

УДК 62-714.9:537.322

О.Г. Даналакій, інженер, Нац. техн. ун-т “Харк.  
політехн. ін-т”

## ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНИЙ ОХОЛОДЖУВАЧ *F*-ПОДІБНОЇ АБО ТАВРОВОЇ ФОРМИ З ГІЛКАМИ *p*- І *n*-ТИПУ ПРОВІДНОСТІ

*О.Г. Даналакій. Термоелектричний охолоджувач F-подібної або таврової форми з гілками p- і n-типу провідності.* Досліджені фізичні процеси, що протікають в термоелектричних охолоджувачах з гілками *p*- та *n*-типів провідності *F*-подібної або таврової форми. Також розглянуто витання, пов'язані з каскадуванням. Запропонований підхід відрізняється від відомого та краще відповідає реальній експериментальній ситуації. Детально досліджено тавровий термоохолоджувач.

*О.Г. Даналакій. Термоэлектрический охладитель F-подобной или тавровой формы с ветками p- и n-типа проводимости.* Исследованы физические процессы, протекающие в термоэлектрических охладителях с ветками *p*- и *n*-типа проводимости *F*-подобной или тавровой формы. Рассмотрены также вопросы, связанные с каскадированием. Предложенный подход отличается от известного и лучше соответствует реальной экспериментальной ситуации. Детально исследован тавровый термоэлектрический охладитель.

*O.G. Danalakiy. Thermoelectric cooler of F-or T-shaped form with p- and n-type conductivity branches.* Some physical processes occurring in *F*-or *T*-shaped thermoelectric coolers with *p*- and *n*-type conductivity branches are investigated. The problems relating to cascading are considered as well. The proposed approach differs from the well-known one and is more suitable for the real experimental situation. The *T*-shaped thermoelectric cooler is studied in detail.

Термоелектричні охолоджувачі ефективно використовуються для пониження робочої температури різного роду мікросенсорів, мікроелектронних приладів. Вони застосовуються в метрології, медицині та інших галузях. В найбільш поширених охолоджувачах основним є терморпарний елемент, який складається з гілок *p*- і *n*-типу провідності.

Для досягнення додаткового охолодження використовуються методи каскадування [1, 2]. Каскадований термоелектричний охолоджувач являє собою термоелектричну батарею, що складається з послідовно ввімкнених в тепловому відношенні термоелементів або термо-батареї. Порівняно з каскадованими охолоджувачами описані термоохолоджувачі з гілками *p*- і

$n$ -типу провідності за інших однакових умов є більш технологічними внаслідок значно меншої кількості структурних елементів. Це означає, що зменшується кількість комутаційних елементів, а кількість гілок зменшується до двох. Внаслідок цього повинні збільшитися міцність термоелемента і зменшитися його габарити і вага. Можна також указати і на інші можливі переваги.

Раніше розглядалися поперечні перетини гальванотермомагнітних холодильних елементів [3], а також поперечні перетини анізотропних термоелектричних холодильних елементів за умови, що вони достатньо довгі. Доведено узагальнений закон теплопровідності при постійному електричному полі вздовж напрямку струму [4]. Задача, яка при цьому отримана, зводиться до знаходження розподілу температури по поперечному перетину зразка. Використовується також припущення щодо постійності кінетичних коефіцієнтів. Однак навіть в цьому випадку диференціальне рівняння відносно температури залишається нелінійним і тому розв'язується наближено.

Отже, дослідити роботу термоелектричного охолоджувача на основі термоелементів Пельтьє за наявності в нього додаткових провідних елементів, які з'єднують гілки і які розташовані між його гарячою та холодною сторонами, є важливим питанням. Для його вирішення використано основні положення термодинаміки термоелектричних явищ, методи математичної фізики та відомі методи експериментальних досліджень.

Основна ідея, на якій ґрунтується ефект підсилення термоелектричного охолодження полягає в тому, що через холодні площадки нижніх комутаційних пластин відгалужується частина відпрацьованого в верхній області охолоджувача тепла. Так, указане тепло відбирається одною холодною додатковою комутаційною пластиною (рис. 1) або двома (рис. 2) і воно разом з теплом, яке стікає в термостат минаючи указані холодні пластини, є тепловим навантаженням нижньої частини охолоджувача.

