solving the shortest path search problem is described on the basis of direct current electric model containing perfect diodes. The static mode of the model is designed by steady-state behavior method.

Решение многих задач управления и планирования почти всегда сводится к выбору наиболее выгодного оптимального варианта решения, соответствующего предъявляемым требованиям.

Примерами таких задач являются задачи транспортного типа для сложных сетей, которые сводятся к нахождению кратчайших путей или к достижению максимального потока в сети. Родственными являются задачи оптимального распределения нагрузок между агрегатами энергосистем, моделирования различных процессов физики и химии, некоторые задачи теории графов, а также поиск Web-групп в интернете.

Указанные задачи относятся к математическому программированию, в частности, к линейному, под которым понимается раздел теории оптимизации, где изучаются задачи минимизации или максимизации линейных функций на множествах, задаваемых системами линейных равенств или неравенств. Линейное программирование превратилось в самостоятельное научное направление и продолжает развиваться [1, 2].

Аналогия между решениями задач линейного программирования и решениями этих задач на электрических моделях постоянного тока доказана [2]. Такие модели должны содержать нелинейные элементы — диоды, источники и некоторые другие элементы.

Известные методы решения задачи линейного программирования на электрических математических или физических моделях несовершенны по причине использования в них диодов с реальными вольтамперными характеристиками, что связано с возникновением погрешностей расчета, которые могут привести к выбору ошибочного пути.

Предлагается методика формирования математической модели нелинейной электрической цепи постоянного тока, содержащей диоды с идеальными вольтамперными характеристиками, и решение на ее основе задачи поиска кратчайшего пути.

Для расчета электрических цепей на постоянном токе используется форма модели в виде системы нелинейных алгебраических уравнений, заданных вектор-функцией

$$\Phi(X) = 0\,, \qquad (1)$$

где X — вектор фазовых переменных.

Особенность вектор-функции, которая используется для решения задачи расчета электрической цепи с характеристиками идеального диода, заключается в том, что производные вектор-функции в точке излома характеристики диода равны бесконечности, а в других точках равны нулю.

Для численного решения уравнения (1) можно применить прямые или итеративные методы [3]. В данном случае применяется итерационный метод установления. Другие, кроме метода простой итерации, не могут быть использованы, т.к. требуют вычисления производных вектор-функции.

Метод установления применяется для расчета статического режима математических моделей, заданных системой обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). При интегрировании ОДУ на большом интервале времени происходит переход из динамического режима в режим установления фазовых переменных т.е. в статический, в котором динамические компоненты перестают оказывать какое-либо влияние на распределение токов и напряжений, что эквивалентно работе схемы на постоянном токе.

Для применения метода установления к решению системы нелинейных алгебраических уравнений (1) предлагается в качестве основного подхода преобразовать исходную систему нелинейных алгебраических уравнений в систему ОДУ и рассчитать переходный процесс, доведя его до режима установления.

Преобразование предлагается осуществить путем введения в исходную цепь фиктивных (безтоковых) ветвей, и затем разместить в них конденсаторы, которые будут обусловливать переходный процесс. В статическом режиме токи через конденсаторы будут равны нулю, и ветви превратятся опять в фиктивные.

Рассмотрим процесс формирования математической модели, которая будет представлять собой сочетание топологических и компонентных уравнений. При формировании математической модели необходимо учитывать базис уравнений. Если фазовыми переменными являются токи и напряжения — базис смешанный, если или токи, или напряжения — базис однородный. В данном случае целесообразно воспользоваться однородным базисом, образованным узловыми потенциалами, т.к. токи в ветвях выражаются через напряжения в них, которые в свою очередь, выражаются через узловые потенциалы. Согласно закону Кирхгофа для токов

$$AF(U_b, u_{\lim}) = 0\,, \tag{2}$$

где A — структурная матрица электрической цепи (или транспортной сети),

U_b — вектор напряжений нелинейных элементов — диодов,

$F(U_b, u_{\lim})$ — вектор-функция токов нелинейных элементов,

$u_{\lim}$ — пороговое, запирающее диод напряжение, которое эквивалентно длине пути ветви графа транспортной сети.

Напряжения в ветвях выражаются через узловые потенциалы

$$U_b = A^t \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \cdots \\ \varphi_n \end{bmatrix} = A^t \varphi\,, \tag{3}$$

где φ — вектор узловых потенциалов,

n — число узлов графа электрической цепи.

При подстановке (3) в (2) получаем математическую модель схемы сети в виде системы нелинейных алгебраических уравнений

$$\Phi(\varphi) = 0\,, \tag{4}$$

где $\Phi(\varphi) = AF(A^t\varphi, u_{\lim})$ — вектор-функция системы.

