УДК 629.33.027.5

Л.М. Петров, канд. техн. наук, доц., Одес. держ. аграр. ун-т

ТЕОРІЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ЯКІСНИХ ПОКАЗНИКІВ КОЛІСНОГО РУШІЯ

Л.М. Петров. **Теорія оптимізації якісних показників колісного рушія.** Розроблено фізичну і математичну модель колісного рушія, які враховують поняття жорсткого центра в плямі контакту деформованої шини з опорною поверхнею і утворенням моменту безпосередньо в жорсткому центрі, який формує якісні показники робочого процесу кочення.

Л.Н. Петров. **Теория оптимизации качественных показателей колесного движителя.** Разработаны физическая и математическая модели колесного движителя, которые учитывают понятия жесткого центра в пятне контакта деформированной шины с опорной поверхностью и образованием момента непосредственно в жестком центре, формирующем качественные показатели рабочего процесса качения.

L.N. Petrov. **Theory of optimization of qualitative indexes of wheel propeller.** The physical and mathematical models of wheel propeller is developed, which takes into account the notions of solid center in the contact spot of the deformed tire with a supporting surface and formation of moment directly in the solid center forming the qualitative indexes of the rolling procedure.

Підвищення ефективності використання колісних тракторних засобів з високою питомою потужністю у сільськогосподарському виробництві може бути досягнуто удосконаленням конструкції колісних рушіїв. Для цього ходові системи оснащуються колесами з шинами спеціальної комплектації: здвоєння чи потроєння коліс. Такий прийом дозволяє створювати необхідний запас вантажопідйомності ходової системи та підвищувати тягові властивості засобу.

При динамічних навантаженнях трактора відбувається змінення нормальних навантажень на мосту, а тиск повітря в шинах приводить до перерозподілення крутних моментів на ведучих колесах. Тому представляє науковий і практичний інтерес встановлення закономірностей розподілення навантажень в деформованій шині з урахуванням відомих закономірностей теорії кочення колеса [1…3].

В процесі кочення колеса та його деформування при перетворенні крутного моменту в дотичну силу тяги використовується полярна система координат: r та φ. З цією метою записується загальне рівняння теорії вигину контактної площини до описання деформованої шини колісного рушія у декартовій системі координат з подальшим перетворенням її у полярну систему координат.

Залежність вертикальної деформації колеса та його повздовжньої деформації на опорній поверхні описується параметричними рівняннями

$$\begin{aligned} x &= r\cos\varphi, \\ y &= \sin\varphi, \end{aligned} \tag{1}$$

де r — радіус колісного рушія, м;
φ — центральний кут, град;
x, y — декартові координати.

$$x^2 + y^2 = r^2. \tag{2}$$

Нехай P зосереджений в одній точці, тоді прогин шини в точці контакту з опорною поверхнею прийме вигляд

$$\omega = \sum_1^{\infty} F_m(r)\cos m\varphi, \tag{3}$$

де m=1, 3, 5, оскільки навантаження зворотно симетричне відносно $\cos\varphi = 90^{\circ}$.

Визначаються граничні умови, деформованої ділянки шини. Кут повороту жорсткого центра позначається через β (рис. 1).

Прогинання в довільній точці на внутрішньому контурі колеса

$$\omega = -r\beta\cos\varphi,$$
$$\frac{\partial\omega}{\partial r} = -\beta\cos\varphi. \qquad (4)$$

Для встановлення залежності між кутом повороту β жорсткого центра та величиною моменту M від умови рівноваги жорсткого центра використовується теорія несиметричного згину круглих пластин [4]. На жорсткий центр діє зовнішній момент M і розподілені по еліпсоїду радіуса b радіальний згинаючий момент M_r, скручуючий момент M_{rt} та поперечна сила Q_r (рис. 2).

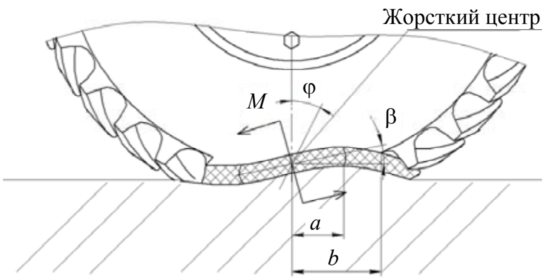

Рис. 1. Деформований колісний рушій, геометричні параметри плями контакту

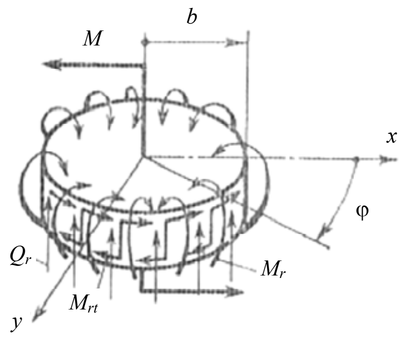

Рис. 2. Реакції та моменти в площині контакту колеса з опорною поверхнею

Рівняння моментів відносно осі y

$$M + 2\int_0^\pi M_r b d\varphi \cos\varphi - 2\int_0^\pi M_{rt} b d\varphi + 2\int_0^\pi Q_r b d\varphi b \cos\varphi = 0. \qquad (5)$$

