

ЧАСТОТНЫЙ АНАЛИЗ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЙ ОПРАВКИ С ГИРОСКОПИЧЕСКИМ ВИБРОГАСИТЕЛЕМ

С.С. Гутыря, В.П. Яглинский, Ю.Б. Моргун. **Частотний аналіз вільних коливань інструментальної оправки з гіроскопічним віброгасником.** Розроблено математичну модель коливань інструментальної оправки з гіроскопічним віброгасником, виконано аналіз головних частот системи з урахуванням передаточного числа фрикційного мультиплікатора віброгасника. Визначено умови, за яких коливальна система є самобалансованою.

С.С. Гутыря, В.П. Яглинский, Ю.Б. Моргун. **Частотный анализ свободных колебаний инструментальной оправки с гироскопическим виброгасителем.** Разработана математическая модель колебаний инструментальной оправки с гироскопическим виброгасителем, выполнен анализ главных частот системы с учетом передаточного числа фрикционного мультипликатора виброгасителя. Определены условия, при которых колебательная система является самобалансированной.

S.S. Gutyrya, V.P. Yaglinsky, Yu.B. Morgun. **The frequency analysis of free oscillations of tool arbour with gyroscopic vibration damper.** The mathematical model of vibrations of tool arbour with gyroscopic vibration damper is developed. The analysis of the main frequencies of the system taking into account the reduction ratio of the vibration damper friction multiplier is carried out. Conditions at which the oscillating system is self-balanced are defined.

Основное лимитирующее влияние на производительность и точность обработки резанием имеют динамические процессы в виде вибраций режущего инструмента [1]. Исследования показывают, что применение известных способов борьбы с вибрациями при скоростном растачивании не всегда способствует гашению колебаний. Например, существенным недостатком виброгасителей трения является сложность контролирования силы сжатия пружины и затяжки сальника, а действие ударно-динамических виброгасителей, применяющихся для борштанг малых диаметров, может сопровождаться параметрическими возмущениями [1, 2].

Рассмотрены свободные колебания, возникающие при вращении вала с инструментальной оправкой и гироскопическим виброгасителем (далее — ротора), состоящем из шарикового фрикционного планетарного мультипликатора (ШФПМ) и маховика 2, расположенного на консольном участке оправки (рис. 1, а) [3]. Конструкция двухступенчатого ШФПМ обеспечивает увеличение до 100 раз приведенного момента инерции маховика и предназначена для применения в расточных и сверлильных станках [4]. Действие виброгасителя основано на гироскопическом эффекте, возникающем при перемещении оси вращения z_0 вала оправки 1 вследствие ее свободных или вынужденных колебаний в положение z [3].

Представлены: равновесное положение вала $A_0C_0B_0D_0$ и его проекции на плоскости x_0z_0 и y_0z_0 , соответственно $A_xC_xB_xD_x$ и $A_yC_yB_yD_y$ (рис. 1, а). Проекциями точки A являются A_x и A_y , точки B — B_x и B_y , центра масс C — C_x и C_y . Ось z_0 соответствует положению упругого равновесия ротора. Точка D — в положении равновесия D_0 соответствует месту установки режущего инструмента и имеет проекции D_x и D_y . Вдоль оси z колебания не рассматриваются.

Расстояние между опорами $A_0B_0=L$. Начало неподвижной системы координат $x_0y_0z_0$ в точке A_0 соответствует положению равновесия ротора. Началом подвижных систем координат $x_1y_1z_1$ и $x_2y_2z_2$ выбран центр масс ротора C — в положении равновесия C_0 , расположенный на расстоянии L_1 от опоры A_0 и L_2 от опоры B_0 . Принято, что система координат $x_1y_1z_1$ движется поступательно вместе с центром масс относительно неподвижной системы $x_0y_0z_0$, а система $x_2y_2z_2$ вращается вместе с ротором вокруг точки C относительно системы $x_1y_1z_1$ (рис. 1, б).