Охолоджувач з гілками  $F$ -подібної форми складається з двох гілок  $p$ - і  $n$ -типу провідності 1 і 2, які мають однакову  $F$ -подібну форму, провідної комутаційної пластини 3 з контактами 4, додаткової комутаційної пластини 5 з контактами 6 та термостатованих при температурі  $T_0$  струмопідводів 7. За допомогою струмопідводів 7 до гілок прикладається напруга, яка виробляє струми через комутаційні пластини. Охолодження пластини 5 внаслідок дії ефекту Пельтьє приводить до відгалуження через неї відпрацьованого в верхній частині охолоджувача тепла, внаслідок чого ефект охолодження пристрою підсилюється.

Замість однієї додаткової комутаційної перемички термоелектричний охолоджувач таврової форми з гілками  $p$ - і  $n$ -типу провідності має дві додаткові комутаційні перемички (див. рисунок 2). Через кожну з них відгалужується частина відпрацьованого у верхній частині термоелемента тепла, що приводить до підсилення глибини охолодження верхньої комутаційної перемички. На рисунку 2 тими ж цифрами, що і на рисунку 1, указані ті ж конструктивні елементи. Можливі також термоелектричні охолоджувачі з більшою кількістю додаткових провідних елементів.

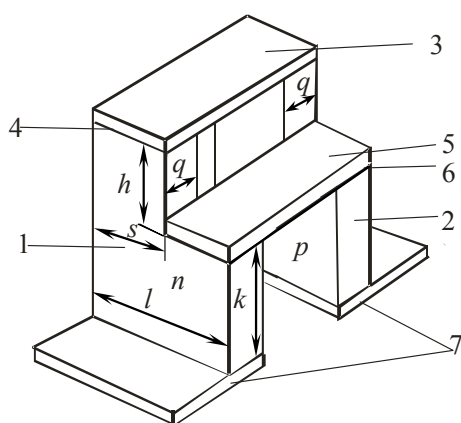


Рис. 1. Принципова схема термоелектричного охолоджувача  $F$ -подібної форми з гілками  $p$ - і  $n$ -типу провідності

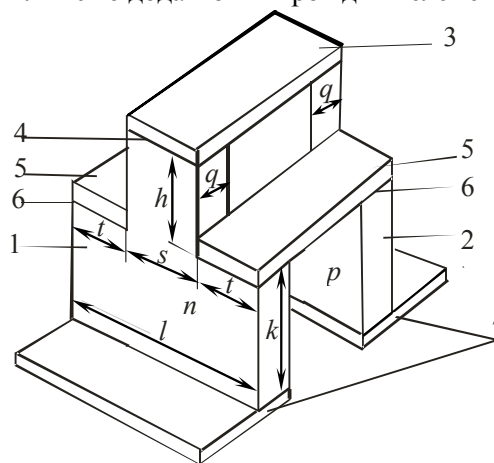


Рис. 2. Тавровий термоелектричний охолоджувач

В основі розрахунків максимального зниження температури лежать диференціальні закони збереження енергії і заряду. В загальному випадку — це система двох нелінійних диференціальних рівнянь відносно температури і електростатичного потенціалу з заданими тепловими і електричними граничними умовами. Для випадку, коли температура і електростатичний потенціал двовимірні, а матеріали гілок однорідні з незалежними від температури кінетичними коефіцієнтами, закон збереження енергії має вигляд

$$\chi \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \rho (j_1^2 + j_2^2) = 0, \tag{1}$$

де  $\chi$  і  $\rho$  — питомі теплопровідність і електричний опір,

$T$  — температура,

$j_1$  і  $j_2$  — компоненти густини електричного струму вздовж осей  $x$  і  $y$ , які мають вигляд

$$j_1 = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} + \alpha \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad j_2 = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} + \alpha \frac{\partial T}{\partial y} \right),$$

$\phi$  — електростатичний потенціал,

$\alpha$  — коефіцієнт термоЕРС.

Закон збереження заряду

$$\frac{\partial j_1}{\partial x} + \frac{\partial j_2}{\partial y} = 0. \tag{2}$$

Рівняння (1) і (2) потрібно розглядати сумісно з граничними умовами, які для двовимірного випадку і  $F$ -подібної форми гілок, яка вказана на рисунку 1, мають вигляд:

$$\left. \frac{\partial T_1}{\partial y} \right|_{\substack{y=0, \\ l \leq x \leq L}} = \left. \frac{\partial T_2}{\partial y} \right|_{\substack{y=0, \\ 0 \leq x \leq l}} = 0, \quad \left. \frac{\partial T_1}{\partial y} \right|_{\substack{y=a, \\ l \leq x \leq L}} = \left. \frac{\partial T_2}{\partial y} \right|_{\substack{y=b, \\ 0 \leq x \leq l}} = 0,$$