Силові чинники M_r, M_t, M_{rt}, Q_r, діючі в жорсткому центрі деформованої шини, визначаються за формулами

$$M_r = \frac{\beta D}{b\left[(k^2+1)\ln k - (k^2-1)\right]}\left[(3+\mu)\frac{r}{b} - (1-\mu)k^2\frac{b^3}{r^3} - (1+\mu)\right]\cos\varphi,$$
$$M_t = \frac{\beta D}{b\left[(k^2+1)\ln k - (k^2-1)\right]}\left[(1+3\mu)\frac{r}{b} - (1-\mu)k^2\frac{b^3}{r^3} - (1+\mu)(k^2+1)\frac{b}{r}\right]\cos\varphi,$$
$$M_{rt} = \frac{\beta D(1-\mu)}{b\left[(k^2+1)\ln k - (k^2-1)\right]}\left[-k^2\frac{b^3}{r^3} - \frac{r}{b} + (k^2+1)\frac{b}{r}\right]\sin\varphi, \qquad (6)$$
$$Q_r = -\frac{2\beta D}{b^2\left[(k^2+1)\ln k - (k^2-1)\right]}\left[2 + (k^2+1)\frac{b^2}{r^2}\right]\cos\varphi,$$

де M_r, M_t — згинаючі моменти жорсткого центра;

M_{rt} — крутний момент жорсткого центра;

Q_r — змінна вертикальної гравітаційної ваги, прикладеної в залежності від прогину шини в зоні плями контакту.

Підставивши ці значення в рівняння рівноваги жорсткого центра та виконавши інтегрування, можна отримати вирази для крутного моменту і кута повороту

$$M = \frac{4\pi D\beta(k^2+1)\cos\varphi}{[(k^2+)\ln k - (k^2-1)]} = 0, \qquad (7)$$

звідки

$$\beta = \frac{M[(k^2+)\ln k - (k^2-1)]}{4\pi D(k^2+1)\cos\varphi}, \tag{8}$$

$$D = \frac{h^3}{12(1-\mu^2)}, \tag{9}$$

де D — згинаюча жорсткість деформованого частини шини в плямі контакту, Нм;

E — жорсткість грунту, Н/м^2;

h — висота деформованого грунту, м;

μ — коефіцієнт, характеризуючий деформаційні властивості грунту;

β — кут нахилу жорсткого центра, рад.

$k = \dfrac{b}{a}$ — коефіцієнт відношення між жорстким центром і деформованою частиною шини.

Після того, як кут повороту знайдений, прорахуємо внутрішні силові чинники.

Найбільший згинаючий момент з’являється в точці з координатами φ=0, $r= b$

$$M_{r\max} = \frac{\beta D 2(k^2-1)}{b[(k^2+)\ln k - (k^2-1)]} = \frac{M(k^2-1)}{2\pi b(k^2+1)}. \tag{10}$$

З курсу опору матеріалів відомо, що загнута вісь описується диференціальним рівнянням [5]

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI}, \tag{11}$$

де I — момент інерції поперечного перерізу.

Прирівнюється $\beta = \dfrac{d^2y}{dx^2} = \dfrac{M}{EI}$ з послідуючою заміною моменту інерції його виразом $I = a^2 dF$.

Після порівняння формул (7) та (11) можна знайти змінну площу плями контакту dF.

$$\frac{M}{Ea^2dF} = \frac{M[(k^2+1)\ln k - (k^2-1)]}{4\pi D(k^2+1)},$$
$$dF = \frac{4\pi D(k^2+1)\cos\varphi}{Ea^2[(k^2+1)\ln k - (k^2-1)]}. \tag{12}$$

Для визначення оптимальної зони навантаження колісних рушіїв у відповідності з кутом узгодження задається напівемпірична залежність

$$\alpha = t\left(\frac{a}{b}\right)^p, \tag{13}$$

де α — кут нахилу деформованої частини шини;

t — загальний опір перекиданню навантаження на колісний рушій у відповідності з раптовою зміною кута узгодження;

p — показник степені впливу невстановлених чинників.