Полученная система уравнений задана структурной матрицей, вектором токов компонентных уравнений ветвей, один из которых является током внешнего источника J_{ext}, и вектором неизвестных узловых потенциалов φ, которые действуют в фиктивных ветвях.

При размещении в фиктивных ветвях конденсаторов математическая модель изменяет форму представления на модель в виде системы ОДУ

$$\frac{d}{dt}\varphi = -C^{-1}\hat{O}(\varphi), \tag{5}$$

где C — диагональная матрица значений емкости конденсаторов.

Решить систему (5) можно методом численного интегрирования Эйлера. Рабочая формула численного расчета будет иметь вид

$$\varphi_{k+1} = \varphi_k + h[-C^{-1}\Phi(\varphi_k, t_k)], \tag{6}$$

где h — шаг численного интегрирования,

$k \in \{0,1,2,...\}$ — целочисленный номер дискретного момента времени, для которого вычисляются искомые потенциалы.

Для начала расчета необходимо задать начальные условия $\varphi = \varphi_0$.

При решении данной задачи не обязательно использовать более сложные и более точные формулы численного интегрирования, т.к. не имеет значения, как будет протекать переходный процесс, важен лишь результат его окончания.

На основании формулы (6) составлена программа и проведены численные расчеты кратчайшего пути для рассматриваемой электрической цепи с идеальными диодами, с параметрами ветвей для D1=2; D2=4; D3=1; D4=2,-2; D5=3; D6=1 (рис. 1). Численные значения параметров указывают на величину запирающего напряжения. Ветвь D4 двунаправленная, внешний единичный источник тока J_{ext} подключен к узлам a и d.

По результатам моделирования цепи видно, что при окончании переходного процесса диод D1 открыт (рис. 2, *б*, график тока I_1), диод D3 кратковременно открывается, диоды D2, D4, D5, D6 — закрыты (графики не показаны), т.е. соответствующие токи равны нулю, что указывает на правильное решение задачи.

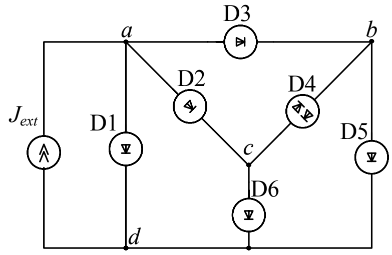

Рис. 1. Схема электрической цепи, для которой составлена модель

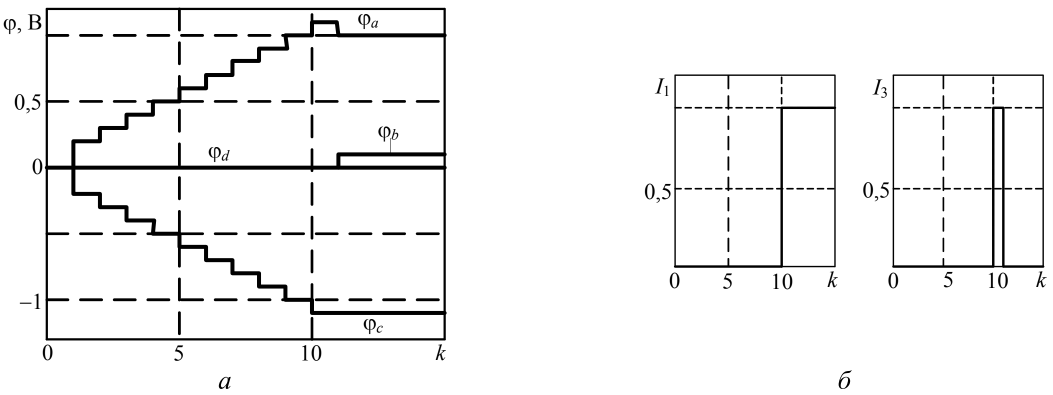

Рис. 2. Результаты моделирования цепи; графики изменения потенциалов узлов (а), токов в ветвях (б)

Предложенная методика поиска кратчайшего пути требует выбора величины шага численного интегрирования, исходя из точности вычисления.

Ввиду простоты модель легко программируется, в т.ч. для применения в промышленных контроллерах.

Литература

1. Хмельник, С.И. Электрические цепи постоянного тока для моделирования и управления. Алгоритмы и аппаратура / С. И. Хмельник: 2-я ред. — Израиль; Россия, 2006. — 177 с.
2. Деннис, Дж.Б. Математическое программирование и электрические цепи / Дж.Б. Деннис: перев. с англ. — М.: Изд-во иностр. лит., 1961. — 214 с.
3. Иванов, В.В. Методы вычисления на ЭВМ: справ. пособие / В.В. Иванов. — К.: Наук. думка, 1978. — 584 с.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Антощук С.Г.

Поступила в редакцию 13 июля 2009 г.