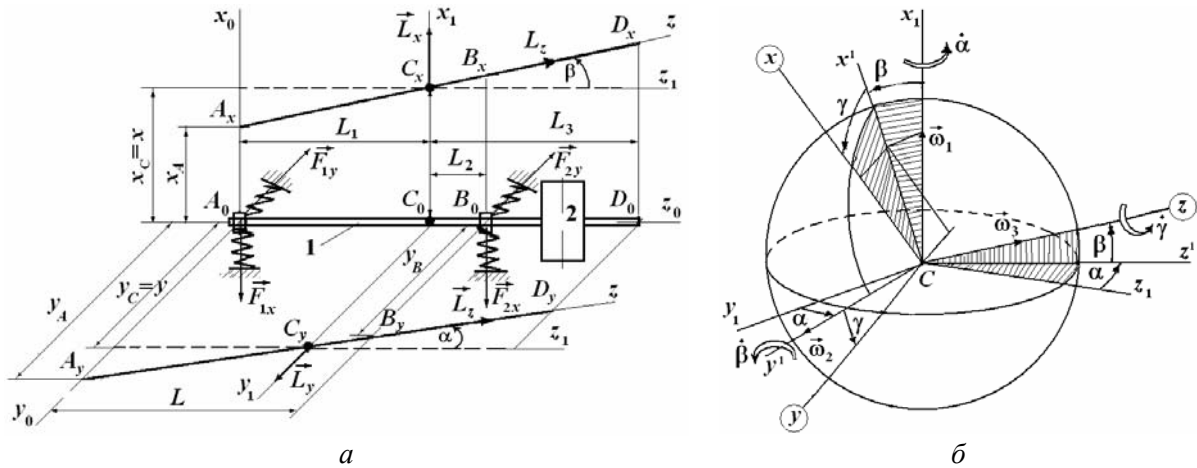


Рис. 1. Расчетные схемы: упругого подвеса оправки с виброгасителем (а); углов Эйлера-Крылова (б); 1 — вал оправки (ротор), 2 — маховик с приводом от ШФПМ

В качестве обобщенных координат приняты: координаты точки C ($x_C=x$, $y_C=y$) и угловые координаты — углы Эйлера-Крылова: α — угол между осью вала z и проекцией на плоскость y_1z_1 ; β — угол между осью вала z и проекцией на плоскость x_1z_1 . При произвольном перемещении оси вращающегося ротора, например, в положения, которым соответствуют проекции A_xB_x и A_yB_y , геометрически установлены зависимости для деформаций опор

$$\left. \begin{aligned} x_A = A_0 A_x = x - L_1 \sin \beta = x - L_1 \beta; \quad y_A = A_0 A_y = y + L_1 \sin \alpha = y + L_1 \alpha; \\ x_B = B_0 B_x = x + L_2 \sin \beta = x + L_2 \beta; \quad y_B = B_0 B_y = y - L_2 \sin \alpha = y - L_2 \alpha \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Ввиду малости углов α и β в уравнениях (1) и далее принято $\sin \alpha = \alpha$; $\sin \beta = \beta$; $\cos \alpha = 1$; $\cos \beta = 1$.

Коэффициенты жесткости упругих опор A_0 и B_0 ротора приняты постоянными и одинаковыми по всем направлениям, обозначены соответственно c_1 и c_2 .

Приведенный момент инерции ротора относительно собственной оси симметрии (оси z)

$$J_{z_1 \delta} = J_{z_0} + J_z u^2 \approx J_z u^2,$$

где J_z — осевой момент инерции маховика и связанных с ним вращающихся деталей ШФПМ;

$J_{z_0} \ll J_z u^2$ — осевой момент инерции ротора при $u=0$; $u=0 \dots 10$ — передаточное отношение (число) ШФПМ.

Момент инерции виброгасителя относительно любой оси, перпендикулярной оси z и проходящей через точку C , обозначим J_e .

Уравнения Лагранжа второго рода для свободных колебаний системы ротора имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Pi}{\partial x} = 0; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial \Pi}{\partial y} = 0; \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial T}{\partial \alpha} - \frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} = 0; \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial T}{\partial \beta} - \frac{\partial \Pi}{\partial \beta} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где T и Π — функции кинетической и потенциальной энергий ротора, соответственно.