означають адіабатичну ізоляцію лівої грані гілки (рис. 3) і постійність температури на верхніх гранях областей 1 і 2,

$$T_1|_{x=L} = T_L, \quad T_1|_{\substack{x=l, \\ 0 < y < a}} = T_2|_{\substack{x=l, \\ 0 < y < b}} = T_l.$$

Умова каскадування, яка означає, що тепло, яке виділяється на нижній грані області 1, є тепловим навантаженням для області 2,

$$S_1 \left( -\chi \frac{\partial T_1}{\partial x} + \alpha j_1^{(1)} \right) \Big|_{x=l} = S_2 \left( -\chi \frac{\partial T_2}{\partial x} + \alpha j_1^{(2)} \right) \Big|_{x=l},$$

де  $S_1$  і  $S_2$  — площі поперечного перетину (перпендикулярно до осі  $x$ ) областей 1 і 2, верхні індекси в круглих дужках — номери областей.

Електричні граничні умови мають вигляд

$$j_1^{(1)} \Big|_{\substack{x=l, \\ 0 \leq y \leq a}} = j_1^{(2)} \Big|_{\substack{x=l, \\ 0 \leq y \leq b}}.$$

Неперервність густини електричного струму на стику областей 1 і 2, умови електричної ізоляції бокових граней мають такий вигляд

$$j_2^{(1)} \Big|_{\substack{y=0, \\ l \leq x \leq L}} = j_2^{(2)} \Big|_{\substack{y=0, \\ 0 \leq x \leq l}} = 0,$$

$$j_2^{(1)} \Big|_{\substack{y=a, \\ l \leq x \leq L}} = j_2^{(2)} \Big|_{\substack{y=b, \\ 0 \leq x \leq l}} = 0.$$

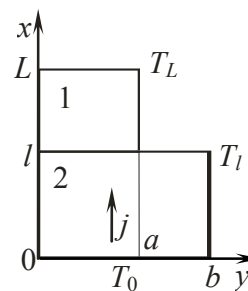


Рис. 3. Схема  $F$ -подібної гілки, що застосована для розрахунку розподілу температури в частинах гілки 1 і 2:  $L$  і  $l$  — лінійні розміри;  $T_L$  і  $T_l$  — відповідні температури;  $T_0$  — температура нижньої грані гілки

$$\Phi_1 \Big|_{\substack{x=L, \\ 0 < y < a}} = \Phi_L, \quad \Phi_2 \Big|_{\substack{x=l, \\ a < y < b}} = \Phi_l, \quad \Phi_2 \Big|_{\substack{x=0, \\ 0 < y < b}} = \Phi_0.$$

Останні три умови означають постійність електростатичного потенціалу на відповідних гранях гілки.

Отже задача полягає в тому, щоб з рівнянь (1) і (2) за указаних граничних умов знайти розподіли температури і електростатичного потенціалу. Видно, що ця задача є нелінійною і знайти її розв'язок в аналітичному вигляді практично неможливо. Тому вважається, що температура і густина струму одновимірні. Очевидно, що це наближення буде тим краще виконуватись, чим більша різниця між поперечними розмірами верхньої і нижньої частини указаних гілок (див. рисунки 1 і 2).

За умов одновимірності температури і електричного струму, а також постійності кінетичних коефіцієнтів температура в кожній із частин гілки задовольнятиме рівняння

$$\chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \rho j^2 = 0,$$

де  $j$  — густина електричного струму, яка за умови його одновимірності є постійною.

Лінійні розміри гілок  $n$ - і  $p$ -типу провідності вибираються однаковими, площі поперечного різні. На рисунку 1 представлена схема однієї з гілок, яка застосована для розрахунку розподілу температури. Гілка розбита на дві частини 1 і 2. Розподіли температур у частинах 1 і 2 за умов, що температура залежить лише від  $x$ , а густина струму постійна за граничних умов

$$T_1(l) = T_l, \quad T_1(L) = T_L, \quad T_2(0) = T_0, \quad T_2(l) = T_l,$$

мають вигляд

$$T_1(x) = \frac{\rho j^2}{2\chi} x(l-x) - \frac{\Delta T}{l} x + T_0, \quad (3)$$

$$T_2(x) = \frac{\rho j^2}{2\chi} x(L+l-x) - \frac{T_l - T_L}{L-l} x - \frac{T_l l - T_l L}{L-l} - \frac{\rho j^2}{2\chi} Ll, \quad (4)$$

де  $\Delta T = T_0 - T_l$ .