Приймемо за характеристику плями контакту в жорсткому центрі деформованої шини величина $k = \dfrac{a}{b}$.

Маємо степеневу функцію з двома невідомими степеневими параметрами

$$\alpha = t(k)^p. \tag{14}$$

Прологарифмуємо залежність (14)

$$\begin{gathered} \ln a = \ln t + p \ln k, \\ \ln a - \ln t - p \ln k = 0. \end{gathered} \tag{15}$$

Формулу (15) можна переписати у вигляді

$$\sum_{i=1}^{n} (\ln a - (\ln t + p \ln k))^2 = L = \min. \tag{16}$$

Розглянута сума є функцією з двома параметрами $L = F(\ln t, p)$. Задача зводиться до відшукання мінімуму цієї функції. Використовується необхідна умова екстремуму

$$\frac{\partial F(\ln t, p)}{\partial p} = 0; \qquad \frac{\partial F(\ln t, p)}{\partial \ln t} = 0\,. \tag{17}$$

Тобто,

$$\begin{gathered} \frac{\partial L}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \sum_{i=1}^{n} (\ln a - (\ln t + p \ln k))^2; \\ \frac{\partial L}{\partial \ln t} = \frac{\partial}{\partial \ln t} \sum_{i=1}^{n} (\ln a - (\ln t + p \ln k))^2. \end{gathered} \tag{18}$$

Для полегшення розрахунків виконується заміна $\ln a = y$, $\ln t = x$, $\ln k = z$ виразів

$$\begin{gathered} \frac{\partial L}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \sum_{i=1}^{n} (y - (x + pz))^2; \\ \frac{\partial L}{\partial \ln t} = \frac{\partial}{\partial \ln t} \sum_{i=1}^{n} (y - (x + pz))^2. \end{gathered} \tag{19}$$

Після розв’язання системи двох рівнянь із двома невідомими (19) щодо параметрів $\ln t$ і p, буде отримано конкретний вигляд шуканої функції. Опускаючи математичні викладки, можна записати вирази для шуканих параметрів

$$p = \frac{n\sum_{i=1}^{n} yz - n\sum_{i=1}^{n} zn\sum_{i=1}^{n} y}{n\sum_{i=1}^{n} z^2 - \left(n\sum_{i=1}^{n} z\right)^2} = \frac{n\sum_{i=1}^{n} \ln a \ln k - \sum_{i=1}^{n} \ln k \sum_{i=1}^{n} \ln a}{n\sum_{i=1}^{n} (\ln k)^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} \ln k\right)^2}; \tag{20}$$

$$\ln t = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y - p\sum_{i=1}^{n} z\right) = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} \ln a - p\sum_{i=1}^{n} \ln k\right) = C; \tag{21}$$

$$t = e^c. \tag{22}$$

Знайдені значення $\ln t$ й p визначають точку екстремуму $L = F(\ln t, p)$. Використовуючи нерівність Коші-Буняковського, можна довести, що в цій точці функція приймає мінімальне значення.

Розрахувавши значення L, отримаємо величину середньоквадратичної помилки розглянутого наближення.

З викладеного можна зробити висновки:

— для оцінки якісних показників колісних рушіїв застосовується поняття жорсткого центра деформованої шини;

— при деформації шини в жорсткому центрі виникають внутрішні силові чинники: згинальний момент, крутний момент, реакція гравітаційної складової ваги;

— при врахуванні жорсткого центра можуть використовуватись теоретичні розрахунки плями контакту з урахуванням тригонометричних функцій.

Література

1. Krasowski, R. E. Kinematyka i dynamika agregatow maszynowch. Dziaty wybrame / R. E. Krasowski. — Ropczyce: Wyzszaszkola Inzynieryjno-Economiczna, 2005. — 230 s.
2. Автотракторные колеса: справочник / под общ. ред. И.В. Балабина. — М.: Машиностроение, 1985. — 272 с.
3. Динамика транспортно-тяговых колесных и гусеничных машин / Е.Е. Александров, Д.О. Волонцевич, В.А. Карпенко и др.; под общ. ред. А.Н. Туренко. — Харьков: Машиностроение, 1980. — 359 с.
4. Бояршинов, С.В. Основы строительной механики машин. Учеб. пособие для студентов вузов / С.В. Бояршинов. — М.: Машиностроение, 1973. — 456 с.
5. Беляев, Н.М. Сопротивление материалов / Н.М. Беляев. — М.: Наука, 1976. — 460 с.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Одес. нац. політехн. ун-ту Оробей В.Ф.

Надійшла до редакції 8 квітня 2010 р.