Абсолютная угловая скорость ротора и ее проекции на оси x , y , z представлены в виде (см. рисунок 1, б)

$$\left. \begin{aligned} \vec{\omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2 + \vec{\omega}_3 = \vec{\omega} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} \\ \omega_x = \dot{\alpha} \cos \beta \cos \gamma + \dot{\beta} \sin \gamma; \\ \omega_y = -\dot{\alpha} \cos \beta \sin \gamma + \dot{\beta} \cos \gamma; \\ \omega_z = \dot{\gamma} + \dot{\alpha} \sin \beta \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $\vec{\omega}_1 = \dot{\alpha} \vec{e}_x$; $\vec{\omega}_2 = \dot{\beta} \vec{e}_y$; $\vec{\omega}_3 = \dot{\gamma} \vec{e}_z = \vec{\omega}$;

α , β , γ — углы Эйлера-Крылова, характеризующие повороты ротора соответственно вокруг осей Cx , Cy и Cz , связанных с вращающимся ротором.

На основании теоремы Кенига и с учетом (3) функция кинетической энергии ротора

$$T = \frac{1}{2}[m(\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2) + J_x \omega_x^2 + J_y \omega_y^2 + J_z \omega_z^2] = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2}J_z u^2(\omega^2 + 2\omega\beta\dot{\alpha}) + \frac{1}{2}J_e(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2), \quad (4)$$

где m , $J_e = J_x = J_y$, J_z — масса и главные центральные моменты инерции ротора;

$\dot{\gamma} = \omega$ — угловая скорость собственного вращения ротора вокруг оси z .

Заметим, что угол γ поворота ротора вокруг своей оси z в выражение (4) для кинетической энергии ротора не входит. С учетом (1) функция потенциальной энергии ротора

$$\Pi = \frac{c_1(x_A^2 + y_A^2)}{2} + \frac{c_2(x_B^2 + y_B^2)}{2} = \frac{c_1}{2}[(x - L_1\beta)^2 + (y + L_1\alpha)^2] + \frac{c_2}{2}[(x + L_2\beta)^2 + (y - L_2\alpha)^2].$$

Частные производные в уравнениях системы (2) представлены в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m\dot{x}; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} = m\dot{y}; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} = J_e \dot{\alpha} + J_z u^2 \omega \beta; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\beta}} = J_e \dot{\beta}; \\ \frac{\partial T}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \alpha} = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial \beta} = J_z u^2 \omega \dot{\alpha}; \end{aligned} \right\}; \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial x} = c_1(x - L_1\beta) + c_2(x + L_2\beta) = (c_1 + c_2)x - (c_1L_1 + c_2L_2)\beta; \\ \frac{\partial \Pi}{\partial y} = c_1(y + L_1\alpha) + c_2(y - L_2\alpha) = (c_1 + c_2)y + (c_1L_1 + c_2L_2)\alpha; \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} = c_1L_1(y + L_1\alpha) - c_2L_2(y - L_2\alpha) = (c_1L_1 - c_2L_2)y + (c_1L_1^2 + c_2L_2^2)\alpha; \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \beta} = -c_1L_1(x - L_1\beta) + c_2L_2(x + L_2\beta) = -(c_1L_1 - c_2L_2)x + (c_1L_1^2 + c_2L_2^2)\beta \end{aligned} \right\}. \quad (6)$$

Путем подстановки систем (5) и (6) в уравнения (2) получена система дифференциальных уравнений свободных колебаний ротора с виброгасителем

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} + (c_1 + c_2)x - (c_1L_1 - c_2L_2)\beta = 0; \\ m\ddot{y} + (c_1 + c_2)y + (c_1L_1 - c_2L_2)\alpha = 0; \\ J_e\ddot{\alpha} + J_z u^2 \omega \dot{\beta} + (c_1L_1^2 + c_2L_2^2)\alpha + (c_1L_1 - c_2L_2)y = 0; \\ J_e\ddot{\beta} - J_z u^2 \omega \dot{\alpha} + (c_1L_1^2 + c_2L_2^2)\beta - (c_1L_1 - c_2L_2)x = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (7)$$

Систему уравнений (7) можно также получить на основании теорем о движении центра масс и об изменении кинетического момента в виде