Необхідно розрахувати температуру  $T_l$  і мінімально можливу температуру верхньої комутаційної пластини  $T_L$ , підібравши оптимальні геометричні розміри охолоджувача та оптимальну силу струму, вважаючи, що гілки  $n$ - і  $p$ -типу провідності мають  $F$ -подібну форму. Глибина охолодження, що досягається за допомогою оптимізованого термоелемента Пельтьє, обмежена параметром термоелектричної добротності і для сучасних термоелектричних матеріалів [5].

Для розрахунків глибини охолодження використано умову адіабатичної ізоляції верхньої комутаційної пластини охолоджувача, яка має вигляд

$$\left( -\chi_n \frac{\partial T_{2n}(L)}{\partial x} + \alpha_n j_n T_L \right) S_{2n} + \left( -\chi_p \frac{\partial T_{2p}(L)}{\partial x} + \alpha_p j_p T_L \right) S_{2p} = 0 \quad (5)$$

та умову каскадування

$$\begin{aligned} & \left( -\chi_n \frac{\partial T_{2n}(l)}{\partial x} + \alpha_n j_n T_l \right) S_{2n} + \left( -\chi_p \frac{\partial T_{2p}(l)}{\partial x} - \alpha_p j_p T_l \right) S_{2p} = \\ & = \left( -\chi_n \frac{\partial T_{1n}(l)}{\partial x} + \alpha_n j_n T_l \right) S_{1n} + \left( -\chi_p \frac{\partial T_{1p}(l)}{\partial x} - \alpha_p j_p T_l \right) S_{1p}, \end{aligned} \quad (6)$$

де  $\chi_n, \chi_p$  — питомі теплопровідності матеріалів  $n$ - і  $p$ -гілок, відповідно;

$\alpha_n$  і  $\alpha_p$  — коефіцієнти їх термоЕРС;

$S_{1p}, S_{2p}$  і  $S_{1n}, S_{2n}$  — площі поперечних перерізів областей 1 і 2  $p$ - і  $n$ -гілок;

$j_p$  і  $j_n$  — густини струмів у гілках.

Сумісний розгляд рівнянь (5) і (6) з урахуванням виразів для розподілу температур у гілках (3) і (4) приводить до виразів для шуканих температур

$$T_L = \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{\rho_n}{S_{1n}} + \frac{\rho_p}{S_{1p}} \right) I^2 \frac{S_{2n}}{S_{1n}} (L-l) + (\chi_n S_{2n} + \chi_p S_{2p}) \frac{T_l}{L-l}}{\frac{(\chi_n S_{2n} + \chi_p S_{2p})}{L-l} + \Delta\alpha I \frac{S_{2n}}{S_{1n}}},$$

$$T_l = \frac{\frac{\chi_n S_{2n} + \chi_p S_{2p}}{L-l} \left( \frac{\chi_n S_{2n} + \chi_p S_{2p}}{L-l} + \Delta\alpha I \frac{S_{2n}}{S_{1n}} \right)}{\frac{\chi_n S_{2n} + \chi_p S_{2p}}{L-l} \left[ \frac{\chi_n S_{1n} + \chi_p S_{1p}}{l} + \Delta\alpha I \right] + \Delta\alpha I \frac{S_{2n}}{S_{1n}} \left[ \frac{\chi_n S_{1n} + \chi_p S_{1p}}{l} + \Delta\alpha I \left( 1 - \frac{S_{2n}}{S_{1n}} \right) \right]} \left[ \frac{S_{1n}}{S_{2n}} \frac{L-l}{l} T_0 + \right.$$

$$\left. + \frac{\frac{I^2}{2} \left( \frac{\rho_n}{S_{1n}} + \frac{\rho_p}{S_{1p}} \right) \frac{\chi_n S_{2n} + \chi_p S_{2p}}{L-l} \left( 2 \frac{S_{2n}}{S_{1n}} (L-l) - l \right) + \Delta\alpha I \frac{S_{2n}}{S_{1n}} \frac{I^2}{2} \left( \frac{\rho_n}{S_{1n}} + \frac{\rho_p}{S_{1p}} \right) \left( \frac{S_{2n}}{S_{1n}} (L-l) + l \right)}{\frac{\chi_n S_{2n} + \chi_p S_{2p}}{L-l} \left( \frac{\chi_n S_{1n} + \chi_p S_{1p}}{l} + \Delta\alpha I \frac{S_{2n}}{S_{1n}} \right)} \right],$$

де  $I$  — сила струму в частині гілки 2, тобто в зовнішньому колі охолоджувача;

$$\Delta\alpha = \alpha_p - \alpha_n.$$

При написанні останніх двох виразів враховано співвідношення  $S_{2p}/S_{1p} = S_{2n}/S_{1n}$ , що впливає з умови  $j_p S_{2p} = j_n S_{2n}$  з урахуванням того, що  $j_n = I/S_{1n}$  і  $j_p = I/S_{1p}$ . Числові розрахунки проведені за умов:  $\rho_{1p} = \rho_{2p} = \rho_p$ ,  $\rho_{1n} = \rho_{2n} = \rho_n$ ;  $\chi_{1n} = \chi_{2n} = \chi_n$ ,  $\chi_{1p} = \chi_{2p} = \chi_p$ ; а також  $\rho_p = \rho_n = 10^{-3}$  Ом·см,  $\chi_n = \chi_p = 1,8 \cdot 10^{-2}$  Вт/см·К,  $\Delta\alpha = 4,4 \cdot 10^{-4}$  В/К.

За умови, що  $L=1$  см, підбирались величини  $l$ ,  $S_{1n}$ ,  $S_{2n}$ ,  $S_{1p}$ ,  $S_{2p}$  і сила струму  $I$  так, щоб  $T_L$  була мінімальною. При  $S_{1n} = S_{1p} = 0,03$  см<sup>2</sup>,  $S_{2n} = S_{2p} = 0,01$  см<sup>2</sup> і силі струму  $I = 2,6$  А,  $l=0,52$  см,  $T_0 = 300$  К було знайдено  $T_l = 233$  К,  $T_L = 200$  К. За умов, що  $L=0,5$  см,  $S_{1n} = S_{1p} = 0,1$  см<sup>2</sup>,  $S_{2n} = S_{2p} = 0,033$  см<sup>2</sup>,  $I = 15,5$  А,  $l=0,25$  см, одержується  $T_l = 242$  К,  $T_L = 198$  К.

З наведених даних видно, що площа поперечного перерізу верхньої частини в три рази менша за площу поперечного перерізу нижньої частини охолоджувача, а висота нижньої частини в два рази менша за висоту верхньої частини. Слід зазначити, що  $T_L$  і  $T_l$  дуже чутливі до вибору матеріальних і розмірних констант [5].

Насамкінець слід зауважити, що розвинута в цьому підрозділі теорія є наближеною. Звичайно, можливе створення і більш точної теорії, наприклад, у випадку двовимірних температури і густини струму. Однак, результати розрахунків можуть бути одержані лише в числовому вигляді. Тому теорія буде тим точніше виконуватись, чим більшою буде різниця між площами поперечних перетинів верхньої і нижньої частин гілки, вони повинні відрізнятись приблизно у 8...10 разів.

Отже  $F$ -подібні, таврові та двоярусні термоелементи, що позбавлені багатьох недоліків, притаманних двокаскадним охолоджувачам, можуть давати таку ж глибину охолодження і тому використовуватись замість них.

## Литература

1. Анатычук, Л.И. Термоэлементы и термоэлектрические устройства: справочник / Л.И. Анатычук. — К.: Наук. думка, 1999. — 336 с.
2. Вайнер, А.Л. Каскадные термоэлектрические источники холода / А.Л. Вайнер. — М.: Сов. радио, 1976. — 137 с.

3. Иоффе, А.Ф. Полупроводниковые термоэлементы / А.Ф. Иоффе. — М.: Изд-во АН СССР, 1998. — 236 с.
4. Danalakiy, O.G. Response of a slot diode with a two-dimensional electron channel resonant terahertz / O.G. Danalakiy // *Materialy IV Miedzynarodowej naukowii-praktycznej konferencji "Aktualne problemy nowoczesnysh nauk — 2009"* Poland. Publishing House "Education and Science", 07 — 05 czerwca 2009 roku. — *Przemysl: Nauka i studia*, 2009. — Vol. 21. — P. 77 — 84.
5. Матієга, В.М. Двоюрисний термоелектричний охолоджувач Пельтьє / В.М. Матієга, О.Г. Даналакій // *Матеріал V Міжнародна научна практична конференція "Край на научного розвитку — 2010"*. Софія "Бяль ГРАД-БГ", 17 — 25 януари 2010 год. — Софія, 2010. — Т. № 16. — С. 41 — 46.

Рецензент д-р техн. наук, проф. Нац. техн. ун-ту "Харк. політехн. ін-т" Бурага А.Б.

Надійшла до редакції 21 квітня 2010 р.