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}_c = -F_{1x} - F_{2x}; \quad \Rightarrow m\ddot{x} + (c_1 + c_2)x - (c_1L_1 - c_2L_2)\beta = 0; \\ m\ddot{y}_c = -F_{1y} - F_{2y}; \quad \Rightarrow m\ddot{y} + (c_1 + c_2)y + (c_1L_1 - c_2L_2)\alpha = 0; \\ \frac{dL_x}{dt} = -F_{1y}L_1 + F_{2y}L_2; \quad \Rightarrow J_e\ddot{\alpha} + J_z u^2 \omega \dot{\beta} + (c_1L_1^2 + c_2L_2^2)\alpha + (c_1L_1 - c_2L_2)y = 0; \\ \frac{dL_y}{dt} = F_{1x}L_1 - F_{2x}L_2; \quad \Rightarrow J_e\ddot{\beta} - J_z u^2 \omega \dot{\alpha} + (c_1L_1^2 + c_2L_2^2)\beta - (c_1L_1 - c_2L_2)x = 0 \end{aligned} \right\},$$

где L_x, L_y, L_z — проекции кинетического момента (см. рисунок 1, а)

$$\left. \begin{aligned} L_x = J_e \dot{\alpha} + L_z \sin \beta = J_e \dot{\alpha} + L_z \beta; \\ L_y = J_e \dot{\beta} - L_z \sin \alpha = J_e \dot{\beta} - L_z \alpha; \\ L_z = J_z u^2 \omega \end{aligned} \right\};$$

$F_{1x}, F_{1y}, F_{2x}, F_{2y}$ — проекции на соответствующие оси реакций упругих опор.

Решение системы дифференциальных уравнений (7) ищем в виде

$$x = A_1 \sin(pt + \varphi), \quad y = A_2 \cos(pt + \varphi), \quad \alpha = A_3 \cos(pt + \varphi), \quad \beta = A_4 \sin(pt + \varphi), \quad (8)$$

где $p, \varphi, A_1, A_2, A_3, A_4$ — постоянные, удовлетворяющие системе (7).

В результате подстановки (8) в (7) и сокращений соответственно на $\sin(pt + \varphi)$ и $\cos(pt + \varphi)$ после приведения подобных членов получена система алгебраических уравнений

$$\left. \begin{aligned} (c_1 + c_2 - mp^2)A_1 - (c_1L_1 - c_2L_2)A_4 &= 0; \\ (c_1 + c_2 - mp^2)A_2 + (c_1L_1 - c_2L_2)A_3 &= 0; \\ (c_1L_1^2 + c_2L_2^2 - J_e p^2)A_3 + (c_1L_1 - c_2L_2)A_2 + J_z u^2 \omega p A_4 &= 0; \\ (c_1L_1^2 + c_2L_2^2 - J_e p^2)A_4 - (c_1L_1 - c_2L_2)A_1 + J_z u^2 \omega p A_3 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

В матричной форме эта система имеет вид

$$\begin{pmatrix} (c_1 + c_2 - mp^2) & 0 & 0 & -(c_1L_1 - c_2L_2) \\ 0 & (c_1 + c_2 - mp^2) & (c_1L_1 - c_2L_2) & 0 \\ 0 & (c_1L_1 - c_2L_2) & (c_1L_1^2 + c_2L_2^2 - J_e p^2) & J_z u^2 \omega p \\ -(c_1L_1 - c_2L_2) & 0 & J_z u^2 \omega p & (c_1L_1^2 + c_2L_2^2 - J_e p^2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix} = 0. \quad (10)$$

Определитель первой матрицы-множителя, приравненный к нулю, соответствует частотному уравнению вращающегося ротора в виде

$$\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 & -a_2 \\ 0 & a_1 & a_2 & 0 \\ 0 & a_2 & a_3 & a_4 \\ -a_2 & 0 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -(a_1 a_3 - a_2^2)^2 + a_1^2 a_4^2 = 0, \quad (11)$$

где $a_1 = c_1 + c_2 - mp^2$; $a_2 = c_1L_1 - c_2L_2$; $a_3 = c_1L_1^2 + c_2L_2^2 - J_e p^2$; $a_4 = J_z u^2 \omega p$.

Частотному уравнению (11) соответствует система частотных функций

$$\left. \begin{aligned} f_1(p) &= -(c_1 + c_2 - mp^2)(c_1L_1^2 + c_2L_2^2 - J_e p^2 - J_z u^2 \omega p) + (c_1L_1 - c_2L_2)^2 = 0; \\ f_2(p) &= -(c_1 + c_2 - mp^2)(c_1L_1^2 + c_2L_2^2 - J_e p^2 + J_z u^2 \omega p) + (c_1L_1 - c_2L_2)^2 = 0 \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

где $u=1$ — для вращающегося ротора без виброгасителя;

$u>1$ — для вращающегося ротора с виброгасителем.

При неподвижном роторе $\omega=0$, и система (12) сводится к одному уравнению

$$f_3(p) = -(c_1 + c_2 - mp^2)(c_1L_1^2 + c_2L_2^2 - J_e p^2) + (c_1L_1 - c_2L_2)^2 = 0. \quad (13)$$

Анализ частотных функций $f_1(p)$ и $f_2(p)$ для вращающегося ротора (рис. 2) без виброгасителя ($u=1$) и функции $f_3(p)$ для неподвижного ($\omega=0$) выполнен при следующих параметрах системы: $L=0,5$ м; $L_1=0,48$ м; $L_2=0,02$ м; $L_3=0,32$ м; $c_1=c_2=5 \cdot 10^6$ Н/м; $m=7,5$ кг; $J_e=1,5$ кг·м²; $J_z=0,031$ кг·м²; $u=1 \dots 10$; $p=0 \dots 18000$ с⁻¹.

Установлено, что положительные корни p_1, p_2, p_3, p_4 уравнений (12) и p_0, p'_0 уравнения (13), являющиеся главными частотами свободных колебаний ротора, располагаются в следующем порядке: $p_1 < p_0 < p_2 < p_3 < p'_0 < p_4$.

Нетрудно убедиться, что отрицательные корни уравнений (12) и (13) не приводят к новым линейно независимым частотным решениям, поэтому достаточно ограничиться установленными положительными корнями. В диапазоне значений $p=0 \dots 1000$ с⁻¹ главные частоты вращающейся оправки изменяются незначительно, а при $p=18000$ с⁻¹ отличие достигает 10 % по сравнению с частотами неподвижного ротора при $\omega=0$.

У вращающегося ротора с виброгасителем при увеличении угловой скорости ω собственного вращения первая главная частота p_1 уменьшается, а четвертая p_4 — увеличивается (рис. 3). С увеличением передаточного отношения u ШФПМ p_1 уменьшается в 100 и более раз. При неограниченном увеличении передаточного отношения u $p_1 \rightarrow 0$, что не опасно для проявления резонансных колебаний. Вторая и третья главные частоты p_2 и p_3 с увеличением передаточного отношения u возрастают примерно в два раза, далее стабилизируются и не зависят от его величины. Поскольку значения главных частот системы p_1, p_2 и p_3 до 10 раз меньше значений угловой скорости ω вращения ротора с виброгасителем, постольку они для проявления резонансных колебаний также не опасны.

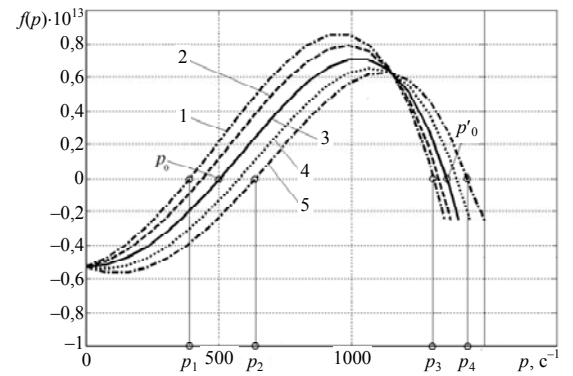


Рис. 2. Графики частотных функций для вращающегося ротора без виброгасителя при $u=1$: $f_1(p)$ при $\omega=18000$ (1), 10000 c^{-1} (2); $f_2(p)$ при $\omega=10000$ (4), 18000 c^{-1} (5); для неподвижного ротора — $f_3(p)$ при $\omega=0 \text{ c}^{-1}$ (3)

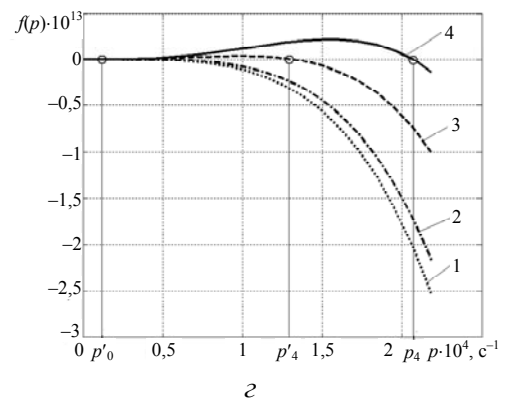
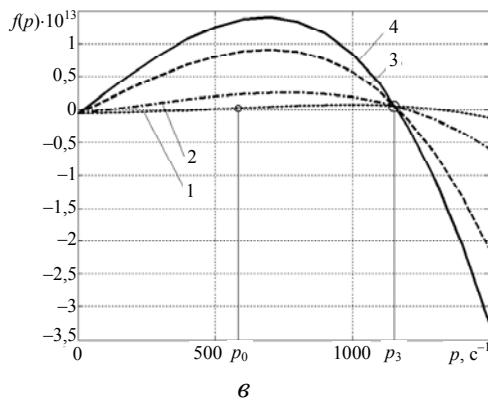
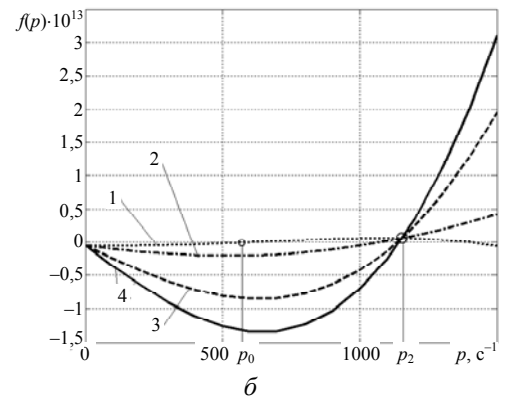
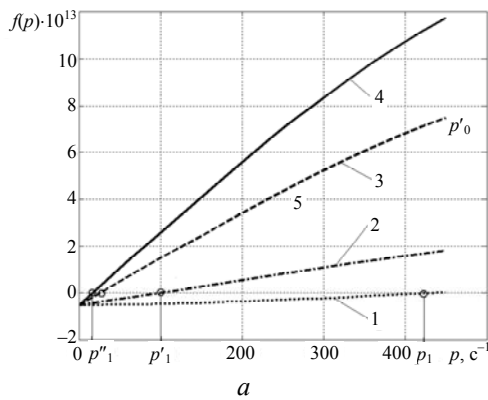


Рис. 3. Графики частотных функций $f_1(p)$ и $f_2(p)$ для ротора с виброгасителем в окрестностях главных частот $p_1(a)$, $p_2(b)$, $p_3(v)$, $p_4(z)$ при $\omega=10000 \text{ c}^{-1}$ и передаточных отношениях ШФПМ $u=1$ (1); 4(2); 8(3); 10(4)

С целью анализа форм главных колебаний вращающейся оправки путем несложных преобразований системы (10) получены две отдельные системы уравнений относительно (A_1+A_2) , (A_3+A_4) , (A_1-A_2) и (A_3-A_4) в матричной форме

$$\left. \begin{aligned} & \begin{pmatrix} (c_1 + c_2 - mp^2) & (c_1 L_1 - c_2 L_2) \\ (c_1 L_1 - c_2 L_2) & (c_1 L_1^2 + c_2 L_2^2 - J_e p^2 - J_z u^2 \omega p) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} (A_1 + A_2) \\ (A_3 - A_4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \\ & \begin{pmatrix} (c_1 + c_2 - mp^2) & -(c_1 L_1 - c_2 L_2) \\ (c_1 L_1 - c_2 L_2) & -(c_1 L_1^2 + c_2 L_2^2 - J_e p^2 + J_z u^2 \omega p) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} (A_1 - A_2) \\ (A_3 + A_4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\}. \quad (14)$$

Приравниванием к нулю определителей первых матриц-сомножителей системы (14) получены два частотных уравнения (12). Приравняв к нулю определители вторых матриц-сомножителей системы (14), получим

$$A_1 = -A_2; A_3 = A_4; A_1 = A_2; A_3 = -A_4. \quad (15)$$

С учетом уравнений (8) и (15) для каждой из главных частот p_1, p_2, p_3, p_4 установлены четыре соответствующие формы главных колебаний ротора:

$$\left. \begin{aligned} X_1 = A_1 \sin(p_1 t + \varphi_1), Y_1 = A_1 \cos(p_1 t + \varphi_1), \\ \alpha_1 = A_3 \cos(p_1 t + \varphi_1), \beta_1 = A_4 \sin(p_1 t + \varphi_1) \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} X_1 = A_1 \sin(p_3 t + \varphi_3), Y_1 = A_1 \cos(p_3 t + \varphi_3), \\ \alpha_1 = A_3 \cos(p_3 t + \varphi_3), \beta_1 = A_4 \sin(p_3 t + \varphi_3) \end{aligned} \right\},$$

$$\left. \begin{aligned} X_1 = A_1 \sin(p_2 t + \varphi_2), Y_1 = -A_1 \cos(p_2 t + \varphi_2), \\ \alpha_1 = A_3 \cos(p_2 t + \varphi_2), \beta_1 = -A_4 \sin(p_2 t + \varphi_2) \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} X_1 = A_1 \sin(p_4 t + \varphi_4), Y_1 = -A_1 \cos(p_4 t + \varphi_4), \\ \alpha_1 = A_3 \cos(p_4 t + \varphi_4), \beta_1 = -A_4 \sin(p_4 t + \varphi_4) \end{aligned} \right\}.$$

Из этих уравнений следует, что главным частотам p_1 и p_3 соответствуют первая и третья формы главных колебаний вращающегося ротора, при которых ось ротора z описывает круговой конус, вращаясь в том же направлении, что и ротор. Такое движение называют "прямой" прецессией, при этом вектор угловой скорости $\vec{\omega}_3$ собственного вращения ротора и вектор угловой скорости $\vec{\omega}_2$ прецессии оси ротора AB образуют острый угол α (см. рисунок 1, б). Корням p_2 и p_4 соответствуют вторая и четвертая формы главных колебаний, при которых ось ротора z описывает круговой конус, вращаясь в направлении, обратном вращению ротора. Такое движение называют "обратной" прецессией, при этом вектор угловой скорости $\vec{\omega}_3$ собственного вращения ротора и вектор угловой скорости $\vec{\omega}_2$ прецессии оси ротора AB образуют тупой угол α .

В результате выполненного анализа установлено:

- главные частоты p_1, p_2, p_3, p_4 вращающегося ротора с гироскопическим виброгасителем зависят от угловой скорости ω вращения ротора и передаточного числа u ШФПМ;
- с увеличением передаточного числа u первая главная частота p_1 ротора уменьшается, вторая и третья главные частоты p_2 и p_3 становятся константами, четвертая главная частота p_4 возрастает более, чем в 10 раз по сравнению с главной частотой p_4 при $u=1$;
- колебательная система ротора с гироскопическим виброгасителем самоустраняется от резонанса на первых трех главных частотах, поскольку главные частоты p_1, p_2, p_3 не совпадают с частотой вращения ротора ω и резонанс возможен только на четвертой главной частоте p_4 ;
- свободные колебания оправки с гироскопическим виброгасителем складываются из четырех форм гармонических колебаний, две из которых соответствуют "прямой" прецессии, две — "обратной".

Литература

1. Кудинов, В.А. Динамика станков / В.А. Кудинов. — М.: Изд-во Машиностроение, 1994. — 320 с.
2. Рижков, Л.М. Про синтез динамічних гасників коливань / Л.М. Рижков, В.М. Симоненко // Наук. вісті НТТУ "КПІ". — 2000. — № 2. — С. 92 — 94.
3. Гутьря, С.С. Колебания инструментальной оправки с динамическим виброгасителем / С.С. Гутьря, В.П. Яглинский, Ю.Б. Моргун // Динаміка, надійність і довговічність механічних і біомеханічних систем та елементів їхніх конструкцій. Матеріали міжнар. наук.-техн. конф. — Севастополь: СевНТУ, 2009. — С. 114 — 119.
4. Гутьря, С.С. Технические характеристики планетарно-фрикционной коробки скоростей сверлильного станка / С.С. Гутьря, Б.А. Моргун, Ю.Б. Моргун // Машиностроение и техносфера XXI века. Сб. тр. XV междунар. науч.-техн. конф. — Донецк: ДонНТУ, 2008. — Т. 1. — С. 288 — 292.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. политехн. ун-та Сидоренко И.И.

Поступила в редакцию 8 сентября 2009 г.